1. Sea una onda electromagnética plana que viaja en la dirección x en el vacío. Sabemos entonces que los campos magnético y eléctrico asociados a la misma viajan en el plano yz.
   (a) (2 puntos) ¿Estos dos campos son paralelos o perpendiculares?
   (b) (4 puntos) Si el campo eléctrico de la onda tiene un valor de 1,5 V/m y se propaga en la dirección y ¿cuál será la amplitud y la dirección del campo magnético?
   (c) (4 puntos) Bajo las mismas condiciones de la pregunta anterior, ¿cuál será la amplitud y la dirección del campo magnético si la onda viajase en la dirección $-x$?

Solución:

(a) Perpendiculares.

(b) La amplitud del campo magnético viene dada por:

$$B_0 = \frac{E_0}{c}$$

De donde obtenemos que $B_0 = (1{,}5\ \mathrm{V/m})/(3 \times 10^8 \mathrm{m/s}) = 5 \times 10^{-9}$ T. La dirección del campo magnético será en la dirección z.

(c) De nuevo $B_0 = 5 \times 10^{-9}$ T. La dirección en este caso es $-z$

2. Una discoteca está situada en los bajos de un edificio y ha recibido la denuncia de un vecino por exceso de ruido. Los dueños de la discoteca han reforzado el aislamiento acústico y ahora el ruido se filtra a la vivienda del vecino según el siguiente coeficiente de transmisión:

$$\mathcal{T} = \frac{4 \times 10^{-3}}{f^2}$$

donde f es la frecuencia expresada en Hz.

   (a) (3 puntos) Calcular el coeficiente de transmisión entre la discoteca y la vivienda para las frecuencias de 200 Hz, 500 Hz y 1 kHz. Calcular la atenuación correspondiente en dB para cada frecuencia.

La discoteca abre a las 23:00h y cierra a las 3:00h del día siguiente. Para el periodo nocturno (23:00h - 7:00h) el Ayuntamiento de la localidad ha establecido un nivel continuo equivalente máximo de 20 dB.

   (b) (3 puntos) Si el sonido en el interior de la discoteca alcanza el nivel de 100 dB (en cualquier frecuencia audible), ¿cumple con la normativa el nuevo aislamiento acústico en alguna de las tres frecuencias anteriores? Justificar y razonar la respuesta.

(c) (4 puntos) Si la normativa estuviera dictada en términos de nivel ponderado tipo A (dBA), ¿estaría este aislamiento homologado para las frecuencias que estamos considerando? Justificar y razonar la respuesta. Ayuda: la fórmula del filtro de ponderación A es:

$$A = -125{,}42 + 74{,}185 \log f - 10{,}814 (\log f)^2$$

Solución:

(a) Aplicamos la fórmula que nos da $\mathcal{T}$ en cada frecuencia:

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}(200) &= \frac{4 \times 10^{-3}}{200^2} = 10^{-7} \\
\mathcal{T}(500) &= \frac{4 \times 10^{-3}}{500^2} = 1{,}6 \times 10^{-8} \\
\mathcal{T}(1000) &= \frac{4 \times 10^{-3}}{1000^2} = 4 \times 10^{-9}
\end{aligned}$$

expresado en términos de niveles, $10 \log \mathcal{T}$:

$$\begin{aligned}
10 \log \mathcal{T}(200) &= -70\,\text{dB} \\
10 \log \mathcal{T}(500) &= -78\,\text{dB} \\
10 \log \mathcal{T}(1000) &= -84\,\text{dB}
\end{aligned}$$

(b) Primero calculamos el nivel que llega a la vivienda en cada frecuencia:

$$\begin{aligned}
L(200) &= L_o + 10 \log \mathcal{T}(200) = 100 - 70 = 30\,\text{dB} \\
L(500) &= L_o + 10 \log \mathcal{T}(500) = 100 - 78 = 22\,\text{dB} \\
L(200) &= L_o + 10 \log \mathcal{T}(200) = 100 - 84 = 16\,\text{dB}
\end{aligned}$$

Y ahora calculamos el nivel equivalente para el periodo nocturno de 8 horas. Como la discoteca tiene actividad durante 4 horas de ese periodo:

$$L_{\text{eq}} = 10 \log \left(\frac{1}{8} 4 \times 10^{L/10} \right) = L + 10 \log(0{,}5) = L - 3$$

Aplicándolo a cada frecuencia:

$$\begin{aligned}
L_{\text{eq}}(200) &= L(200) - 3 = 27\,\text{dB} \\
L_{\text{eq}}(500) &= L(500) - 3 = 19\,\text{dB} \\
L_{\text{eq}}(1000) &= L(1000) - 3 = 13\,\text{dB}
\end{aligned}$$

Por tanto, aunque en las frecuencias de 500 Hz y 1 kHz el aislamiento es correcto, no lo es para la frecuencia de 200 Hz.

