Nombre y apellidos: **Número de matrícula:**

- **todos los problemas breves valen lo mismo**
- **las respuestas tienen que estar justificadas (razonamiento matemático, gráfico, etc)**
- **la única respuesta que se corrige es la que aparece en el rectángulo marcado**
- **no usar ningún otro papel de borrador y no escribir con lápiz**
- **60 min, 6 problemas breves (4 puntos en total, 0.667 puntos cada problema)**

Las soluciones aparecerán en AulaWeb dentro de los dos días hábiles siguientes a la finalización de la prueba.
Las preactas se publicarán no más tarde del día 19 de enero y la revisión de examen será el miércoles 21 de enero a las 13:00 en la sala R3.

1. Un cristal está definido por una red hexagonal P y la base siguiente

- un átomo A en (0,0,0)
- cinco átomos B en $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},0\right),\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3},0\right),\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right),\left(0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\ y\ \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

Calcular la densidad del material cristalino.

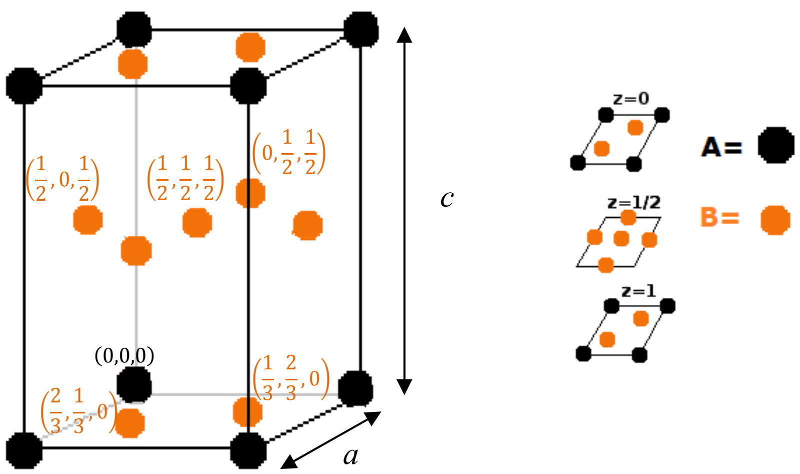
Datos: $Mw_A = 40.08\,kg/kmol \qquad Mw_B = 63.54\,kg/kmol$

$a = 5.092\times10^{-10}m \qquad c = 4.086\times10^{-10}m$

la densidad es $\quad\quad\quad\quad$ kg/m^3

Solución:

Cristal: red hexagonal P más base:



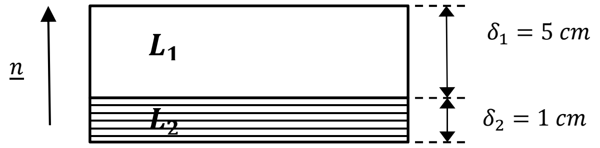
Volumen de la celda $V = \frac{a^2c\sqrt{3}}{2} = 9.175\times10^{-29}m^3$

Masa de los átomos en la celda $M = \frac{Mw_A+5Mw_B}{N_A\times10^3} = 5.940\times10^{-25}kg$

$(número\ de\ átomos\ A = 4\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+4\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{2} = 1\ y\ número\ de\ átomos\ de\ B = 1+8\times\frac{1}{2} = 5)$

Densidad $\rho = 6474.36\,kg/m^3$

2. Se diseña un material compuesto **M** para el recubrimiento de vehículos espaciales con la estructura que se indica en la figura:



La lámina L_1 está formada por un material cerámico refractario hexagonal (**R**) cuyas componentes de conductividad térmica referidas a los ejes convencionales del material **R** son conocidas:

$$k_{\boldsymbol{R}11} = 0.052 \ W/m \cdot K \qquad k_{\boldsymbol{R}33} = 0.017 \ W/m \cdot K$$

El material hexagonal **R** está orientado de forma que su eje senario coincide con la dirección $\underline{n}$.

