1. Define de forma clara y precisa las distribuciones Ji-cuadrado y t-Student con n grados de libertad. ¿Cuanto vale la esperanza y la varianza para la Ji-cuadrado y la esperanza de la t-Student? .

2. Sea X una población normal de media μ y varianza σ^2. Ambas desconocidas. Se considera una muestra aleatoria simple de tamaño n. Encontrar la distribución del estadístico

$$\sqrt{n}\frac{\overline{X}-\mu}{S_{n-1}}$$

con $S_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ y $\overline{X}$ la media muestral.

3. Probar, a partir de la definición, que el estadístico $T(X_1, X_2, X_3) = X_1 + 2X_2 + X_3$ no es un estadístico suficiente para el parámetro θ de una distribución Binomial de parámetros $n = 1$ y $p = \theta$.

4. Sea X una variable aleatoria cuya función de densidad es de la forma

$$f_\theta(x) = c(\theta)\, h(x) \exp\left(\sum_{j=1}^{k} q_j(\theta)\, T_j(x)\right)$$

¿Bajo que condiciones el estadístico natural suficiente asociado a $f_\theta(x)$ es minimal suficiente?. Demuestralo.

5. ¿Qué se entiende por estimador Bayes?

6. Sea X una población con media $E[X] = \mu$ y $V[X] = \sigma^2$. Se considera el estimador

$$T(X_1, ..., X_n) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

¿Es un estimador insesgado? En caso de que no lo sea calcula su sesgo.

7. Sea T un estadístico suficiente y $S = f(T)$ con f función real. ¿Se puede afirmar que S es un ECUMV para alguna función $d(\theta)$.Justifica convenientemente la respuesta.

8. Indica cual es la distribución aproximada (distribución asintótica) del estimador de máxima verosimilitud, suponiendo que se verifican determinadas condiciones de regularidad.