(c) Ahora veremos el efecto de la ponderación tipo A. Aplicando la fórmula del filtro para cada frecuencia del problema tenemos:

$$\begin{aligned} A(200) &= -125{,}42 + 74{,}185 \log(200) - 10{,}814 \log^2(200) = -12 \\ A(500) &= -125{,}42 + 74{,}185 \log(500) - 10{,}814 \log^2(500) = -4 \\ A(1000) &= -125{,}42 + 74{,}185 \log(1000) - 10{,}814 \log^2(1000) = 0 \end{aligned}$$

Ahora aplicamos el resultado del filtro, $L_{\mathrm{Aeq}} = L_{\mathrm{eq}} + A$:

$$\begin{aligned} L_{\mathrm{Aeq}}(200) &= L_{\mathrm{eq}}(200) + A(200) = 15\,\mathrm{dBA} \\ L_{\mathrm{Aeq}}(500) &= L_{\mathrm{eq}}(500) + A(500) = 15\,\mathrm{dBA} \\ L_{\mathrm{Aeq}}(1000) &= L_{\mathrm{eq}}(1000) + A(1000) = 13\,\mathrm{dBA} \end{aligned}$$

Por tanto, el aislamiento de la discoteca es adecuado en todas las frecuencias en términos de dBA.

3. Una caja contiene una aleación compuesta de dos metales, A y B, que tenían igual masa cuando se selló la caja. Estos metales son radiactivos con periodos de semidesintegración de 12 años y 18 años respectivamente. Cuando se abrió el contenedor quedaban 0,53 kg de A y 2,20 kg de B.
   (a) (2 puntos) ¿Qué es el periodo de semidesintegración de una muestra radiactiva?
   (b) (1 punto) ¿Cuál será la vida media de cada uno de los metales radiactivos?
   (c) (1 punto) ¿Cuál será la constante de desintegración radiactiva de cada uno de ellos?
   (d) (6 puntos) Calcule el tiempo que transcurrió desde que se cerró el contenedor hasta que se abrió.

Solución:

(a) El periodo de semidesintegración de una muestra radiactiva, $T_{1/2}$, es por definición el intervalo de tiempo requerido para que el número inicial de átomos radiactivos de la muestra se reduzca a la mitad.

(b) La relación entre el periodo de semidesintegración y la vida media, τ, es la siguiente:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$$

Por lo que aplicando la expresión anterior a los dos metales se obtiene:

- Para A

$$\tau_A = \frac{T_{1/2}(A)}{\ln 2} = \frac{12}{\ln 2} = 17{,}31 \text{ años}$$

- Para B

$$\tau_B = \frac{T_{1/2}(B)}{\ln 2} = \frac{18}{\ln 2} = 25{,}97 \text{ años}$$

(c) La relación entre el periodo de semidesintegración y la constante de desintegración, λ, es la siguiente:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Por lo que aplicando la expresión anterior a los dos metales se obtiene:

- Para A

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}(A)} = \frac{\ln 2}{12} = 0{,}058 \text{ años}^{-1}$$

- Para B

$$\tau_B = \frac{\ln 2}{T_{1/2}(B)} = \frac{\ln 2}{18} = 0{,}038 \text{ años}^{-1}$$

(d) Según la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Donde N es el número de nucleos radiactivos que quedan después de un tiempo t y N_0 el número de núcleos radiactivos en el instante inicial. La relación entre el número de núcleos y la masa, m, es:

$$N = \frac{m \times N_A}{A}$$

Siendo N_A el número de Avogadro y A el número másico.

Aplicando las expresiones anteriores y simplificando,

$$\frac{m \times N_A}{A} = \frac{m_0 \times N_A}{A} e^{-\lambda t} \Rightarrow m = m_0 e^{-\lambda t}$$

La expresión anterior relaciona la masa que queda después de un tiempo t, m, con la masa inicial, m_0 . Utilizando esa expresión para cada uno de los materiales:

$$m_A = m_{0,A} e^{-\lambda_A t}$$

$$m_B = m_{0,B} e^{-\lambda_B t}$$

Dividiendo una expresión entre otra:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{m_{0,A}}{m_{0,B}} e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}$$

Del enunciado sabemos que $m_{0,A} = m_{0,B}$, por lo que queda

$$\frac{m_A}{m_B} = e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}$$

Despejando t y sustituyendo los datos

$$t = \frac{\ln \frac{m_A}{m_B}}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{\ln \frac{0{,}53}{2{,}20}}{0{,}038 - 0{,}058} = \boxed{71{,}17 \text{ años}}$$