La lámina L_2 es un material compuesto (**C**) con fibras de sílice orientadas unidireccionalmente en una matriz de metacrilato, tal como se indica en la figura. Las componentes de la conductividad térmica de **C** en sus ejes convencionales son:

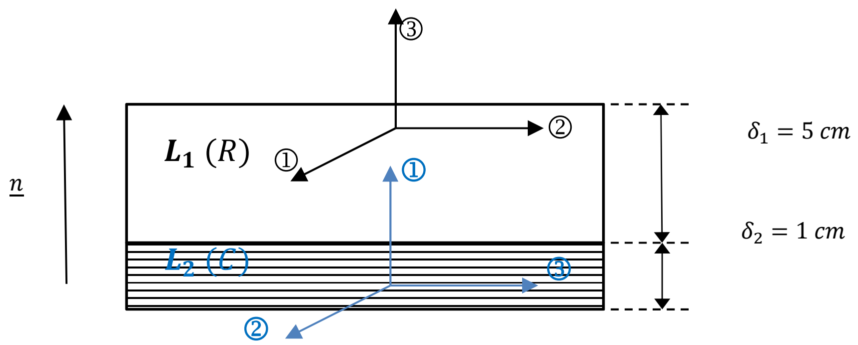
$$k_{\boldsymbol{C}11} = 2.0 \times 10^{-3} \ W/m \cdot K \qquad k_{\boldsymbol{C}33} = 1.0 \times 10^{-3} \ W/m \cdot K$$

Determinar la conductividad térmica del material compuesto **M** en la dirección $\underline{n}$.

la conductividad térmica $k_{\boldsymbol{M}\underline{n}} =$ $\qquad\qquad$ $W/m \cdot K$

Solución:

Teniendo en cuenta los ejes convencionales de los materiales que forman las láminas L_1 y L_2 representados en la figura:



y que las láminas L_1 y L_2 a lo largo de la dirección $\underline{n}$ se encuentran en serie, la conductividad térmica del material compuesto se calcula como

$$\frac{1}{k_{\boldsymbol{M}\underline{n}}} = \frac{V_1}{k_{\boldsymbol{R}33}} + \frac{V_2}{k_{\boldsymbol{C}11}} \ siendo \ V_1 = \frac{5}{5+1} = 0.833 \ y \ V_2 = \frac{1}{5+1} = 0.167 \ \Rightarrow k_{\boldsymbol{M}\underline{n}} = 7.55 \times 10^{-3} \, W/m \cdot K$$

3. Un material nanocompuesto poroso (**C**) está formado por grafito expandido en una matriz epoxi. Se quiere determinar la fracción volumétrica de los poros en el material compuesto, suponiendo que todos los poros están en el grafito y que el resto del material no tiene poros de ningún tipo.

Para ello se corta un prisma recto de dimensiones $a = 0.0123\, m; b = 0.0013\, m\ \ y\, c = 0.120\, m$ y se determina su masa $M_C = 2.0 \times 10^{-3} kg$. A continuación se introduce el prisma en una mezcla de H_2SO_4 y H_2O_2 para eliminar la resina epoxi, obteniéndose al finalizar el tratamiento una masa de fibras de grafito $M_F = 1.3 \times 10^{-3} kg$.

Determinar la fracción volumétrica de poros en el material compuesto.

Datos: $\rho_{epoxi} = 1160\ kg/m^3$ $\rho_{grafito} = 2230\ kg/m^3$

Considerar que el grafito expandido es un material compuesto de grafito y aire y que la densidad del aire es despreciable.

$la\ fracción\ volumétrica\ de\ poros\ en\ el\ material\ C\ es$

Solución:

La fracción volumétrica de poros en el material compuesto se determina como

$$V_{poros} = \frac{abc - \left[\frac{M_F}{\rho_{grafito}} + \frac{M_c - M_F}{\rho_{epoxi}}\right]}{abc} = 0.382$$

4. Para determinar la clase cristalográfica de un material cerámico se prepara una muestra en forma de cubo, con las caras cortadas perpendicularmente a las direcciones convencionales del material (suponiendo que fueran conocidas), y se realizan varios ensayos, obteniéndose la siguiente información:

