FUNDAMENTOS DE FÍSICA I (1$^{\text{er}}$ curso, Física). **Febrero 2019**

• **Cuestión:** Hasta 1 punto. Incluya una **breve, pero clara, explicación** de la respuesta.
• **Problemas:** Hasta 3 puntos cada uno. No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones, unidades y los órdenes de magnitud de sus resultados.
• **Material auxiliar: Solo una calculadora no programable.** Tiempo: 2 horas.

CUESTIÓN

• Dos esferas macizas, una grande y la otra pequeña, y un cilindro, también macizo, ruedan, sin deslizar, por un plano inclinado. Los tres objetos comienzan a rodar desde el mismo punto. Cuando llegan al final del plano ¿cuál de los cuerpos tiene la mayor velocidad lineal y cuál la menor?

(a) La esfera grande tiene la mayor velocidad; el cilindro tiene la menor.

(b) Las dos esferas tiene la misma velocidad y es la mayor; el cilindro tiene la menor.

(c) No se puede saber, depende de las masas de los cuerpos.

(Nota: el momento de inercia, respecto al diámetro, de una esfera maciza de masa m y radio R es $I_e = 2/5\ mR^2$; el momento de inercia, respecto a su eje, de un cilindro macizo de masa m y radio R es $I_c = 1/2\ mR^2$)

PROBLEMAS. Si ha seguido la evaluación continua solo debe resolver dos de los problemas.

• 1.– El coeficiente de rozamiento estático entre un neumático de caucho y la superficie de la carretera es $\mu_e = 0,85$. Calcule la aceleración máxima posible de un camión de diez toneladas con tracción a las cuatro ruedas si la carretera forma un ángulo de 12^o con la horizontal en las situaciones siguientes:

(a) El camión está subiendo.

(b) El camión está descendiendo.

(c) Ahora suponga que el conductor para el camión y pone el freno de mano ¿el camión se deslizará cuesta abajo o permanecerá quieto? ¿y si en lugar de un camión fuera un coche que pesara diez veces menos?

(Nota: en este problema considere el camión como un objeto puntual)

Sigue en la siguiente página ⟼

• 2.– Un bloque con masa M está conectado a un extremo de un muelle horizontal de constante k, cuyo otro extremo está sujeto a la pared. El bloque se mueve con un movimiento armónico simple sobre una superficie sin fricción. La amplitud del movimiento armónico es A_1. Cuando el bloque pasa por la posición de equilibrio, un trozo de plastilina, de masa m, se deja caer verticalmente sobre el bloque y se queda pegado a él. Se supone que el pedazo de plastilina cae desde una pequeña distancia, de forma que se pega al bloque mientras este está todavía pasando por la posición de equilibrio.

(a) Calcular la energía del sistema en la nueva situación (bloque con plastilina) y compararla con la energía inicial del sistema (sin la plastilina).

(b) Calcular la amplitud y el periodo del movimiento en la nueva situación, en función de los datos conocidos.

(c) Si se supone ahora que la plastilina se deja caer sobre el bloque cuando este se encuentra en uno de los extremos de su movimiento, repetir los cálculos de los apartados (a) y (b) anteriores.

• 3.– Europa es un satélite que se mueve en una órbita circular de Júpiter con un periodo de 3,55 días y a una distancia de $6{,}71 \times 10^8$ m de Júpiter.

(a) A partir de estos datos, calcular la masa de Júpiter.

(b) Otro satélite de Júpiter, Calisto, se mueve a una distancia de $18{,}8 \times 10^8$ m en una órbita circular de periodo 16,7 días. A partir de estos datos determinar las aceleraciones de Calisto y de Europa.

