

EJERCICIOS PROPUESTOS PARA LAS UNIDADES 1, 2, 3 y 4

Asignatura:	Estructuras Discretas/ Matemática Discreta.
Profesor responsable de la Asignatura:	Dr. Juan José Moreno García
Tipo de actividad:	Actividad de Evaluación Continua (AEC)
Título de la actividad:	Ejercicios Propuestos temas 1, 2, 3 y 4

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

La realización de esta actividad de evaluación continua va a permitir comprobar los avances realizados por el estudiante mediante la aplicación práctica de los conceptos teóricos desarrollados en las unidades correspondientes. El objetivo que se pretende conseguir es que el estudiante sea capaz de, a partir de un enunciado, encontrar las herramientas de la Matemática Discreta necesarias para resolver el problema y que sea capaz de aplicarlas con éxito.

La evaluación de este trabajo tendrán en cuenta los siguientes puntos:

- Correcta aplicación de las expresiones matemáticas asociadas a cada uno de los enunciados propuestos y relación de conceptos vistos en estas unidades.
- Procedimiento utilizado para llevar a cabo dicha aplicación.
- Conclusión alcanzada con el análisis de los resultados obtenidos en cada caso.

No hay que olvidar argumentar los pasos que se van dando. **No basta con dar simplemente la solución.**

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 1:

Consideremos las temporadas 1, 2 y 3 (a las que respectivamente llamamos A, B y C) de la serie de TV Juego de Tronos. Según transcurre la acción algunos personajes mueren y aparecen otros de tal modo que en las tres temporadas 40 personajes principales aparecen al menos en una de las temporadas. En la primera temporada aparecen 23 personajes principales, en la segunda 22 y en la tercera 25. Que aparezcan en la primera y en la segunda son 13, los mismos que aparecen en la primera y la tercera, pero en la segunda y tercera aparecen 12. ¿Cuántos de los personajes principales aparecen en las tres temporadas?

PROBLEMA 2:

Sea la relación, en el conjunto de los números enteros, definida como que dos números a e b están relacionados, $a\mathcal{R}b$, si el valor absoluto de su resta $|a - b|$ es par. Demostrar que es una relación de equivalencia y hallar las clases de equivalencias.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 3:

Considérese la relación de orden parcial \preceq definida en el conjunto D de los divisores positivos de 30 mediante

$$a \preceq b \Leftrightarrow a \text{ divide a } b.$$

1. Dibujar el diagrama de Hasse del orden parcial (D, \preceq) .
2. Dar, si existen, los elementos maximales y minimales, así como el máximo y mínimo de (D, \preceq) .

PROBLEMA 4:

Sea $T = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$ la lista de tareas para realizar un trabajo, de las que se sabe que unas preceden inmediatamente a otras de la siguiente forma: $f \leq a$, $f \leq d$, $e \leq b$, $a \leq c$, $d \leq c$, $b \leq f$, $e \leq g$, $g \leq f$, $a \leq h$, $d \leq i$, $b \leq i$, $g \leq h$. Hallar el orden parcial correspondiente y dibujar su diagrama de Hasse. Obtener un orden total compatible con ese orden parcial. Si consideramos el conjunto $A = \{f, b, d\}$ proporcionar las cotas superiores e inferiores, el supremo y el ínfimo.

PROBLEMA 5:

1. Calcular los valores de $\lfloor \frac{1}{2} + \lceil \frac{3}{2} \rceil \rfloor$ y $\lceil \lfloor \frac{1}{2} \rfloor + \lceil \frac{1}{2} \rceil + \frac{3}{2} \rceil$
2. Encontrar la imagen del conjunto $S = \{-1, 0, 1, 3, 4\}$ a través de la función $f(x) = \lfloor (x^2 + 1)/3 \rfloor$

PROBLEMA 6:

¿Cual es el tamaño mínimo de un grupo de personas de tal modo que 5 de ellos se mueran en el mismo día del año? (considerar años de 365 días). No usar la fuerza bruta.

En una tienda hay 14 antigüedades pertenecientes al periodo victoriano. Un coleccionista desea comprar 4 de esas piezas, pero 2 de ellas no pueden separarse porque forman un conjunto indivisible. ¿De cuántas maneras distintas podría realizar su compra?

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

PROBLEMA 7:

Resolver los siguientes problemas:

1. ¿Cuántas cadenas de letras se pueden formar reordenando los caracteres de SOBRES_POLITICOS (sin tener en cuenta la tilde y considerando cualquier posición del guión bajo)?
2. Si tenemos 11 monedas de 1 euro y las queremos repartir entre 5 huchas iguales, ¿de cuántas maneras lo podremos hacer si toda hucha recibe al menos una moneda?

PROBLEMA 8:

Resolver los siguientes problemas:

1. ¿Cuántas maneras hay de elegir 5 copas y 4 bastos de una baraja española de 40 cartas?
2. ¿Cuántas cadenas distintas se pueden formar con las letras, si se utilizan todas las letras de tal modo que empiecen y terminen por la letra S, de la palabra SOBRESALIENTE?

PROBLEMA 9:

Resolver la siguiente ecuación de recurrencia:

$$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}, \quad a_0 = 4, \quad a_1 = 2$$

PROBLEMA 10:

Resolver las siguiente ecuación de recurrencia:

$$a_n = 2a_{n-1} + 2n^2, \quad a_1 = 2$$

PROBLEMA 11:

Demostrar por inducción que 4 divide a $n^2(n+1)^2$. Es decir que $4|n^2(n+1)^2$ es verdad a partir de cierto n .

PROBLEMA 12:

Demostrar por inducción que 3 es divisor de $n^3 + 2n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN Y ENTREGA DE LA ACTIVIDAD

Criterios de valoración:

Se valorará el correcto planteamiento de los ejercicios.

Se valorará la correcta solución de los ejercicios.

Se valorará que la solución dada a cada una de las cuestiones planteadas sea correcta, así como que esté bien argumentada.

Se valorará que las respuestas sean sucintas y concretas.

Se tendrá en cuenta la correcta redacción, por lo que se pide un cuidadoso uso del idioma y una cuidada presentación, priorizándose una fácil lectura del documento.

Entrega y calificación:

La actividad cumplimentada se envía al profesor a través del Buzón de entrega del Aula Virtual. En ese mismo buzón aparece la fecha límite de entrega.

Se recuerda la necesidad de identificar correctamente el documento de entrega de la tarea, indicando nombre y apellidos del alumno en la primera página del documento. El nombre del fichero constará sólo del nombre del alumno, primer apellido y AEC1.

La entrega de la tarea se hará siempre a través de un documento **pdf**, y en ningún momento se aceptarán documentos .doc, docx, .xls o similares, pues el sistema no permite visualizar y corregir documentos de otro tipo. Muchas aplicaciones (incluso word) permiten volcar un documento en pdf. Alternativamente, si se pide una solución gráfica también se podrá usar el formato postscript. **No se admitirán documentos realizados a mano alzada y escaneados.**

Es importante que el documento pdf **no esté protegido frente a escritura**, porque de otro modo no se pueden hacer anotaciones sobre él que sirvan de feedback al estudiante.

La calificación obtenida, previa corrección y calificación por parte del profesor, se podrá consultar con carácter permanente en el apartado CALIFICACIONES del Aula Virtual.