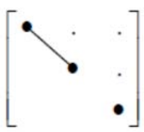
- las componentes de la conductividad eléctrica referidas a los ejes convencionales del material son $\sigma_{11} = \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$
- no existen acoplamientos entre tensiones (esfuerzos) normales y deformaciones angulares ni entre tensiones tangenciales (esfuerzos cortantes) y deformaciones longitudinales
- el material solo se polariza cuando se aplican tensiones tangenciales
- la componente del módulo piezoeléctrico $d_{312} \neq 0$

$la\ clase\ cristalográfica\ del\ material\ es$

Solución:

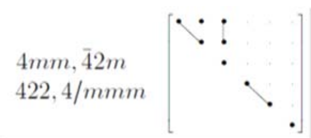
Se analiza la información sobre los distintos ensayos realizados, descartando las clases cristalográficas que no cumplan los requisitos.

- Si *las componentes de la conductividad eléctrica referidas a los ejes convencionales del material son* $\sigma_{11} = \sigma_{22} \neq \sigma_{33}$

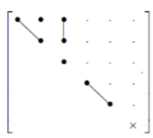


El material debe ser del sistema tetragonal, trigonal o hexagonal

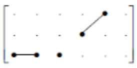
- Si *no existen acoplamientos entre tensiones (esfuerzos) normales y deformaciones angulares ni entre tensiones tangenciales (esfuerzos cortantes) y deformaciones longitudinales*, las matrices de complianza y rigidez elásticas deben tener nulos todos los términos en el subbloque superior derecho (y, por simetría, en el inferior izquierdo). Sólo son posibles las siguientes clases:
  - sistema tetragonal:



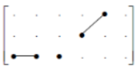
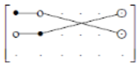
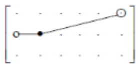
  - sistema trigonal: ninguna
  - sistema hexagonal : todas



- Si *el material solo se polariza cuando se aplican tensiones tangenciales,* la matriz de los módulos piezoeléctricos debe tener nulos todos los términos de la mitad izquierda ($d_{11} = d_{12} = d_{13} = d_{21} = d_{22} = d_{23} = d_{31} = d_{32} = d_{33} = 0$), y algún término no nulo en la mitad derecha, por lo que descartamos las siguientes clases entre las seleccionadas en el apartado anterior:
  - sistema tetragonal: se descartan las clases $4mm$ y la clase centrosimétrica $4/mmm$

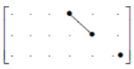
$4mm$ 

  - sistema hexagonal: se descartan las clases $6mm$, $\overline{6}$, $\overline{6}m2, 6$ y las centrosimétricas $6/mmm\ y\ 6/m$

$6mm$  $\bar{6}$  $\bar{6}m2$  6 

Por lo tanto, el cristal debe pertenecer a una de estas clases: $422, \overline{4}2m\ o\ 622$.

- Como *la componente del módulo piezoeléctrico* $d_{312} \neq 0$, sólo es posible la clase $\overline{4}2m$

$\bar{4}2m$ 

5. Para un material con estructura HCP se conocen sólo los valores siguientes del tensor complianza elástica:

$s_{1111} = 9.0 \times 10^{-10}\, Pa^{-1}$ $\quad s_{1221} = 6.5 \times 10^{-10}\, Pa^{-1}$ $\quad s_{3333} = 1.0 \times 10^{-10}\, Pa^{-1}$

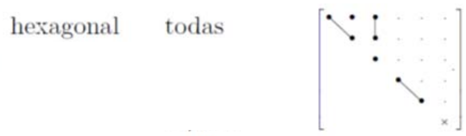
Determina el valor de la relación de Poisson transversal- transversal ν_{tt}.

$\boxed{\nu_{tt} = \qquad\qquad}$

Solución:

Un material con estructura HCP es de la clase $\bar{6}m2$ del sistema hexagonal.

