1. Una estación de radio emite una con una potencia de 100 kW a una frecuencia de 90 MHz desde una antena en lo alto de una colina que se encuentra a unos 20 km de un oyente.
   (a) (2 puntos) ¿Cómo se relacionan la irradiancia de la onda electromagnética y el vector de Poynting?
   (b) (2 puntos) ¿Cómo depende la potencia radiada de la antena con la distancia a la misma?
   (c) (6 puntos) Obtenga una estimación del valor máximo del campo eléctrico que incide sobre el oyente debido a esta emisión.

   Datos: Permitividad eléctrica del vacío: $\epsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m

Solución:

(a) Primero, sabemos que la intensidad, flujo de potencia o irradiancia, de la onda electromagnética viene dada por el módulo promediado del vector de Poynting, **S**, igual a:

$$I = \langle |\mathbf{S}| \rangle = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2$$

(b) La potencia radiada es:

$$P = (4\pi R^2) I$$

donde R es la distancia a la que se encuentra el oyente de la colina.

(c) Usando las expresiones de los dos apartados anteriores:

$$P = (2\pi R^2)\epsilon_0 c E_0^2$$

Despejando el valor de la amplitud del campo eléctrico:

$$E = \left(\frac{P}{2\pi\epsilon_0 c R^2}\right)^{1/2}$$

Sustituyendo valores se obtiene que:

$$E_0 = \left(\frac{10^5}{2\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^8 \times (2 \times 10^4)^2}\right)^{1/2} = 0{,}12 \text{ V/m}$$

2. Un estudiante de violín practica de lunes a jueves de 17:00h a 20:00h. En la casa del vecino el sonido llega con un nivel de 22 dB. Las ordenanzas municipales estipulan que, en el periodo comprendido entre las 16:00h y 00:00h (8 horas), el nivel de presión

sonora continuo equivalente doméstico que se filtra a otras viviendas, L_{Aeq}, no puede superar los 20 dB y, además, que no se pueden superar los 35 dB de nivel mantenido.

(a) (3 puntos) ¿Cumple el violinista con la normativa relacionada con el nivel equivalente en la casa de su vecino? Razone la respuesta.

(b) (4 puntos) El viernes, el violinista se reúne con su cuarteto (otro violín, viola y violonchelo) en su casa. Todos los instrumentos suenan con un nivel similar pero, como la viola es más grave, su sonido se filtra mejor a la casa del vecino y añade 3 dB de nivel. Por la misma razón, el violonchelo añade 6 dB. ¿Supera el conjunto de instrumentos el límite establecido para el máximo de nivel mantenido en casa del vecino? Razone la respuesta.

(c) (3 puntos) El cuarteto ensaya de 18:00h a 19:30h. ¿Superan el nivel continuo equivalente establecido? Razone la respuesta.

Solución:

Los ensayos del violinista ocurren dentro del periodo referido por la legislación que abarca 8 horas. Sus ensayos duran 3 horas por lo que el nivel equivalente es:

$$L_{\mathrm{Aeq}} = 10\log\left(\frac{3}{8}\times 10^{L_{\mathrm{violin}}/10}\right) = L_{\mathrm{violin}} + 10\log\left(\frac{3}{8}\right) = 17{,}7\,\mathrm{dB}$$

que es inferior a los 20 dB que marca la normativa municipal.

Para ver el nivel del conjunto hay que tomar la suma energética de todos instrumentos. Hay que tener en cuenta que los cuatro instrumentos suenan con un nivel de 22 dB excepto la viola, que suena con 3 dB añadidos, $L_{\mathrm{viola}} = 22+3 = 25$ dB, y el violonchelo que suena con 6 dB añadidos $L_{\mathrm{violonchelo}} = 22+6 = 28$ dB:

$$\begin{aligned} L_{\mathrm{cuarteto}} &= L_{\mathrm{violin}} \otimes L_{\mathrm{violin}} \otimes L_{\mathrm{viola}} \otimes L_{\mathrm{violonchelo}} \\ &= 10\log\left(10^{2,2} + 10^{2,2} + 10^{2,5} + 10^{2,8}\right) = 31\,\mathrm{dB} \end{aligned}$$

El resultado es inferior al límite de 35 dB que indica la normativa.

