Cálculo II. Primer curso de Ingeniería Informática, 2014 **14/05/14**

Examen Final

Apellidos: ____________________ Nombre: ________________

DNI: ____________________ Grupo: ________________

---

1. Describir las superficies de nivel $1, 0$ y -1 de la función $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$.

2. Para cada $(x, y) \neq (0, 0)$ se define $f(x, y) = \dfrac{x^2 - y^2}{xy}$, $f(0, 0) = 0$. Estudiar la continuidad y diferenciabilidad de la función $f(x, y)$ en el punto $(0, 0)$.

3. Hallar la derivada direccional de $f(x, y) = \sin(4x - 2y)$ en el punto (π, π) y en la dirección del vector normal a la recta $x + y = -1$.

4. Utilizando multiplicadores de Lagrange, calcular el valor mínimo de la función $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ en la recta $x - y = 1$.

5. Se considera la superficie parametrizada por $\phi(u, v) = (u + v, u - v, uv)$ con $u^2 + v^2 \leq 4$. Hallar el plano tangente a la superficie en el punto $(1, 0, \frac{1}{4})$.

6. Se considera $\int_D (x + y)\, dx\, dy$, siendo D la región del cuadrado $[0, 1] \times [0, 1]$ acotada por las parábolas $y = x^2$, $y = 2x^2$. Dibujar la región de integración y calcular la integral por medio de las dos integrales reiteradas: $\int \int (x + y)\, dx\, dy$, y la integral $\int \int (x + y)\, dy\, dx$.

7. Calcular la integral del campo vectorial $\vec{F}(x, y) = x\vec{i} + xy\vec{j}$ en la circunferencia unidad con orientación positiva, primero empleando la definición de dicha integral y después utilizando el Teorema de Green.