La estructura de la matriz complianza es



con $s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$. Se pide determinar ν_{tt} a partir de los valores proporcionados del tensor complianza elástica. Así, como

$\nu_{tt} = -s_{12}E_t = -\frac{s_{12}}{s_{11}}$ siendo $s_{12} = s_{1111} - 2s_{1221} = -4 \times 10^{-10} Pa^{-1}$

y $\nu_{tt} = 0.444$

6. Para un determinado material, se conocen las componentes del tensor conductividad eléctrica referidos a un sistema de coordenadas que no tiene por qué ser coincidente con los ejes convencionales del material:

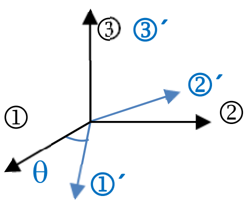
$$[\![\underline{\sigma}]\!] = \begin{pmatrix} 1.250 & -0.433 & 0 \\ -0.433 & 1.750 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \times 10^{-6}\ (\Omega m)^{-1}$$

Se pide determinar las componentes del tensor conductividad eléctrica $[\![\underline{\sigma'}]\!]$ en un nuevo sistema de ejes que se obtiene a partir del anterior por rotación de 30° alrededor del eje ③.

$$\boxed{[\![\underline{\sigma'}]\!] = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}}$$

Solución:

Para determinar las componentes del tensor conductividad eléctrica en los nuevos ejes ①´,②´ y ③´, obtenidos a partir de los ejes ①,② y③, se define en primer lugar la matriz de transformación:



$$\underset{\sim}{L} \equiv \begin{pmatrix} cos30 & sen30 & 0 \\ -sen30 & cos30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Y aplicando la ley de transformación $[\![\underline{T'}]\!] = \underset{\sim}{L}\, [\![\underline{T}]\!]\, \underset{\sim}{L}^T$

$$[\![\underline{\sigma'}]\!] = \begin{pmatrix} cos30 & sen30 & 0 \\ -sen30 & cos30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.250 & -0.433 & 0 \\ -0.433 & 1.750 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} cos30 & -sen30 & 0 \\ sen30 & cos30 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times 10^{-6} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \times 10^{-6}\ (\Omega m)^{-1}$$

Nombre:	N° de matrícula

Problema 1

En la respiración el oxígeno pasa del aire a la sangre por difusión a través de una capa de líquido de espesor $h_L = 4 \times 10^{-4}$ m y del tejido de la pared del alvéolo, de espesor $h_T = 1.8 \times 10^{-3}$. Las difusividades del oxígeno en el líquido y en el tejido son $D_L = 1.2 \times 10^{-7}$ y $D_T = 7.3 \times 10^{-8}$ m^2/s. Las concentraciones (todas en kg/m^3) en el aire y en la cara exterior del líquido (punto A en la figura) están relacionados por la ley de Henry:

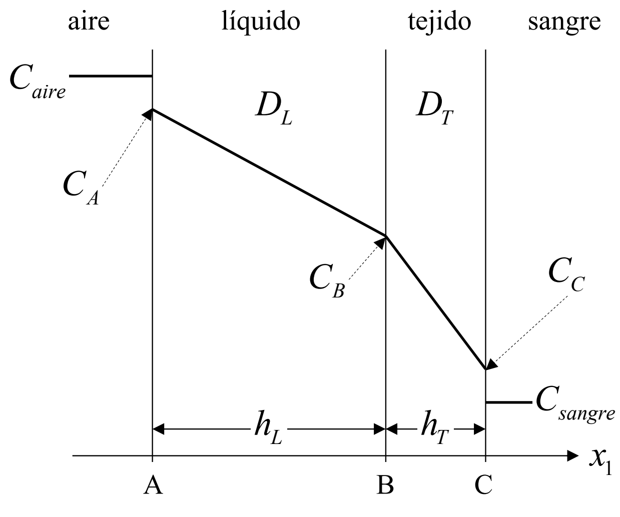
$$C_{aire} = HC_A \qquad H = 100 \text{ (sin dimensiones)}$$

y las concentraciones en la sangre ($C_{sangre} = 4.44 \times 10^{-4}$ kg/m^3) y en la cara interior del tejido (C) están relacionadas por una ley análoga:

$$C_{sangre} = KC_C \qquad K = 0.34 \text{ (sin dimensiones)}$$

En estado estacionario los perfiles de concentración son lineales. El aire se considera mezcla ideal de gases ideales, $Mw_{\mathrm{O_2}} = 32$, $Mw_{\mathrm{N_2}} = 28$ kg/kmol y $R = 8.314$ J/mol K. Calcular:

