ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

AEROELASTICIDAD 24/05/16

Problema 2 **Tiempo 40 minutos**

Apellidos………………………………………………………………………. Nombre………………………..

Se desean estudiar las características aeroelásticas estáticas de un UAV. El vehículo posee un ala recta de cuerda uniforme ***c***, semi-envergadura ***b/2*** y rigidez a torsión uniforme ***GJ***. Considere las propiedades de la sección ¾ de la semi-envergadura, los coeficientes de la curva de sustentación y de momento en esa sección son $C_{L\alpha}$, $C_{L\delta}$ y $C_{Mac\delta}$ y llamando la distancia del eje elástico al centro aerodinámico ***e*** se pide:

1. Determinar la presión dinámica de divergencia en función de los parámetros anteriores. (1 punto).
2. Determinar la presión dinámica de inversión de mando en función de los parámetros anteriores. (2 puntos).
3. Si la relación entre las pendientes de la curva de sustentación es $\frac{C_{L\delta}}{C_{L\alpha}} = \frac{1}{\pi}\left[\cos^{-1}(1-2f) + 2\sqrt{f(1-f)}\right]$ y la del coeficiente de momentos a la pendiente de la curva de sustentación es $\frac{C_{Mac\delta}}{C_{L\alpha}} = -\frac{1}{\pi}(1-f)\sqrt{f(1-f)}$ donde $f = \frac{c_H}{c}$, determinar, cuando ***f=0.3*** y ***e=c/4***, la relación entre las velocidades de divergencia y de inversión del mando. (2 puntos)
4. Determinar el valor que debería de tener **e** para que la relación entre la velocidad de divergencia y la de inversión del mando sea de 0.98. (2 puntos).
5. Determinar el valor de f para que el cociente de velocidades de divergencia y de inversión del mando sea de 1.02 cuando ***e=c/5***. (3 puntos).

SOLUCIÓN:

1. De la ecuación de equilibrio de momentos se obtiene que $K_\alpha \alpha_e = q_\infty SeC_{L\alpha}(\alpha_0 + \alpha_e) + q_\infty ScC_{Mac0}$. De ésta ecuación se obtiene que la presión dinámica de divergencia es $\boxed{q_D = \frac{K_\alpha}{SeC_{L\alpha}}}$ donde $K_\alpha = \frac{GJ}{3^b/_8}$. (1 punto).
2. Cuando el alerón se deflecta un ángulo $\delta_c$la ecuación de equilibrio de momentos incremental respecto del eje elástico es $K_\alpha \alpha_e^\delta = q_\infty Se\left(C_{L\alpha}\alpha_e^\delta + C_{L\delta}\delta_c\right) + q_\infty ScC_{Mac\delta}\delta_c$, obteniéndose una deformación elástica a torsión de valor $\alpha_e^\delta = \frac{q_\infty S[eC_{L\delta}+cC_{Mac\delta}]}{K_\alpha - q_\infty SeC_{L\alpha}}\delta_c$. La sustentación total del ala elástica vale entonces $L^e = q_\infty S\left[\frac{q_\infty ScC_{L\alpha}C_{Mac\delta}+K_\alpha C_{L\delta}}{K_\alpha - q_\infty SeC_{L\alpha}}\right]$ anulando dicha sustentación se obtiene la condición de divergencia obteniéndose la presión dinámica $\boxed{q_R = -\frac{K_\alpha C_{L\delta}}{ScC_{L\alpha}C_{Mac\delta}}}$ (2 puntos)
3. Del cociente entre las presiones dinámicas de divergencia y de inversión de mando se obtiene $\left(\frac{U_D}{U_R}\right)^2 = -\left(\frac{c}{e}\right)\frac{C_{Mac\delta}/C_{L\alpha}}{C_{L\delta}/C_{L\alpha}}$ y sustituyendo las expresiones del enunciado se obtiene $\left(\frac{U_D}{U_R}\right)^2 = \left(\frac{c}{e}\right)\frac{(1-f)\sqrt{f(1-f)}}{\cos^{-1}(1-2f)+2\sqrt{f(1-f)}}$ y sustituyendo los valores numéricos se obtiene la relación de velocidades $\boxed{\frac{U_D}{U_R} = 0.79}$ (2 puntos)
4. De la ecuación del apartado anterior se obtiene $\left(\frac{U_D}{U_R}\right)^2 \frac{\cos^{-1}(1-2f)+2\sqrt{f(1-f)}}{(1-f)\sqrt{f(1-f)}} = \left(\frac{c}{e}\right)$sustituyendo los valores numéricos se obtiene $\frac{c}{e} = 6.24$ o bien $\boxed{\frac{e}{c} = 0.16}$ (2 puntos).
5. La expresión del apartado 3) con los datos numéricos de este apartado puede ponerse como $(1.02)^2 \cos^{-1}(1-2f) + 2\sqrt{f(1-f)} = 5\,(1-f)\sqrt{f(1-f)}$ sustituyendo distintos valores de *f* e interpolando se obtiene la solución $\boxed{f=0.127}$. (3 puntos)