

# MECÁNICA Y ONDAS I

Curso 2019/2020. Grupo 521. Hoja 8

## SISTEMAS DE PARTÍCULAS: FUERZAS CENTRALES Y COLISIONES

- 1 Demostrar que una ley de fuerza (central) del tipo  $f(r) = -\gamma/r^n$  admite una órbita circular que pasa por el centro de fuerzas solo si  $n = 5$ .
- 2 En un cierto instante, dos astros de idéntica masa  $m_0$  se encuentran separados una distancia  $d_0$  y se mueven con velocidades paralelas entre sí (en el mismo sentido). Ambas velocidades son perpendiculares a la línea que une los astros. Los módulos de las velocidades son  $v_0$  y  $2v_0$ . Determinar qué condiciones han de cumplir los parámetros  $m_0, d_0, v_0$ , para que la trayectoria relativa sea circular, elíptica, parabólica, o hiperbólica.
- 3 Dos partículas de masa  $m_1$  y  $m_2$  se mueven bajo la acción de la fuerza atractiva gravitatoria mutua  $f(r) = -\gamma/r^2$ , donde  $\gamma = Gm_1m_2 = G\mu M$  ( $\mu$  es la masa reducida y  $M$  la masa total) describiendo órbitas circulares de distintos radios  $R_1$  y  $R_2$  respectivamente, con centros en el centro de masas, y con periodo  $\tau$ . Si repentinamente se detienen, demostrar que chocarán después de un tiempo  $\frac{\tau}{2^{5/2}}$ .
- 4 Un satélite de masa  $m$  se mueve con una velocidad  $v_0$  en una órbita circular de radio  $R$  alrededor de la tierra (de masa  $M_T \gg m$ ). Una explosión a bordo parte el satélite en dos partes de igual masa  $m_1 = m_2 = \frac{m}{2}$  y como resultado de la ruptura los fragmentos adquieren componentes radiales de la velocidad iguales, en magnitud  $\frac{v_0}{2}$ , y de sentido opuesto. a) Evaluar la energía del satélite antes de la explosión. b) Usando la conservación del momento angular, evaluar las velocidades de los dos fragmentos inmediatamente después la explosión; de esta forma obtener las energías y los momentos angulares de cada fragmento en función de los parámetros  $G, M_T, m, R$ . c) Evaluar los parámetros de las órbitas de cada fragmento y hacer una gráfica mostrando aproximativamente la órbita original del satélite y las dos órbitas finales.
- 5 Sea un planeta esférico de radio  $R$  y masa  $m_1$  que se encuentra en reposo (no gira en torno a su centro  $O$ ). Desde un punto  $A$  de su superficie se dispara un misil de masa  $m_2 \ll m_1$ . El módulo de la velocidad de lanzamiento es  $v = v_{esc}/\sqrt{2}$  ( $v_{esc}$  es la velocidad de escape desde la superficie del planeta). La velocidad de lanzamiento forma un ángulo  $\alpha$  con el suelo ( $0 < \alpha < \pi/2$ ). El misil describe un arco de elipse e impacta en el punto  $B$  (ver figura). Determinar: (a) Velocidad de escape  $v_{esc}$ . (b) Excentricidad  $e$  de la órbita del misil (en función de  $\alpha$ ). (c) Semiejes mayor  $a$  y menor  $b$  de la órbita del misil, así como la distancia  $d$  entre el centro del planeta y el centro de la órbita elíptica (todo ello en función de  $R$  y  $\alpha$ ). (d) Con los datos anteriores representar la órbita del misil (elipse completa) y determinar el ángulo  $\delta$  formado por los puntos  $BOA$  (en función de  $\alpha$ ).