1. la difusividad del oxígeno $D_{\mathrm{O_2}}$ a través del líquido más el tejido (entre los puntos A y C), considerándolo como un material compuesto,
2. para aire normal (21 % en volumen de oxígeno, resto nitrógeno) a presión atmosférica ($P_1 = 1.013$ bar) y $T = 298$ K, la concentración de oxígeno C_B en la interfaz entre el líquido y el tejido (punto B),
3. el flujo másico de oxígeno (kg/m^{2}s) a través del líquido,
4. el flujo másico de oxígeno (kg/m^{2}s) a través del tejido,
5. se prepara un aire sintético (solo con oxígeno y nitrógeno) para buceo, a una presión total de $P_2 = 3.5$ bar y $T = 298$ K y se necesita que el flujo de oxígeno a la sangre y la concentración de oxígeno en la sangre sean los mismos que con el aire normal a presión ambiente. ¿Qué % en volumen de oxígeno debe contener el aire sintético? Suponer que ni las difusividades ni H ni K dependen de la presión.



(3 puntos, 45 minutos)

Sol.:

1. en la dirección de la difusión del oxígeno los dos componentes (líquido y tejido) están en serie, con lo que las difusividades se suman con la regla armónica:

$$V_L = \frac{h_L}{h_L + h_T} = 0.182 \qquad V_T = \frac{h_T}{h_L + h_T} = 0.818 \qquad D_{O_2} = \left(\frac{V_L}{D_L} + \frac{V_T}{D_T}\right)^{-1} = 7.86 \times 10^{-8}\ \mathrm{m^2/s}$$

2. el modo más directo de obtener la concentración de oxígeno en B es tener en cuenta que el flujo de oxígeno a través de T y de L es el mismo en estado estacionario (no hay acumulación). Al aplicar la ley de Fick (flujo=−difusividad × gradiente) en una dimensión:

$$D_L \frac{C_A - C_B}{h_L} = D_T \frac{C_B - C_C}{h_T}$$

y eliminando C_A y C_C de la ecuación anterior con $C_A = \frac{C_{aire}}{H}$ y $C_C = \frac{C_{sangre}}{K}$ se obtiene:

$$C_B = \frac{\frac{1}{H} D_L h_T C_{aire} + \frac{1}{K} D_T h_L C_{sangre}}{D_L h_T + D_T h_L}$$

La concentración de oxígeno en la sangre es un dato; la concentración de oxígeno en $\mathrm{kg/m^3}$ en el aire se obtiene de la ecuación de gas ideal, de la masa molecular del oxígeno $Mw_{O_2} = 32$ kg/kmol y de su presión parcial (fracción molar o volumétrica por presión total):

$$C_{aire} = \frac{0.21 P_1 10^5 Mw_{O_2}}{R 10^3 T} = 0.275\ \mathrm{kg/m^3}$$

(el factor de 10^3 es necesario para expresar R en J/kmol K; el de 10^5 es para la conversión de bar a Pa). Con lo que resulta $C_B = 2.576 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg/m^3}$.

3. y 4. en estado estacionario, el flujo de oxígeno a través de L (pregunta 3) es el mismo que a través de T (pregunta 4) y el mismo que a través del compuesto. Un modo de calcularlo es usando el gradiente y la difusividad a través del líquido:

$$J = D_L \frac{\frac{C_{aire}}{H} - C_B}{h_L} = 5.151 \times 10^{-8}\ \mathrm{kg/m^2s}$$

El mismo resultado se obtiene usando el gradiente y la difusividad a través del tejido:

$$J = D_T \frac{C_B - \frac{C_{sangre}}{K}}{h_T} = 5.151 \times 10^{-8}\ \mathrm{kg/m^2s}$$

