

Ejercicios Tema 1

Estimación I

Curso 2019-2020

- 1.1** Escribe la función de verosimilitud muestral de una m.a.s. procedente de cada una de las siguientes poblaciones: a) $N(0, \theta)$, b) $N(\theta, 1)$, c) $Exp(\lambda)$, d) $\beta(\alpha, \beta)$.
- 1.2** De una población con distribución de $B(1, p)$, se obtiene una m.a.s. (X_1, \dots, X_n) . Determina la distribución en el muestreo de la media muestral y comprueba que su esperanza coincide con la esperanza poblacional.
- 1.3** En una urna hay 100 pelotas enumeradas. Se extraen 10 pelotas con remplazamiento. Sea \bar{X} el estadístico media muestral de los numero obtenidos. Determinar $E\bar{X}$ y $Var\bar{X}$.
- 1.4** Sea X_1, \dots, X_n una m.a.s. de una $Exp(\theta)$.
- a) Determina la distribución en el muestreo del estadístico $T = \sum_{i=1}^n X_i$. A partir de ahí, determina su esperanza y varianza y deduce las de \bar{X} . Comprueba que las cantidades obtenidas son justamente μ y σ^2/n , con μ y σ^2 la esperanza y la varianza poblacionales, respectivamente.
 - b) Calcula la esperanza y la varianza de $T = X_{(1)}$.
- 1.5** El error (en centigramos) que se comete al pesar un objeto en una balanza es una v.a. con distribución $N(0, 15)$.
- a) Determina la probabilidad de que el error cometido (en valor absoluto) en una pesada sea inferior a 20 centigramos.
 - b) Si se obtiene una m.a.s. de dicha distribución, ¿qué tamaño ha de tener para que el error medio (en valor absoluto) sea inferior a 5 centigramos con una probabilidad del 90 %?
- 1.6** ★ Calcula la esperanza y la varianza de la media muestral de una m.a.s. de una distribución $\Gamma(p, \sqrt{p})$. Calcula a continuación el tamaño que tendría que tener una muestra para asegurar con una probabilidad del 99 % que la media muestral difiere de la poblacional en menos de 0.01.