1.-La **clase** *NP* es el conjunto de todos los problemas verificadores en tiempo polinómica. Utilizando esta definición de los problemas *NP*, demostrar que los siguientes conjuntos pertenecen a *NP*, indicando cual es el testimonio y cuál es el procedimiento que comprueba el resultado del testimonio en tiempo polinómica.

* 1. CLIQUE.
  2. HAMILTONIANO.
  3. MOCHILA.

2.- Consideremos los siguientes problemas decisionales:

* + 1. ∈ *P*.
    2. ∈ *NP*.
    3. ∈ *NP*-Completo.
    4. ∈ *NP*-Difícil.

Decir si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones y justificar brevemente la respuesta:

* 1. La reducción *A* ≤*p B* es posible sean cuales sean los problemas *A* y *B*.
  2. La reducción *A* ≤*p C* es posible sean cuales sean los problemas *A* y *C*.
  3. La reducción *B* ≤*p C* es posible sean cuales sean los problemas *B* y *C*.
  4. La reducción *C* ≤*p D* es posible sean cuales sean los problemas *C* y *D*.

3.- Un grafo etiquetado es un grafo donde los vértices pueden tener asociada información adicional (que se conoce como *etiqueta*). Por ejemplo, si un grafo representa una red viaria, la etiqueta de cada vértice puede ser el nombre de una ciudad.

Un grafo etiquetado es una tupla *G* =*< V,E,Lv,Fv >*, donde

*V* es el conjunto de nodos del grafo.

*E* es el conjunto de aristas.

*Lv* es el conjunto de etiquetas de los nodos.

*Fv* es una función *V* → *Lv* que asigna una etiqueta a cada vértice.

La definición del isomorfismo de subgrafos etiquetados:

**Instancia:** dos grafos *G* =*< V*1*,E*1*,L*1*,F*1 *>* y *H* =*< V*2*,E*2*,L*2*,F*2 *>*.

**Pregunta:** contiene *G* un subgrafo isomorfo a *H*, o sea, un subconjunto *V* ⊆ *V*1 y un subconjunto *E* ⊆ *E*1 tal que |*V* | = |*V*2|, |*E*| = |*E*2| y tal que existe una función biyectiva *f* : *V*2 → *V* tal que {*u,v*} ∈ *E*2 si y solo si {*f*(*u*)*,f*(*v*)} ∈ *E* y *F*1(*u*) = *F*2(*f*(*u*)) y *F*1(*v*) = *F*2(*f*(*v*)).

En el ejemplo de la Figura 1 se muestran dos grafos en los cuales existe el isomorfismo de subgrafos con los vértices 2 y 3 del grafo grande, ya que podemos hacer el mapeo {(2*,*1)*,*(3*,*2)}. En este caso es una condición imprescindible que las etiquetas coincidan, como es el caso, ya que la etiqueta del vértice 2 del grafo grande es A, la misma que la del vértice 1 del pequeño. La etiqueta del vértice 3 del grande es B, la misma que la del vértice 2 del pequeño. Si cogiéramos el subconjunto {1*,*2} ⊆ *V* veríamos que no puede haber ningún isomorfismo ya que las etiquetas no coincidirían.

De acuerdo con esto, decir que complejidad tiene el problema de isomorfismo de subgrafos etiquetados en cada una de las siguientes restricciones adicionales:

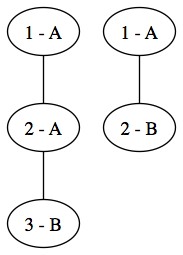


Figura 1: Ejemplo de isomorfismo de subgrafos etiquetado.

1. Las etiquetas de los nodos del grafo no se pueden repetir ni en el grafo grande ni en el pequeño.
2. No hay ninguna restricción sobre el número de veces que se utiliza una etiqueta en ninguno de los dos grafos.

4.- Decir si es posible tener una función de reducción y, en caso afirmativo, dar la función de reducción en cada uno de los siguientes casos:

* 1. ∅ ≤*p* PARES.
  2. IMPARES ≤*p* ∅.
  3. PARES ≤*p* IMPARES.
  4. SAT ≤*p* DOBLE − SAT donde

DOBLE − SAT = {hΦi | Φ tiene al menos 2 asignaciones que la satisfacen}.

5.- La compañía propietaria de una red eléctrica tiene que realizar trabajos de mantenimiento de la red eléctrica. La red está formada por un conjunto de *N* centrales, donde cada par de centrales puede estar conectada o no por una línea de alta tensión. Las tareas de actualización se tienen que hacer a nivel de central, y no es necesario actuar en todas. La actualización se da por válida cuando por cada línea de alta tensión, se ha actualizado una de las dos centrales conectadas por la línea. Para reducir costes, la compañía quiere minimizar el número de centrales donde tiene que hacer una actuación.

1. Indicar qué problema *NP*-Completo está intentando resolver esta compañía eléctrica.
2. Indicar si el problema continua siendo *NP*-Completo cunado la red eléctrica se puede representar mediante:
   * 1. Un grafo *Kn*.
     2. Un grafo *Cc*.
     3. Un rafo *Tn*.

4) Un grafo *En*.

5) Un grafo *Rn*.