Ahora calculamos el nivel equivalente del cuarteto para el periodo vespertino de 8 horas al que hace alusión la normativa, teniendo en cuenta que en ese periodo sólo están ensayando una hora y media:

$$L_{\mathrm{Aeq}} = 10\log\left(\frac{1{,}5}{8}\times 10^{L_{\mathrm{cuarteto}}/10}\right) = L_{\mathrm{cuarteto}} + 10\log\left(\frac{1{,}5}{8}\right) = 23{,}7\,\mathrm{dB}$$

que es superior a los 20 dB a que limita la normativa. Por tanto, si el cuarteto quiere seguir ensayando en casa del violinista, deberían acondicionar acústicamente la habitación donde ensayan para no molestar al vecino.

3. Conteste a las siguientes cuestiones de manera razonada:
   (a) (2 puntos) ¿Qué es periodo de semidesintegración de una muestra radiactiva?
   (b) (1 punto) ¿Qué es el periodo biológico?¿Y el periodo efectivo?

   El I^{131} tiene varias aplicaciones en medicina nuclear y también es uno de los principales productos de fisión del uranio. Un trabajador de una central nuclear sufre una contaminación accidental e incorpora a su organismo 0,08 μg de I^{131} ($T_{1/2} = 8{,}02$ días). Cuando han transcurrido 30 días se comprueba que aún tiene en su interior 0,005 μg de I^{131}

   (c) (4 puntos) ¿Cuál es el periodo efectivo del I^{131}?
   (d) (1 punto) ¿Y su periodo biológico?
   (e) (2 puntos) ¿Qué actividad de I^{131} incorporó a su organismo inicialmente?

   Dato: $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}

Solución:

a.) El periodo de semidesintegración de una muestra radiactiva es el intervalo de tiempo requerido para que el número inicial de átomos radiactivos de una muestra se reduzca a la mitad.

b.) El periodo biológico es el periodo de eliminación biológica en el organismo de una muestra radiactiva. El periodo efectivo tiene en cuenta el decaimiento físico (radiactivo) y la eliminación biológica de una muestra radiactiva.

c.) Cuando una sustancia radiactiva se encuentra dentro del organismo, su variación se hará con la constante de desintegración efectiva, λ_{ef}

$$N = N_0 e^{-\lambda_{ef} t}$$

Como, en general, $N = \dfrac{m \times N_A}{P_{at}}$

$$\frac{m \times N_A}{P_{at}} = \frac{m_0 \times N_A}{P_{at}} e^{-\lambda_{ef} t} \Rightarrow m = m_0 e^{-\lambda_{ef} t}$$

Sustituyendo los datos del enunciado y despejando

$$0{,}005 = 0{,}08 e^{-\lambda_{ef} \times 30} \Rightarrow \lambda_{ef} = \frac{\ln \frac{0{,}08}{0{,}005}}{30} = 0{,}092 \text{ días}^{-1}$$

La relación del periodo efectivo, T_{ef}, y la constante de desintegración efectiva, λ_{ef}, es

$$T_{ef} = \frac{\ln 2}{\lambda_{ef}} = \frac{\ln 2}{0{,}092} = \boxed{7{,}53 \text{ días}}$$

d.) La relación entre los distintos periodos, radiactivo, biológico y efectivo es

$$\frac{1}{T_{ef}} = \frac{1}{T_{bio}} + \frac{1}{T_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{T_{bio}} = \frac{1}{T_{ef}} - \frac{1}{T_{1/2}} = \frac{1}{7{,}53} - \frac{1}{8{,}02} = 8{,}1 \times 10^{-3} \text{ días}^{-1}$$

$$T_{bio} = \frac{1}{8{,}1 \times 10^{-3}} = \boxed{123{,}2 \text{ días}}$$

e.) Para obtener la actividad que se incorporó inicialmente sólo hay que tener en cuenta el periodo radiactivo (aún no hay eliminación biológica)

$$A_0 = \lambda \times N_0$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{8{,}02 \times 24 \times 60 \times 60} = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{m_0 N_A}{P_{at}} = \frac{0{,}08 \times 10^{-6} \times 6{,}022 \times 10^{23}}{131} = 3{,}68 \times 10^{14} \text{ núcleos de I}^{131} \text{ iniciales}$$

$$A_0 = 10^{-6} \times 3{,}68 \times 10^{14} = 368 \times 10^{6} \text{ Bq} = \boxed{368 \text{ MBq}}$$