

Se permite utilizar un libro de fórmulas y tablas matemáticas. La puntuación máxima de cada pregunta es de 2,5 puntos. Hay que aprobar cada parte (cuestiones y problemas) por separado.

Cuestiones: conteste breve y razonadamente, ajustándose a las preguntas y explicando lo que haga.

Problemas: debe resolverlos, no sólo decir cómo se se podrían resolver, ni poner la solución, sino que **hay que resolverlos realmente, explicando con claridad los pasos y discutir los resultados**. Recuerde definir todas las variables que use y **explicar** las aproximaciones, la notación y las fórmulas que utilice.

No haga números hasta haber obtenido una expresión algebraica (estime entonces en órdenes de magnitud).

CUESTIONES

C1.- (a) Explique con claridad, pero sin hacer un desarrollo matemático, el modelo de electrones fuertemente ligados.

(b) En un sólido determinado, se sabe que a lo largo de una determinada dirección k_X del espacio recíproco la relación de dispersión para la banda de conducción es

$$\varepsilon(k_X) = A + B |\sin(k_X a)|,$$

donde a es el parámetro de red.

Calcular la masa efectiva de los electrones en las cercanías del mínimo de la banda y establecer una relación entre ella y la anchura de la banda.

C2.- Haga una breve discusión de la conductividad eléctrica de un metal dentro del modelo de Drude–Sommerfeld, explicando los mecanismos responsables de la misma, las bases del modelo físico que se usa para aproximar el metal, la expresión de la conductividad, etc.

PROBLEMAS

P1.- Consideremos una estructura tipo cloruro de cesio como si fuera un empaquetamiento de esferas duras, de modo que las esferas se tocan con las vecinas más próximas.

El radio de los iones que se sitúan en las posiciones correspondientes al Cl^- es a , mientras que el radio de los iones que están en las posiciones de Cs^+ es b .

(a) Calcule la fracción de ocupación de este empaquetamiento, dividiendo el volumen que ocupan las esferas duras por el volumen total de la celda unidad.

(b) Compruebe qué sucede cuando $a = b$, ¿qué situación se tiene en ese caso?

P2.- Se estudia la propagación de los modos longitudinales a lo largo de la dirección $[111]$ de la estructura del NaCl.

Llamamos d a la distancia interplanar entre los planos perpendiculares a esa dirección que, alternadamente, tienen sólo iones de Na^+ e iones de Cl^- (véase la figura).

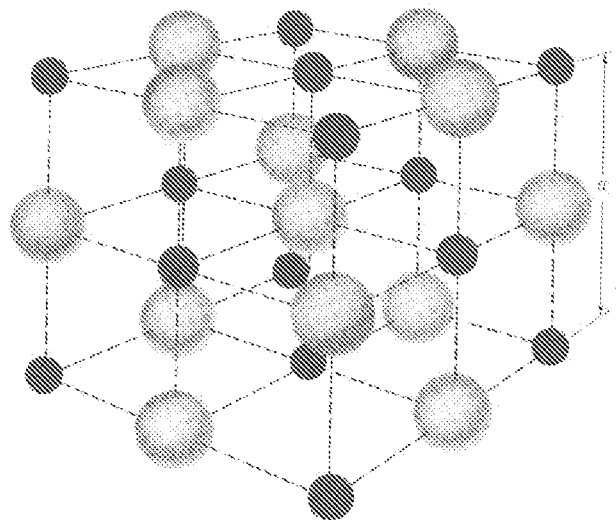
Podemos, pues, suponer que la dinámica de los modos puede describirse utilizando dos iones, uno que simula un plano de iones con masa M_1 y otro un plano de iones con masa M_2 , y utilizando constantes de fuerza K iguales entre los planos.

Usando la aproximación de primeros vecinos, se pide:

(a) Escribir la ecuación de movimiento de los planos.

(b) Solucionar la ecuación de movimiento y encontrar la ecuación que nos permitiría calcular la relación de dispersión $\omega^2(k)$ de los modos.

(c) Estudiar el comportamiento de $\omega^2(k)$ en los límites $k \rightarrow 0$ y $k \rightarrow \pi/d$.



Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s, $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, $R_\infty = 109737$ cm $^{-1}$, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, $N_A = 60,2 \times 10^{22}$ mol $^{-1}$, $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ J K $^{-1}$, 1 eV = $1,6 \times 10^{-19}$ J, $\mu_b = e\hbar/(2m_e) = 9,27 \times 10^{-24}$ J T $^{-1}$, $c = 3 \times 10^8$ m s $^{-1}$, $a_o = 4\pi\epsilon_o\hbar^2/me^2 \simeq 0,52$ Å, $1/(4\pi\epsilon_o) = 9 \times 10^9$ m 3 kg s $^{-2}$ C $^{-2}$, $\lambda_C = h/(m_e c) = 0,024$ Å.