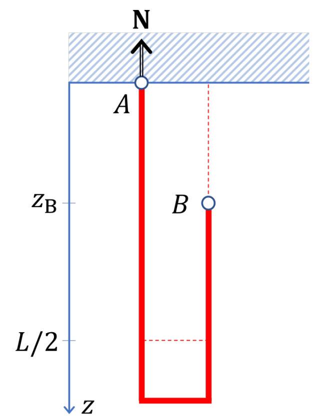
# MECÁNICA Y ONDAS I

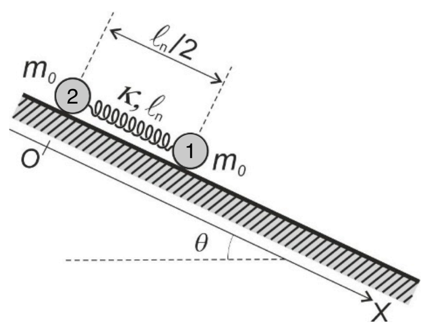
Curso 2019/2020. Grupo 521. Hoja 6

DINAMICA DE SISTEMAS DE PARTÍCULAS (CONSERVACION DEL MOMENTO LINEAL, MOMENTUM ANGULAR Y ENERGIA), FUERZAS CENTRALES

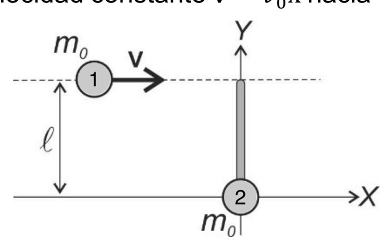
1 Supongamos que una cadena inextensible y perfectamente flexible de longitud $L$, masa $M$, y con densidad lineal uniforme $\lambda$, cuelga del techo por sus dos extremos $A$ y $B$. La cadena está sujeta a la acción de la fuerza de gravedad. En el tiempo $t = 0$, el extremo $B$ se suelta. Suponiendo que la cadena tenga un pliegue ideal, encuéntrese tanto la aceleración del extremo $B$, $\ddot{z}_{\mathrm{B}}$, como la fuerza $\mathbf{N}$ ejercida por el techo sobre $A$, cuando el extremo $B$ ha caído una longitud $z_{\mathrm{B}}$. Demonstrar que, para $z_{\mathrm{B}} > 0$, la aceleración cumple $\ddot{z}_{\mathrm{B}} > g$ y la tensión $|\mathbf{N}| > mg/2$. Comparar el resultado obtenido por la tensión $\mathbf{N}$ con lo que se obtendría asumiendo que el extremo de la cuerda se mueve en caída libre, $\ddot{z}_{\mathrm{B}} = g$. Sugerencia: usar la conservación de la energía mecánica total (las fuerzas internas y externas no conservativas no hacen trabajo) y, para evaluar $\mathbf{N}$, la derivada temporal del momento linear total.




2 Dos cuerpos 1 y 2 de igual masa $m_0$ están unidos por un muelle de constante elástica $k$ y longitud natural $\ell_n$. En el instante $t = 0$ se abandonan, en reposo y separados una distancia $\ell_n/2$, sobre un plano inclinado que forma un ángulo $\theta$ con la horizontal. No existe rozamiento entre los cuerpos y el plano. Consideremos un sistema de referencia ligado al suelo y cuyo origen se encuentra en la posición inicial de la masa situada más arriba (masa 2); el eje $X$ es tangente al suelo y dirigido hacia abajo según la línea de máxima pendiente. Las masas se encuentran en todo momento sobre este eje. Determinar: (a) Posición relativa de las masas $x(t) = x_1(t) - x_2(t)$. (b) Posición absoluta de cada una, $x_2(t)$, $x_1(t)$. (c) Energías cinéticas del centro de masa y relativa. (d) Energías potenciales externa e interna. (e) ¿Se conserva alguna combinación de estas energías? Explicar el motivo.




3 Dos patinadores de igual masa $m_0$ deslizan sin rozamiento sobre una pista de hielo (plano $XY$). El patinador 2 se encuentra inicialmente en reposo en el origen de coordenadas, sujetando un bastón de longitud $\ell$ y masa despreciable, dirigido según el eje $Y$. El patinador 1 se mueve con velocidad constante $\mathbf{v} = v_0\hat{\mathbf{x}}$ hacia el otro extremo del bastón. Al pasar junto al bastón ($t = 0$), lo agarra y comienza a arrastrar rígidamente a su compañero. Determinar: (a) Momento angular total, momento angular del centro de masa, y momento angular relativo al centro de masa. ¿Se conserva alguno de ellos? (b) Energía cinética total, energía cinética del centro de masa, y energía cinética relativa. ¿Se conserva alguna de ellas? (c) Posición relativa de los patinadores $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_1(t) - \mathbf{r}_2(t)$, y posiciones absolutas $\mathbf{r}_2(t)$, $\mathbf{r}_1(t)$ en función del tiempo. Representarlas.




4 Demonstrar que las coordenadas del centro de masa y relativa se desacoplan en el problema de dos cuerpos que interactúan a través de una fuerza interna $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})$ genérica y se mueven en un campo gravitatorio homogéneo. Describir el movimiento del centro de masa y obtener la ecuación del movimiento para la coordenada relativa, demostrando que se reduce a la ecuación de una partícula ficticia de masa $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ (masa reducida).