(Nota: Suponer en ambos casos que las distancias dadas son del centro del satélite al centro de Júpiter. Dato: $G = 6,673 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2)

FUNDAMENTOS DE FÍSICA I **1$^{\text{er}}$ curso Grado en Física**
Prueba Presencial–Febrero 2019–2^{a} semana

CUESTIÓN

La solución correcta es la (b). Llamando h a la altura respecto al suelo desde la que comienzan a moverse los cuerpos, m la masa, v la velocidad lineal, ω la velocidad angular, I el momento de inercia, y aplicando la conservación de la energía entre los puntos inicial (en el punto más alto del plano inclinado) y final (en el punto final del plano inclinado), tenemos $E_i = E_f \Rightarrow mgh = mv^2/2 + I\omega^2/2 = mv^2/2 + I\left(v^2/R^2\right)/2$, donde hemos usado la condición de rodadura sin deslizamiento $\omega = v/R$. El momento de inercia de los tres cuerpos se puede escribir como $I = amR^2$, donde $a = 2/5$ para las esferas y $a = 1/2$ para el cilindro. Por lo tanto, la conservación de la energía nos lleva a

$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{2}av^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2gh}{1+a}$$

que, como se ve, es una expresión para la velocidad lineal que es independiente de la masa del cuerpo y de su radio. Por lo tanto, para las dos esferas ($a = 2/5$), $v_e = \sqrt{1,43gh}$, mientras que para el cilindro ($a = 1/2$), $v_c = \sqrt{1,33gh}$. En resumen, la velocidad lineal de las dos esferas es igual y además se cumple que $v_e > v_c$.

PROBLEMAS

Problema 1

Para resolver este problema suponemos un sistema de coordenadas en el que el eje x es paralelo a la carretera (plano inclinado), con la dirección positiva hacia arriba de la misma, y el eje y es perpendicular a la carretera. Las fuerzas que se aplican sobre el camión (considerado como un objeto puntual) son el peso, mg, la fuerza de rozamiento estática de la carretera sobre el camión, f_e, y la fuerza normal de la carretera sobre el camión, F_n.
(a) En primer lugar, el camión está subiendo por la carretera. Aplicamos la segunda ley de Newton a la componente horizontal (en el eje x) de las fuerzas que se ejercen sobre el camión (la fuerza que acelera el camión hacia arriba es la fuerza de rozamiento que ejerce la carretera sobre las ruedas del camión, y esa fuerza va en la dirección positiva, "hacia arriba de la carretera")

$$\sum F_x = f_e - mg \operatorname{sen} 12^o = ma$$

Haciendo lo mismo para la componente vertical (en el eje y),

$$\sum F_y = F_n - mg \cos 12^o = 0$$

Como queremos calcular la aceleración máxima posible, la fuerza de rozamiento estática tendrá que ser máxima, $f_e = f_{e,\text{máx}} = \mu_e F_n$. De la ecuación para la componente vertical se obtiene

$$f_{e,\text{máx}} = \mu_e mg \cos 12^o$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación para la componente horizontal y despejando $a_{\text{máx}}$ llegamos a

$$a_{\text{máx}} = g(\mu_e \cos 12^o - \text{sen}\, 12^o) = 6,12\text{m/s}^2$$

(b) Cuando el camión está descendiendo, la fuerza de rozamiento de la carretera sobre las ruedas tiene sentido contrario en el diagrama de fuerzas (esta fuerza de rozamiento ayuda a acelerar el camión en el descenso, por lo que va en la dirección negativa, "hacia abajo de la carretera"). La aplicación de la segunda ley de Newton para la componente vertical es igual al del primer apartado, mientras que para la componente horizontal es

$$-f_{e,\text{máx}} - mg\, \text{sen}\, 12^o = ma_{\text{máx}}$$

Sustituyendo de nuevo $f_{e,\text{máx}} = \mu_e mg \cos 12^o$ y despejando la aceleración obtenemos

$$a_{\text{máx}} = -g(\mu_e \cos 12^o + \text{sen}\, 12^o) = -10,2\text{m/s}^2$$

(c) En el caso de que el camión se pare, para saber qué le pasa tenemos que comparar la fuerza de rozamiento máxima con la componente horizontal del peso y ver cuál es mayor

$$f_{e,\text{máx}} - mg\, \text{sen}\, 12^o = mg\, (\mu_e \cos 12^o - \text{sen}\, 12^o) = 0,62mg > 0$$

Es decir, la fuerza de rozamiento máxima es mayor que la componente horizontal del peso. Por tanto, el camión permanecerá quieto. Como el signo de la expresión anterior solo depende del ángulo de la carretera y de μ_e y no de la masa del vehículo, la situación para el coche sería la misma, permanecería parado.

