5017 ELECTROMAGNETISMO Examen del 30 de mayo de 2012. Primera parte. Publicación de notas: 13 de junio de 2012.

Apellidos:______________________________ **Nombre:**____________________ **Matrícula:**______________

Ajuste su respuesta al espacio disponible y recuadre el resultado

1. Halle la capacidad de un condensador esférico de radios $R, 2R$ cuando entre sus placas se tiene un dieléctrico de permitividad ϵ.

   En el espacio entre placas, si Q es la carga del conductor interior, el campo eléctrico es

   $$\boldsymbol{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\boldsymbol{u}_r$$

   por lo que la diferencia de potencial es

   $$\Delta V = \int_R^{2R} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\mathrm{d}\,r = \left(-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}\right)_R^{2R}$$

   y la capacidad resulta $\boxed{C = 8\pi\epsilon_0 R}$

2. Determine la densidad volumínica de energía electrostática en un punto situado a una distancia r del centro de un conductor esférico de radio $R < r$ y con una carga total Q.

   El campo eléctrico es

   $$\boldsymbol{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\boldsymbol{u}_r$$

   con lo que la densidad de energía queda $u = \frac{\epsilon_0}{2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}$ $\boxed{u = \frac{Q^2}{32\pi^2\epsilon_0 r^4}}$

3. Determine la energía que debe aportar una fuente de intensidad que alimenta un circuito magnético lineal de reluctancia $\mathcal{R}$ para llevar el flujo magnético a través de la sección de dicho circuito desde un valor Φ_0 hasta Φ_1, ($|\Phi_1| > |\Phi_0|$) (desprecie pérdidas óhmicas o de histéresis).

   El trabajo elemental suministrado es

   $$P = NI\mathrm{d}\,\Phi = NI\mathrm{d}\,\frac{NI}{\mathcal{R}} = \mathrm{d}\,\frac{N^2I^2}{2\mathcal{R}}$$

   y por lo tanto la energía queda $\boxed{E = \frac{\mathcal{R}}{2}\left(\Phi_1^2 - \Phi_0^2\right)}$

4. La curva de imanación de un material magnético para el intervalo $|B| \leq B_0$ está dada por la expresión $H(B) = aB^3$. Determine la densidad de energía por unidad de volumen almacenada en dicho material cuando $B = B_1$ ($0 \leq B_1 \leq B_0$).

   Aplicamos la ecuación directamente

   $$u = \int_0^1 H\mathrm{d}\,B \Rightarrow \boxed{u = \frac{a}{4}B_1^4}$$

5. Se construye un circuito magnético con un tramo de longitud ℓ_C y sección S_C de un material C y un tramo en aire de longitud e y sección efectiva también S_C. El material C se encuentra previamente imantado y su comportamiento en el segundo cuadrante de la curva de histéresis (zona de desmagnetización) responde a la ecuación $B(H) = B_r - kH^2$ (k se supone conocida). Determine el valor de B_r si se conoce la intensidad magnética H_C en el material.

   Aplicamos la ley de Ampere: $H_C\ell_C + H_e e = 0 \Rightarrow H_C\ell_C + \frac{B}{\mu_0}e = 0$ con lo que

   $$B = -\mu_0 H_C\frac{\ell_C}{e} \Rightarrow \boxed{B_r = kH_C^2 - \mu_0 H_C\frac{\ell_C}{e}}$$

E.T.S.I.
Departamento de
Física Aplicada
a la Ingeniería
Industrial

6. Halle la circulación del potencial vector $\boldsymbol{A}$ de una inducción magnética $\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{k}$ a lo largo de la elipse $\left\{\begin{array}{rcl} \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} & = & 1 \\ z & = & 0 \end{array}\right.$ en sentido congruente con $\boldsymbol{k}$.

   Aplicamos el teorema de Stokes

$$\iint \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \oint \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell}$$

   con lo que $\boxed{\oint \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} = \pi a b B}$

7. Un conductor por el que circula una corriente I se devana N vueltas ($N \gg 1$) en torno a un núcleo tórico de sección circular. Halle el módulo de la intensidad del campo magnético ($|\boldsymbol{H}|$) en el centro de la sección, sabiendo que dicho centro se encuentra a una distancia d del eje de revolución del toro.

   Por la simetría de la distribución de corrientes sabemos que el campo es acimutal; aplicando el teorema de Ampere tenemos $\boxed{|\boldsymbol{H}| = \frac{NI}{2\pi d}}$

8. Se tiene un sistema de dos circuitos eléctricos: C_1, C_2, donde C_2 puede girar en torno a un eje fijo z y α es el ángulo asociado a dicha rotación. La matriz de inducción entre ambos circuitos es

$$M = \begin{pmatrix} L & K\cos\alpha \\ K\cos\alpha & L \end{pmatrix}$$

   donde $L = 10\,\mathrm{H}$, $K = 5\,\mathrm{H}$. Determine la energía almacenada en el campo electromagnético cuando las intensidades que circulan por ambos circuitos son de $1\,\mathrm{A}$ y $\alpha = \frac{\pi}{3}$ rad.

$$U = LI^2 + \frac{1}{2}KI^2 \Rightarrow \boxed{U = 12{,}5\,\mathrm{J}}$$

9. Halle el momento áxico en z de las fuerzas que el campo magnético ejerce sobre C_2 para el sistema de la cuestión anterior.

$$N_z = \frac{\partial U}{\partial \alpha} \Rightarrow \boxed{N_z = -5\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{N\,m}}$$

10. Determine el promedio temporal de la potencia por área transmitida (irradiancia) en una onda electromagnética circularmente polarizada cuando el campo eléctrico es

$$\boldsymbol{E}(x,y,z,t) = E_0[\cos(\omega t - \omega\frac{z}{c})\boldsymbol{i} + \mathrm{sen}(\omega t - \omega\frac{z}{c})\boldsymbol{j}]$$

   Cada componente contribuye con $\frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$ con lo que $\boxed{<\boldsymbol{S}>= \frac{E_0^2}{\mu_0 c}\boldsymbol{k}}$

E.T.S.I.I.
Departamento de
Física Aplicada
a la Ingeniería
Industrial