



## Examen de Sistemas Automáticos Agosto 2013

Apellidos, Nombre:

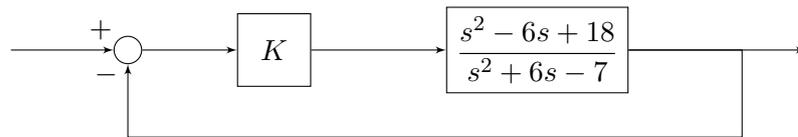
Sección:

Fecha: 20 de agosto de 2013

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Total

- **Atención:** el enunciado consta de tres ejercicios prácticos y un test de respuesta múltiple
- Resuelva **todos** los ejercicios prácticos y el test
- Utilice únicamente **bolígrafo negro o azul**
- El uso de **Tipp-Ex u otro tipo de bolígrafos** será penalizado

1. (2,5 puntos) Un fuerte ubicado en territorio hostil posee una compuerta de seguridad que funciona automáticamente. Con el objetivo de mejorar el mecanismo de cierre de la misma se ha añadido un controlador proporcional al sistema, tal y como se muestra en el siguiente diagrama de bloques:

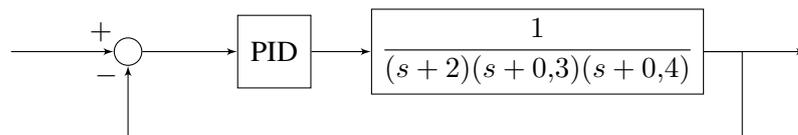


Su misión es estudiar el comportamiento del sistema en función del valor de  $K$ . Para ello:

- Identifique el rango de valores de  $K$  para los que el comportamiento de la compuerta será estable.
  - Dibuje el lugar de las raíces detallado del sistema en función de  $K$ .
  - Suponiendo que el comportamiento del sistema realimentado es aproximable a segundo orden básico, determine cuál será el tiempo de respuesta más pequeño que se puede esperar del cierre de la compuerta.
  - Demuestre de forma analítica que  $s = -0,7 + 1,45j$  pertenece al lugar de las raíces del sistema e identifique el valor de  $K$  que posiciona los polos en dicha ubicación.
2. (2,5 puntos) Es el día de la primera prueba de un nuevo prototipo de *drone* no tripulado. La prueba consiste en un vuelo horizontal a baja altura constante. Una vez iniciada la prueba se observa que el aparato vuela por debajo de la cota requerida, impactando finalmente con la cima de una colina.

A usted se le ha nombrado miembro de la comisión encargada de investigar el accidente. Se le hace entrega de tres piezas de documentación:

- Los requisitos originales de diseño:  
“El aparato debe ser capaz de mantener una altura constante con exactitud, efectuar cambios de altitud en no más de 10 s y, durante dichos cambios, no deberá sobreoscilar más de un 5 % en torno a su nueva altura de vuelo.”
- La información del modelo proporcionada por el constructor del *drone*:  
“El subsistema de control de altitud responde al siguiente diagrama. Como se puede ver, existe un controlador de tipo PID ajustable por el usuario.”

