



Apellidos		Grupo	
Nombre		Hora de entrega	

Normas generales:

- No se permite ningún dispositivo electrónico: calculadoras, móviles, etc.
- Toda afirmación debe ser **justificada**.
- Se puede abandonar el aula **15 m.** después del comienzo del examen.
- Este control corresponde a un 30% de la nota de evaluación continua.

Problema 1 (1.5 puntos)

- a) Se dispone de 32 imágenes distintas para completar 3 posters, P_1 , P_2 y P_3 , en los que sólo caben 12, 10 y 8 imágenes respectivamente. Por lo tanto se deben desechar 2 de ellas. ¿De cuántas maneras se pueden completar los posters?

Nota: en el resultado final se aceptan solamente factoriales $p!$ o coeficientes binomiales $\binom{n}{k}$.

- b) Resolver la recurrencia $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} + 2 \cdot 3^{n-1}$ para $n \geq 2$ y con las condiciones iniciales $a_0 = 1/5$ y $a_1 = 6$.

Problema 2 (1.5 puntos)

- c) Sea el conjunto $A = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 10^6\}$. En él definimos la relación binaria \mathcal{R} , tal que para todo $a, b \in A$,

$$a\mathcal{R}b \quad \Leftrightarrow \quad a - b = 10k \quad k \in \mathbb{Z}$$

Demostrar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia. Calcular las clases de equivalencia. Encontrar el conjunto cociente A/\mathcal{R} y decir razonadamente cuántos elementos tiene.

- d) En el conjunto $D = \{1, 2, 4, 5, 10, 15, 20, 40, 150, 300\}$ se define la relación de orden \preceq , tal que para todo $a, b \in D$, $a \preceq b \Leftrightarrow a \mid b$.

Encontrar el diagrama de Hasse asociado. Encontrar (si existen) los elementos maximales, minimales, máximo y mínimo de D . Decir si (D, \mid) es un retículo o no.