Problema 2

(a) Antes del choque de la plastilina con el bloque, cuando este pasa por la posición de equilibrio, su energía mecánica es únicamente cinética

$$E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2 = K_1 = \frac{1}{2}Mv_1^2 \Rightarrow v_1 = A_1\sqrt{\frac{k}{M}}$$

lo que nos da la velocidad del bloque cuando pasa por ese punto de equilibrio. Al caer la plastilina sobre el bloque se produce un choque completamente inelástico, en el que se conserva el momento lineal. Para la componente horizontal de ese momento lineal tenemos

$$Mv_1 + 0 = (M+m)\, v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{M}{M+m}v_1$$

lo que indica que la velocidad después del choque del bloque y la plastilina es menor que la que llevaba el bloque antes del choque. Como justo después del choque la energía sigue siendo exclusivamente cinética, tenemos

$$E_2 = \frac{1}{2}\,(M+m)\, v_2^2 = \frac{1}{2}\,(M+m)\left(\frac{M}{M+m}\right)^2 v_1^2 = \frac{M}{M+m}\left(\frac{1}{2}Mv_1^2\right) = \left(\frac{M}{M+m}\right)E_1$$

es decir, que se ha perdido energía debido a la fricción entre el bloque (que está en movimiento) y la plastilina (que se queda pegada al bloque).
(b) A partir de la energía total obtenemos la nueva amplitud

$$E_2 = \frac{1}{2}kA_2^2 = \left(\frac{M}{M+m}\right)E_1 = \left(\frac{M}{M+m}\right)\frac{1}{2}kA_1^2 \Rightarrow A_2 = A_1\sqrt{\frac{M}{M+m}}$$

lo que muestra que la amplitud se reduce. En cuanto al periodo, tenemos

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

de forma que el periodo aumenta.
(c) Si ahora el bloque se encuentra en el extremo de su movimiento, se encontrará momentáneamente en reposo, por lo que su energía cinética, es cero, justo antes y después del choque, lo mismo que la componente horizontal de su momento lineal. Por lo tanto la energía del sistema es únicamente potencial, justo antes y después del choque, por lo que

$$E_2 = E_1 = \frac{1}{2}kA_1^2$$

lo que implica que la energía no cambia (no hay disipación por fricción en este caso, ya que el bloque está parado durante el choque). Por el resultado anterior, la amplitud del movimiento es la misma antes y después, $A_2 = A_1$. Para el periodo, lo importante no es el choque, sino la masa del sistema, por lo que $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$, igual que en el apartado anterior.

Problema 3
(a) Aplicamos la tercera ley de Kepler para la órbita de Europa

$$T_E^2 = \frac{4\pi^2}{GM_J}R_E^3$$

donde T_E es el periodo de la órbita de Europa, R_E es el radio de la órbita y M_J es la masa de Júpiter.

Despejando la masa de Júpiter,

$$M_J = \frac{4\pi^2}{GT_E^2}R_E^3$$

Sustituyendo los valores correspondientes (con $T_E = 3,55$ días $= 3,067 \times 10^5$s), obtenemos

$$M_J = 1,9 \times 10^{27}\text{kg}$$

(b) Expresamos de forma general la aceleración centrípeta en función del radio y el periodo

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Sustituyendo los datos correspondientes para cada uno de los satélites ($T_C = 16,7$ días $= 1,443 \times 10^6$s), obtenemos

$$a_{\text{Europa}} = 0,282 \text{ m/s}^2$$
$$a_{\text{Calisto}} = 0,036 \text{ m/s}^2$$