O también usando el gradiente total (homogeneizado) entre A y C y la difusividad del compuesto (homogeneizada) entre los mismos puntos:

$$J = D_{O_2} \frac{\frac{C_{aire}}{H} - \frac{C_{sangre}}{K}}{h_L + h_T} = 5.151 \times 10^{-8}\ \mathrm{kg/m^2s}$$

5. si se necesita que al respirar el aire sintético a $P_2 = 3.5$ bar el flujo de oxígeno a la sangre sea el mismo, de la fórmula anterior se ve que basta con que la concentración C_{aire} se la misma, porque el resto de las variables no cambian al subir la presión. Como el aire es una mezcla ideal, la concentración de oxígeno es proporcional a su presión parcial, con lo que la condición que tiene que cumplir el aire sintético es que tenga una presión parcial de oxígeno igual que el aire normal:

$$0.21 \frac{P_1}{P_2} = 6.08\,\%\ \text{en volumen de } O_2$$

Nombre:	N° de matrícula

Problema 2

Un terpolímero D es un elastómero termoplástico formado por unidades de etileno (A), butadieno (B) y propileno (C). Se obtiene mezclando en caliente dos materias primas: polietileno (A) y un copolímero BC de butadieno y propileno con una relación molar 1:1 de butadieno a propileno. Al enfriar la mezcla se separan tres fases distintas: un copolímero E de etileno y butadieno con una relación molar 4:1 (etileno:butadieno), un segundo copolímero F también de etileno y butadieno con una relación molar 1:5 (etileno:butadieno) y un tercer copolímero G de propileno y butadieno con una relación molar 9:1 (propileno:butadieno).

La especificación técnica del terpolímero D indica que tiene que tener una fracción volumétrica de propileno entre 0.25 y 0.35. Determinar con los siguientes datos:

Masas atómicas:	C: 12	H: 1		kg/kmol
Módulos elásticos:	$E_{\mathrm{E}} = 2 \times 10^9$	$E_{\mathrm{F}} = 2.2 \times 10^9$	$E_{\mathrm{G}} = 8.7 \times 10^8$	Pa
Densidades:	$\rho_{\mathrm{PE}} = 930$	$\rho_{\mathrm{PBu}} = 890$	$\rho_{\mathrm{PP}} = 1040$	kg/m^3
	(PE: polietileno	PBu: polibutileno	PP polipropileno)	

1. la composición volumétrica del terpolímero D que tenga mayor módulo elástico en condiciones de isodeformación, cumpliéndose todas las especificaciones anteriores y referida a las tres fases inmiscibles, E, F y G, que lo componen ($V_{\mathrm{E}}^{\mathrm{D}}$, $V_{\mathrm{F}}^{\mathrm{D}}$, $V_{\mathrm{G}}^{\mathrm{D}}$),

2. el módulo elástico (Pa) en condiciones de isodeformación del terpolímero D del punto anterior,

3. la composición volumétrica (fracciones volumétricas de etileno, butadieno y propileno, $V_{\mathrm{A}}^{\mathrm{D}}$, $V_{\mathrm{B}}^{\mathrm{D}}$, $V_{\mathrm{P}}^{\mathrm{D}}$) del terpolímero D,

4. la masa (kg) de las materias primas A y copolímero BC necesarias para obtener 1 kg del terpolímero D.

Nota: se recomienda utilizar el diagrama ternario adjunto trabajando en fracciones volumétricas. Las fracciones volumétricas y las fracciones molares de los componentes NO SON IGUALES.

(3 puntos, 45 minutos)

Sol.:

