DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA Y MÉTODOS INFORMÁTICOS

TITULACIÓN: Ingeniero Geólogo; **ASIGNATURA**: Análisis Numérico.

2º EXAMEN PARCIAL (29 de junio de 2013; 16h.) **DURACIÓN**: 2h. 15 m.

***PUBLICACIÓN DE NOTAS**: 31 de junio de 2013 (en la página web de la asignatura en el Campus Virtual de la UPM y en el tablón de anuncios del DMAMI).*

***REVISIÓN**: 4 de junio de 2013 de 11:00 a 13:00 (en la planta 7ª del edificio M3, despacho 726).*

Ejercicio 1

Se considera el problema de contorno

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} + 2\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} - 0.5\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = x^2, & x \in]0,2[, \\ u'(0,t) = 1, u(2,t) = 2, & t > 0, \\ u(x,0) = 2x, & x \in]0,2[. \end{cases}$$

$u'(0,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(0,t)$

Sobre el intervalo [0,2] se realiza una subdivisión en 3 subintervalos iguales. Como incremento temporal se considera: $\Delta t=0.5$.

Obtened la expresión general de un esquema en diferencias finitas tipo EULER IMPLÍCITO llegando a escribir el sistema de ecuaciones resultante. La derivada segunda se aproximará mediante una fórmula centrada, mientras que la derivada primera espacial se aproximará mediante un esquema descentrado según el signo de la velocidad de convección. *(2 puntos)*

Ejercicio 2

Dado el problema de contorno

$$\begin{cases} -(xu'(x))' + u(x) = 5\delta(x-1.2), & x \in]-1,1[\\ u(-1) = 1, u(1) = 2 \end{cases}$$

A) **Realizad** la formulación variacional y la aproximación de la formulación variacional. *(0.5 puntos)*

B) **Resolved** el problema de contorno mediante el método de elementos finitos empleando para ello dos elementos finitos iguales tipo P1 (elementos de 2 nodos). *(2.5 puntos)*

Miércoles 22 tarde

1630 – 1800

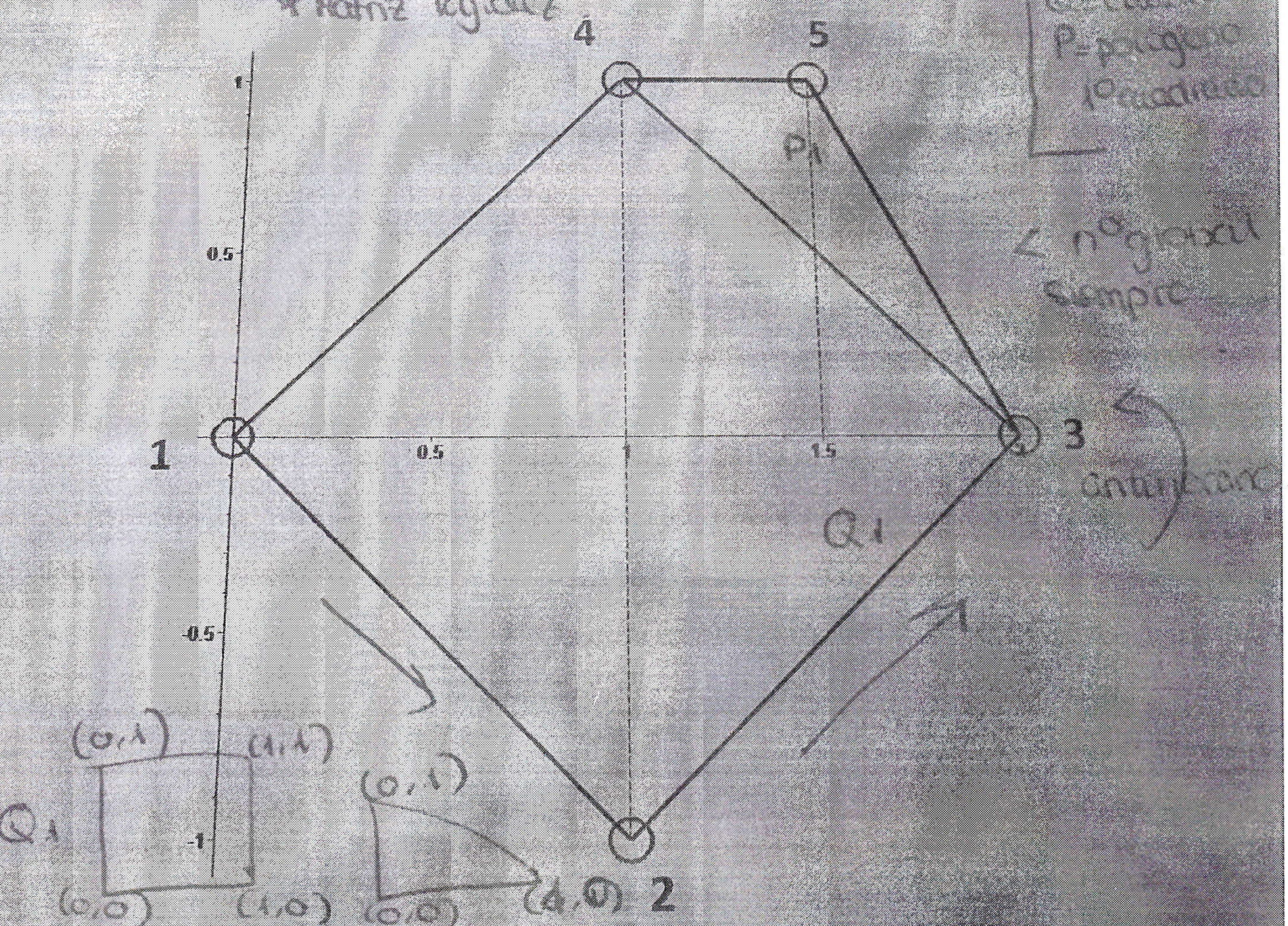
Ejercicio 3

Dado el problema de contorno

$$\begin{cases} -3\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=x+y, & (x,y)\in\Omega \\ u=2, \text{en } \Gamma \end{cases}$$

Sobre el dominio Ω se realiza el mallado que se observa en la figura, formado por dos elementos finitos, uno de tipo Q1 y otro de tipo P1. La numeración global de los nodos así como sus coordenadas aparecen en la figura. La numeración local en cada elemento comenzará en el nodo de menor número global. **Obtened** el elemento que ocupa la posición (3,4) en la matriz de rigidez global, así como el que ocupa la posición 3ª en el vector de cargas global SIN IMPONER las condiciones de contorno.

* Matriz rigidez



Como elementos de referencia se emplearán el cuadrado de nodos {(0,0),(1,0),(1,1),(0,1)} y el triángulo de nodos {(0,0),(1,0),(0,1)}. Las integrales se aproximarán mediante:

Elemento Q1: $\int_{\hat{e}} z(\xi,\eta)\,d\xi d\eta \approx z\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$; Elemento P1: $\int_{\hat{e}} z(\xi,\eta)\,d\xi d\eta \approx \dfrac{1}{2} z\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3}\right)$

(5 puntos)