Problema 1. La velocidad de la onda electromagnética en un determinado medio viene dada por la expresión:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

donde $\mu = \kappa_\mu \mu_0$ y $\epsilon = \kappa\epsilon_0$, κ_μ es la permeabilidad magnética y κ es la constante dielétrica del material. Si el medio en el que viaja la onda tiene una constante dieléctrica igual a 3,5 y una permeabilidad magnética igual a 1,2, ¿cuál será la velocidad de la onda dentro de ese material?

Solución:

Sabiendo que la velocidad de la luz es $c = 3 \times 10^8\,\text{m/s} = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$, se obtiene que:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\kappa\kappa_\mu}}\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{3{,}5 \times 1{,}2}} \times 3 \times 10^8 = 1{,}5 \times 10^8\text{m/s}$$

Problema 2. Una carretera pasa cerca de un conjunto residencial y el elevado tráfico de la vía molesta a los vecinos, los cuales quieren instalar una pantalla acústica. La vía tiene un límite de velocidad de 60 km/h. Un estudio técnico determina que la fuente del ruido proviene del motor de los vehículos y del rozamiento de las ruedas sobre el asfalto.

Este estudio técnico ha medido que, para el motor del vehículo, con velocidades entre 20 km/h y 100 km/h y promediando entre distintos tipos de vehículos y régimenes de marchas más habituales, el nivel sonoro, L_{mot}, se sitúa en una banda de entre 40 dB y 45 dB.

Para el ruido proveniente de la rodadura se ha determinado empíricamente que, dadas las características del asfaltado, y en el régimen de velocidades entre 20 km/h y 100 km/h, existe una relación lineal entre la máxima amplitud de presión sonora medida en el conjunto residencial y la velocidad del vehículo, de forma que $P_{\text{rod}} = 100 + 70V$, donde V es la velocidad, medida en km/h, y el resultado está dado en μPa.

El objetivo es bajar de los 30 dB de nivel sonoro en el peor escenario.

(a) Tabular los valores de amplitud de presión sonora por rodadura (P_{rod}), nivel sonoro por rodadura, (L_{rod}) y nivel sonoro total ($L_{\text{total}} = L_{\text{mot}} \oplus L_{\text{rod}}$) para las velocidades 20, 40, 60, 80 y 100 km/h. Razonar los pasos que se dan (5 ptos)

(b) La pantalla acústica atenúa 20 dB. ¿Es suficiente para garantizar el objetivo de nivel sonoro suponiendo que todo el tráfico respete la limitación de velocidad de la vía? Razonar la respuesta. (3 ptos)

(c) Suponiendo que una fracción apreciable del tráfico no respeta la velocidad máxima circulando a 80 km/h, ¿garantiza la pantalla acústica el cumplimiento del objetivo de nivel sonoro? Razonar la respuesta. (2 ptos)

Ayuda: $L_p = 20 \log \frac{P}{P_0}$, con $P_0 = 20\,\mu$Pa; $L_{\text{total}} = 10 \log \sum_{i=1}^{n} 10^{L_i/10}$

Solución:

Para obtener P_{rod} simplemente aplicamos la fórmula empírica para cada velocidad: $P_{\text{rod}} = 100 + 70V$; el resultado lo obtenemos directamente en μPa. El nivel sonoro lo obtenemos aplicando la fórmula de L_p para las presiones obtenidas.

El nivel sonoro total es la suma $\oplus$ de los niveles del motor y el correspondiente en la tabla de la rodadura. Como nos piden el peor escenario, usamos $L_{\text{mot}} = 45$ dB.

La tabla es la siguiente

V (km/h)	P_{rod} (μPa)	L_{rod} (dB)	L_{total} (dB)
20	1500	37,5	45,7
40	2900	43,2	47,2
60	4300	46,6	48,9
80	5700	49,1	50,5
100	7100	51,0	52,0

A 60 km/h el nivel de ruido combinado del motor y la rodadura es 48,9 dB. Usando la pantalla acústica de 20 dB de atenuación lo reduciríamos a $48{,}9 - 20 = 28{,}9$ decibelios, que es menor que nuestro objetivo y por tanto aceptable.

A 80 km/h, sin embargo, tenemos 50,2 dB, por lo que tras la atenuación nos quedan 30,2 decibelios que está por encima de nuestro objetivo.

Problema 3. El Na^{22} con $T_{1/2} = 2,6$ años es un radionucleido natural.

(a) ¿Cómo es posible que siendo su $T_{1/2}$ menor que la edad de la tierra sea emisor natural? ¿Qué tipo de radionucleido natural es? (3 ptos)

(b) Se ha fabricado un producto salino que en el momento de fabricación tenía 0,01 mg de Na^{22}. Al cabo de un tiempo se ha medido la actividad del producto obteniéndose 0,04 Ci. ¿Cuánto tiempo ha transcurrido desde que se fabricó el producto hasta que se midió? (7 ptos)

Ayuda: $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$

Solución:

a.) El Na^{22} puede ser un emisor de origen natural aunque su periodo de semidesintegración es menor que la edad de la tierra por que es un radionucleido cosmogénico, es decir se está formando por la interacción de la radiación cósmica con núcleos de la atmósfera que se transforman en sustancias radiactivas. La radiación cósmica está formada por partículas de origen extraterrestre de gran energía.

b.) Se debe explicar la ley de desintegración radiactiva

$$N = N_o e^{-\lambda t} \tag{1}$$

Donde N_o es la cantidad de núcleos que hay al principio y N cuando haya transcurrido un tiempo t

$$N_o = \frac{m \times N_A}{m_a} = \frac{0{,}01 \times 10^{-3} \times 6,022 \times 10^{23}}{22} =$$

$$= 2{,}74 \times 10^{17} \text{ núcleos iniciales de Na}^{22}$$

Se sabe que $A = \lambda N$,
donde $A = 0{,}04$ Ci $= 0{,}04 \times 3{,}7 \times 10^{10}$ Bq $= 1{,}48 \times 10^{9}$ Bq y

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{2{,}6} = 0{,}27 \text{ años}^{-1}$$
$$= \frac{0{,}27}{365 \times 24 \times 60 \times 60}\ \mathrm{s}^{-1} = 8{,}56 \times 10^{-9}\ \mathrm{s}^{-1}$$

Por lo que:

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{1{,}48 \times 10^{9}}{8{,}56 \times 10^{-9}} = 1{,}73 \times 10^{17} \text{ núcleos de Na}^{22}$$

Despejando t en la expresión (1) y sustituyendo (se sustituye λ en años^{-1} para que t salga directamente en años)

$$t = \frac{\ln(N_o/N)}{\lambda} = \frac{\ln \frac{2{,}74 \times 10^{17}}{1{,}73 \times 10^{17}}}{0{,}27} = \boxed{1{,}7 \text{ años}}$$