1. en primer lugar se calculan las masas moleculares de A, B y C: $Mw_{\mathrm{A}} = 28$, $Mw_{\mathrm{B}} = 54$, $Mw_{\mathrm{C}} = 42$ kg/kmol. Las materias primas para obtener el terpolímero D son A (puro) y un copolímero BC 1:1. Para trabajar en fracciones volumétricas primero se obtienen las fracciones másicas de B y C en el copolímero:

$$X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{BC}} = \frac{Mw_{\mathrm{B}}}{Mw_{\mathrm{B}} + Mw_{\mathrm{C}}} = 0.5625 \qquad X_{\mathrm{C}}^{\mathrm{BC}} = 1 - X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{BC}} = 0.4375$$

y a continuación las volumétricas, y se sitúa BC en el DT:

$$V_{\mathrm{B}}^{\mathrm{BC}} = \frac{\dfrac{X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{BC}}}{\rho_{\mathrm{PBu}}}}{\dfrac{X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{BC}}}{\rho_{\mathrm{PBu}}} + \dfrac{X_{\mathrm{C}}^{\mathrm{BC}}}{\rho_{\mathrm{PP}}}} = 0.6 \qquad V_{\mathrm{C}}^{\mathrm{BC}} = 1 - V_{\mathrm{B}}^{\mathrm{BC}} = 0.4$$

El terpolímero D se encuentra sobre la línea que une A con la composición del copolímero BC.

El terpolímero D se separa después en tres copolímeros E, F y G cuyas composiciones volumétricas se calculan análogamente y se sitúan en el diagrama. La composición de D estará además dentro del triángulo $\overset{\triangle}{\mathrm{EFG}}$.

$$\text{E:}\quad X_{\mathrm{A}}^{\mathrm{E}} = \frac{4Mw_{\mathrm{A}}}{4Mw_{\mathrm{A}} + Mw_{\mathrm{B}}} = 0.675 \qquad X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{E}} = 1 - X_{\mathrm{A}}^{\mathrm{E}} = 0.325$$

$$V_{\mathrm{A}}^{\mathrm{E}} = \frac{\dfrac{X_{\mathrm{A}}^{\mathrm{E}}}{\rho_{\mathrm{PE}}}}{\dfrac{X_{\mathrm{A}}^{\mathrm{E}}}{\rho_{\mathrm{PE}}} + \dfrac{X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{E}}}{\rho_{\mathrm{PBu}}}} = 0.665 \qquad V_{\mathrm{B}}^{\mathrm{E}} = 1 - V_{\mathrm{A}}^{\mathrm{E}} = 0.335$$

$$\text{F:}\quad X_{\mathrm{A}}^{\mathrm{F}} = \frac{Mw_{\mathrm{A}}}{Mw_{\mathrm{A}} + 5Mw_{\mathrm{B}}} = 0.094 \qquad X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{F}} = 1 - X_{\mathrm{A}}^{\mathrm{F}} = 0.906$$

$$V_{\mathrm{A}}^{\mathrm{F}} = \frac{\dfrac{X_{\mathrm{A}}^{\mathrm{F}}}{\rho_{\mathrm{PE}}}}{\dfrac{X_{\mathrm{A}}^{\mathrm{F}}}{\rho_{\mathrm{PE}}} + \dfrac{X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{F}}}{\rho_{\mathrm{PBu}}}} = 0.09 \qquad V_{\mathrm{B}}^{\mathrm{F}} = 1 - V_{\mathrm{A}}^{\mathrm{F}} = 0.91$$

$$\text{G:}\quad X_{\mathrm{C}}^{\mathrm{G}} = \frac{9Mw_{\mathrm{C}}}{9Mw_{\mathrm{C}} + Mw_{\mathrm{B}}} = 0.875 \qquad X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{G}} = 1 - X_{\mathrm{C}}^{\mathrm{G}} = 0.125$$

$$V_{\mathrm{C}}^{\mathrm{G}} = \frac{\dfrac{X_{\mathrm{C}}^{\mathrm{G}}}{\rho_{\mathrm{PP}}}}{\dfrac{X_{\mathrm{C}}^{\mathrm{G}}}{\rho_{\mathrm{PP}}} + \dfrac{X_{\mathrm{B}}^{\mathrm{G}}}{\rho_{\mathrm{PBu}}}} = 0.857 \qquad V_{\mathrm{B}}^{\mathrm{G}} = 1 - V_{\mathrm{C}}^{\mathrm{G}} = 0.143$$

Se dibujan también las líneas correspondientes a la especificación técnica (contenido máximo y mínimo de C en D): $0.25 \leq V_{\mathrm{C}}^{\mathrm{D}} \leq 0.35$ con lo que la composición del terpolímero D estará sobre el segmento $\overline{D_1D_2}$ que delimita la especificación anterior. Como el módulo elástico en isodeformación es una función lineal de las fracciones volumétricas de los componentes E, F y G, una de las dos composiciones extremas de D será la de módulo máximo y la otra será la de módulo mínimo.