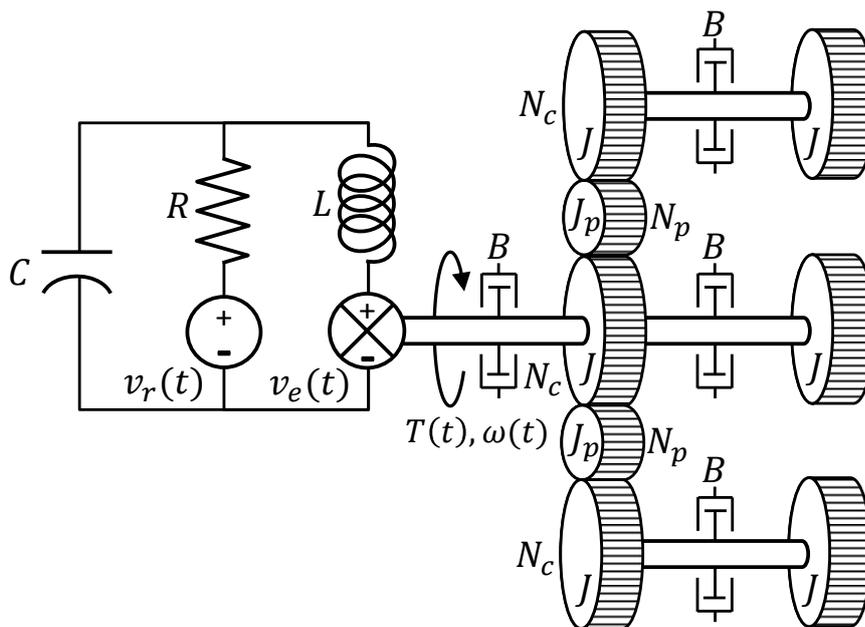


- Las notas de trabajo dejadas por el diseñador del PID, Mr. Carl Lamar, antes de ser arrojado a los leones:  
“He estudiado la función de transferencia y observo que la planta tiene una FdT de tipo 1, así que no hay problema para que mantenga la altura demandada. No voy a necesitar la acción integral del PID”.  
“He obtenido el lugar de las raíces y es incompatible con la zona válida de requisitos. Necesito el PD para esto. Aplico la condición de fase y, como no hay requisitos de error en permanente, uso una ganancia unitaria.”

Se pide que:

- Indique los errores que detecte en el razonamiento de su predecesor y cómo pueden haber influido en el accidente.
- Diseñe el PID para que el control de altitud cumpla con los requisitos originales.
- Calcule las constantes del PID obtenido.

3. (2,5 puntos) El sistema de propulsión de un carro de combate de juguete se ha esquematizado en el siguiente diagrama:



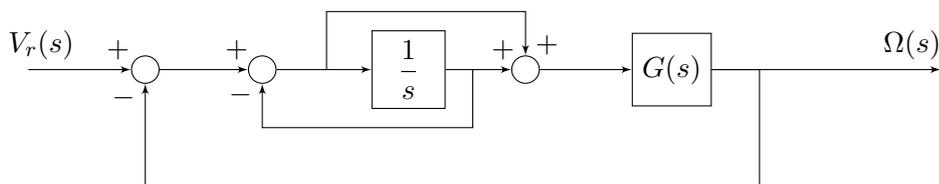
Se pide que:

- Etiquete sobre el circuito las intensidades y caídas de tensión necesarias.
- Escriba las ecuaciones diferenciales y de Laplace que modelan el sistema completo, nombrando las constantes de par y contraelectromotriz del motor como  $K_i$  y  $K_e$ , respectivamente.

Para unos ciertos valores de los componentes del sistema, salvo la resistencia, se obtiene la siguiente función de transferencia para la velocidad angular del eje del motor:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{V_r(s)} = \frac{1}{6Rs^3 + (4R + 6)s^2 + (7R + 4)s + (4R + 1)}$$

Posteriormente el modelo se integra en el siguiente esquema realimentado:



Se pide que, para el sistema realimentado:

- Simplifique la etapa que precede a  $G(s)$ .
- Calcule el valor de  $R$  para que el error ante una entrada de tipo escalón unitario sea igual a 0,9 rad/s.

4. (2,5 puntos, +0,1 cada acierto, -0,1 cada error) Marque todas las respuestas que considere correctas.

