RESOLUCIÓN POSIBLE para la Segunda Parte

1) El teorema de Gauss proporciona la misma expresión en las tres zonas indicadas, es decir $D_1 = D_2 = D_3 = D$

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} u_r \qquad (a < r < 4a)$$

2) Pasando al campo eléctrico mediante $D = \varepsilon_0 E$ en las zonas 1 y 3, y $D = \varepsilon E = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$ en la zona 3, resulta

$$E_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (a < r < 2a)$$

$$\boldsymbol{E}_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (a < r < 2a) \qquad \boldsymbol{E}_2 = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (2a < r < 3a) \qquad \boldsymbol{E}_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (3a < r < 4a)$$

$$E_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (3a < r < 4a)$$

3) El potencial se obtiene del campo eléctrico mediante $E = -\operatorname{grad} V$, que se concreta en $E = -\frac{\mathrm{d} V}{\mathrm{d} r}$ por lo que resulta en cada zona

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K_1$$
 $V_2 = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 r} + K_2$ $V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K_3$

Imponiendo la continuidad del potencial en las fronteras de las tres zonas, se obtiene

$$V_1 = V_{\rm A} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right)$$

$$V_1 = V_{\mathcal{A}} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right)$$

$$V_2 = V_{\mathcal{A}} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{3}{4a} - \frac{1}{2r} \right)$$

$$V_3 = V_{\mathcal{A}} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{11}{12a} - \frac{1}{r} \right)$$

$$V_3 = V_{\mathcal{A}} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{11}{12a} - \frac{1}{r} \right)$$

4) El potencial de B se obtiene haciendo r = 4a en la expresión de V_3 . El resultado es

$$V_{\rm B} = V_{\rm A} - \frac{Q}{6\pi\varepsilon_0 a}$$

5) La capacidad del condensador es $C=Q/(V_{\rm A}-V_{\rm B})$. Sustituyendo valores ya obtenidos resulta $C=6\pi\varepsilon_0 a$

$$C = 6\pi\varepsilon_0 a$$

6) Como en la zona 2 es

$$P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E_2 = \frac{\varepsilon_0 Q}{8\pi\varepsilon_0 r^2} u_r$$

Por tanto

$$\sigma_{p}(r = 2a) = \frac{Q}{32\pi a^{2}} \qquad \sigma_{p}(r = 3a) = \frac{Q}{72\pi a^{2}}$$

$$Q_{p}(r = 2a) = \sigma_{p}(r = 2a)4\pi (2a)^{2} \qquad y \qquad Q_{p}(r = 3a) = \sigma_{p}(r = 3a)4\pi (3a)^{2}$$

$$Q_p(r = 2a) = \sigma_p(r = 2a)4\pi(2a)^2$$
 y $Q_p(r = 3a) = \sigma_p(r = 3a)4\pi(3a)^2$

En resumen

$$Q_{p}(r=2a) = -\frac{Q}{2}$$

$$Q_{p}(r=3a) = \frac{Q}{2}$$

lo que indica que no existe carga de polarización en el interior del dieléctrico, lo que se deduce del carácter newtoniano de $P = \frac{K}{r^2}$, pues $\kappa_p = -\operatorname{div} P = 0$.

7) En la zona 4, con vacío hasta el infinito, es $V_4 = \frac{5aV_B}{r}$ y sustituyendo V_B ya obtenido, resulta:

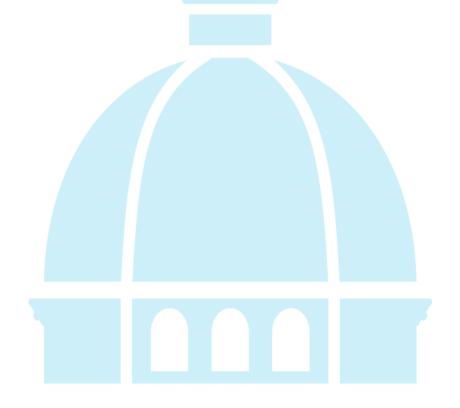
$$V_4 = \left(V_{\rm A} - \frac{Q}{6\pi\varepsilon_0 a}\right) \frac{5a}{r} \quad (5a \le r)$$

8) En la superficie exterior del conductor hueco (r = 5a) se distribuye uniformemente la carga $Q + Q_B$. Por tanto

$$V_{\rm B} = \frac{Q + Q_{\rm B}}{20\pi\varepsilon_0 a} = V_{\rm A} - \frac{Q}{6\pi\varepsilon_0 a}$$

Si $Q_{\rm B} = 0$ resulta

$$\frac{Q}{V_{\rm A}} = \frac{60\pi\varepsilon_0 a}{13}$$



E.T.S.I.I. Departamento de Física Aplicada a la Ingeniería Industrial