Se determinan las fracciones volumétricas de E, F y G en $\mathrm{D_1}$ y $\mathrm{D_2}$ utilizando la regla de la palanca:

$$V_{\mathrm{G}}^{\mathrm{D_1}} = \frac{\overline{\mathrm{D_1M_1}}}{\overline{\mathrm{GM_1}}} = 0.291 \qquad V_{\mathrm{M_1}}^{\mathrm{D_1}} = 1 - V_{\mathrm{G}}^{\mathrm{D_1}} = 0.709$$

$$V_{\mathrm{E}}^{\mathrm{D_1}} = V_{\mathrm{M_1}}^{\mathrm{D_1}} \frac{\overline{\mathrm{M_1F}}}{\overline{\mathrm{EF}}} = 0.543 \qquad V_{\mathrm{F}}^{\mathrm{D_1}} = 1 - V_{\mathrm{G}}^{\mathrm{D_1}} - V_{\mathrm{E}}^{\mathrm{D_1}} = 0.166$$

$$V_{\mathrm{G}}^{\mathrm{D_2}} = \frac{\overline{\mathrm{D_2M_2}}}{\overline{\mathrm{GM_2}}} = 0.405 \qquad V_{\mathrm{M_2}}^{\mathrm{D_2}} = 1 - V_{\mathrm{G}}^{\mathrm{D_2}} = 0.595$$

$$V_{\mathrm{E}}^{\mathrm{D_2}} = V_{\mathrm{M_2}}^{\mathrm{D_2}} \frac{\overline{\mathrm{M_2F}}}{\overline{\mathrm{EF}}} = 0.127 \qquad V_{\mathrm{F}}^{\mathrm{D_2}} = 0.468$$

2. y con ellas los correspondientes módulos elásticos en isodeformación:

$$E_{\mathrm{D_1}} = V_{\mathrm{G}}^{\mathrm{D_1}} E_{\mathrm{G}} + V_{\mathrm{E}}^{\mathrm{D_1}} E_{\mathrm{E}} + V_{\mathrm{F}}^{\mathrm{D_1}} E_{\mathrm{F}} = 1.702 \times 10^9 \text{ Pa (máximo)}$$
$$E_{\mathrm{D_2}} = V_{\mathrm{G}}^{D_2} E_{\mathrm{G}} + V_{\mathrm{E}}^{D_2} E_{\mathrm{E}} + V_{\mathrm{F}}^{D_2} E_{\mathrm{F}} = 1.636 \times 10^9 \text{ Pa (mínimo)}$$

La composición buscada del terpolímero referida a E, F y G es la que corresponde a D_1:

$$V_E^{D_1} = 0.543 \qquad V_F^{D_1} = 0.166 \qquad V_G^{D_1} = 0.291$$

3. La composición volumétrica del terpolímero referida a los componentes A, B y C se lee directamente en el diagrama:

$$V_A^{D_1} = 0.375 \qquad V_B^{D_1} = 0.375 \qquad V_C^{D_1} = 0.25$$

4. Las materias primas A y BC para obtener 1 m^3 de D_1 se obtienen a partir de su composición volumétrica:

$$V_A^{D_1} = 0.375 \qquad V_{BC}^{D_1} = 1 - V_A^{D_1} = 0.625$$

y para obtener 1 kg de D_1:

$$X_A^{D_1} = \frac{V_A^{D_1}\rho_{PE}}{V_A^{D_1}\rho_{PE} + V_B^{D_1}\rho_{PBu} + V_C^{D_1}\rho_{PP}} = 0.37 \text{ kg de A/kg de } D_1$$

$$X_{BC}^{D_1} = 1 - X_A^{D_1} = 0.63 \text{ kg de BC/kg de } D_1$$