1. La respuesta de un sistema ante una entrada de tipo escalón exhibe sobrepasamiento previo a la convergencia pero su derivada en el origen es positiva (no tiene forma de  $S$ ). Por lo tanto:
  - a)  El sistema es inestable
  - b)  El sistema es de fase no mínima
  - c)  Ninguna de las otras
  - d)  El sistema puede tener ceros
2. En un sistema de segundo orden con  $\zeta = 1,1$  y con un cero:
  - a)  El grado relativo es cero
  - b)  El valor de la salida no sobrepasa nunca el valor final
  - c)  Hay mas ceros que polos
  - d)  El valor de la salida puede sobrepasar el valor final
3. Sea un sistema con realimentación negativa unitaria y FdT en la cadena directa  $G(s) = \frac{2}{3}$ . El valor final de la salida ante una entrada constante unitaria es:
  - a)   $2/5$
  - b)   $2/3$
  - c)  Este sistema no se puede realimentar
  - d)   $4/3$
4. El diagrama de fase de un cierto sistema cruza por  $-180^\circ$  tres veces y el diagrama de amplitud cruza por 0 dB una vez. Entonces en el sistema realimentado unitariamente:
  - a)  Se puede afirmar que es estable
  - b)  Se puede calcular el margen de fase
  - c)  Se puede calcular el margen de amplitud
  - d)  Se puede afirmar que es inestable
5. El lugar de las raíces de una FdT  $G(s)$  es:
  - a)  La representación de las raíces de la ecuación característica de la realimentación de  $G(s)$
  - b)  La gráfica del módulo y de la fase de la respuesta ante entrada sinusoidal
  - c)  La posición de los polos de la FdT complementaria a  $G(s)$
  - d)  La representación de las raíces de la ecuación característica de  $G(s)$
6. Un sistema de primer orden:
  - a)  Puede tener polos complejos
  - b)  Es siempre estable
  - c)  Ninguna de las otras
  - d)  Es estable si tiene al menos un cero
7. En una malla eléctrica que incluye un generador, una resistencia y un condensador:
  - a)  La tensión en los extremos del condensador tiene un comportamiento de segundo orden
  - b)  La suma de las caídas de tensión en el condensador y en la resistencia es nula
  - c)  La tensión final en los extremos del condensador es igual que la del generador
  - d)  La tensión en los extremos del condensador tiene un comportamiento de primer orden
8. Se quiere controlar en bucle cerrado la planta  $G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$  para cumplir con los requisitos  $T_{s98\%} = 4s$ ,  $S_{\%} = 20\%$  y error nulo ante escalón. Para ello:
  - a)  Hace falta una red de anticipo
  - b)  Solo hace falta un controlador proporcional
  - c)  Hace falta un PI
  - d)  Hace falta una red de retardo
9. Dada la planta  $G(s) = \frac{(s+4)(s-1)}{(s+1+3j)(s+1-3j)}$  el sistema realimentado al variar  $K$ :
  - a)  Puede tener dos polos iguales
  - b)  Es siempre inestable
  - c)  Es inestable para  $K = \infty$
  - d)  Es siempre estable
10. Dada la planta  $G(s) = \frac{1}{(s+2+3j)(s+2-4j)}$  se puede afirmar que:
  - a)  Es estable
  - b)  Es de primer orden
  - c)  Su respuesta ante un escalón es oscilatoria
  - d)  Esta planta no puede existir



## Transformada de Laplace

$$\mathcal{L}[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}} \quad \mathcal{L}[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad \mathcal{L}[\cos \omega t] = \frac{s}{s^2 + \omega^2} \quad \mathcal{L}[f(t-T)] = e^{-sT} F(s)$$

$$\mathcal{L}[e^{-at} f(t)] = F(s+a) \quad \mathcal{L}\left[\int_{0-}^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s} \quad \mathcal{L}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right] = s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0-)$$

## Sistemas de 2º orden básico

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad T_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad S_{\%} = 100 \times e^{-\pi \zeta \omega_n / \omega_d}$$

$$T_{s_{95\%}} \approx \frac{3}{\zeta \omega_n} \quad T_{s_{98\%}} \approx \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad \zeta = \frac{-\ln(S_{\%}/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(S_{\%}/100)}}$$

## Sistemas realimentados

$$e_{\text{escalón}}(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} \quad e_{\text{rampa}}(\infty) = \frac{1}{K_v} \quad e_{\text{parábola}}(\infty) = \frac{1}{K_a}$$

## Lugar de las raíces

$$\sigma_a = \frac{\sum \text{polos} - \sum \text{ceros}}{\# \text{polos} - \# \text{ceros}} \quad \theta_a = \frac{180(2k+1)}{\# \text{polos} - \# \text{ceros}}$$

$$\angle_{\text{salida/llegada}} = 180 - \sum \angle_{\text{sing. del mismo tipo}} + \sum \angle_{\text{sing. distinto tipo}}$$

## Diagramas de Bode

$$M_F = \arctan\left(\frac{2\zeta}{\sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2}}\right) \approx 100\zeta \quad \omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{1+4\zeta^4}-2\zeta^2} \quad \omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$M_P = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-2\zeta^2}} \quad \omega_{\text{BW}} = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2 + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

$$|G(j\omega_c)| = 1 = 0\text{dB}$$

$$M_F = 180 + \angle G(j\omega_c)$$

$$G_{\text{PID}}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

## Tablas de Ziegler-Nichols

### Primer método

Tipo	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$T/L$	$\infty$	0
PI	$0,9 \cdot T/L$	$L/0,3$	0
PID	$1,2 \cdot T/L$	$2L$	$0,5L$

### Segundo método

Tipo	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$0,5K_{cr}$	$\infty$	0
PI	$0,45K_{cr}$	$0,83T_{cr}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5T_{cr}$	$0,125T_{cr}$