Propagación en medios homogéneos e isótropos

1.- Demuestre que si $\tilde{\varepsilon} = 0$ existen ondas "longitudinales" $\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \vec{k} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ que satisfacen todas las ecuaciones de Maxwell. ¿Existe alguna restricción para el valor de $\vec{k}$?

2.- Consideremos los siguientes campos eléctricos: 1) $\vec{E}_1(\vec{r},t) = \vec{E}_{10} e^{-a(x+z)} \cos(ky - \omega t)$, donde $\vec{E}_{10} = (-E_0, 0, E_0)$; 2) $\vec{E}_2(\vec{r},t) = \vec{E}_{20} e^{-a(y+z)} \cos[k(y+z) - \omega t]$, donde $\vec{E}_{20} = (E_0, 0, 0)$; siendo $\mathbf{E}_0$, k, y a reales. Para cada uno de los dos casos, determine: (a) Los planos donde la amplitud se mantiene constante. (b) El tipo de medio en el que se propaga el campo. (c) La velocidad de fase.

3.- En cierto material se propaga una onda de la siguiente forma

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0 \exp\left(-3\frac{\omega}{c} z\right) \cos\left(\frac{3}{2}\frac{\omega}{c} z - \omega t\right),$$

calcule los valores del índice de refracción n e índice de absorción κ.

4.- Sea la onda armónica inhomogénea en un medio absorbente con campo eléctrico $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-\vec{a}\vec{r}} e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)}$ siendo $\vec{k} = b(1,0,0)$, $\vec{a} = b(1,1,0)$ y $\vec{E}_0 = E_0(1, -1+i, d)$ donde b, d y E_0 son constantes reales. (a) ¿Se satisface que $\vec{k}_c \cdot \vec{E} = 0$? (b) Diga si los vectores *reales* correspondientes a $\vec{E}$, $\vec{H}$ y $\vec{k}$ en $t = 0$, $\vec{r} = 0$ son perpendiculares entre sí.

5.- La conductividad del cobre para $\lambda = 600\,\text{nm}$ es $\sigma = 5.9\,10^5\,\Omega^{-1} m^{-1}$. a) Determine el espesor de una capa de cobre necesaria para atenuar un 95% la intensidad de una onda monocromática de 600 nm de longitud de onda, considerando que se puede realizar la aproximación de conductividad grande $\sigma >> \varepsilon$ y suponiendo que $\vec{k}$ y $\vec{a}$ son paralelos b) Calcule el índice de refracción para esa longitud de onda.

6.- Consultando la página web http://refractiveindex.info estime la atenuación en dB por km y la velocidad de grupo del silicio amorfo a 500 nm, suponiendo siempre que el vector de ondas y el de atenuación son paralelos.

7.- A partir de la relación $v_g = (dk/d\omega)^{-1}$ demuestre que en medios trasparentes y para ondas planas $v_g = \dfrac{c}{n - \lambda \dfrac{dn}{d\lambda}}$.

8.- A partir de la expresión de v_g en el problema anterior determine en qué condiciones la velocidad de grupo es mayor que la de fase.

9.- A partir de la expresión de v_g de los problemas anteriores determine en qué condiciones $\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{v_g}\right)=0$ (que tiene interés para la máxima transmisión de información por fibra óptica).

Otros enunciados

10.- De un medio se sabe que ε es un escalar complejo que no depende del punto y que sí depende de la frecuencia. ¿Qué puede decirse del medio?

11.- El campo eléctrico correspondiente a una onda monocromática luminosa de frecuencia ω propagándose por un medio dieléctrico es $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\mathbf{E}_0 e^{-az}\cos(kz-\omega t)$, donde $\mathbf{E}_0$ es un vector real constante. Las expresiones para n y κ para el medio son

$$n = 1 - \frac{\omega_P^2}{2}\left[\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\left(\omega^2-\omega_0^2\right)^2+\gamma^2\omega^2}\right]$$

$$\kappa = \frac{\omega_P^2}{2}\left[\frac{\gamma\omega}{\left(\omega^2-\omega_0^2\right)^2+\gamma^2\omega^2}\right]$$

Hállese la expresión de k y de a para los dos casos siguientes: $\omega=\omega_0$, $\omega \ll \omega_0$.

12.- Considérese un medio dieléctrico, isótropo y homogéneo. Justifíquese bajo qué condiciones puede propagarse en dicho medio una onda electromagnética cuyo campo eléctrico sea $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=A\mathbf{u}_x e^{-az}\cos(kz-\omega t)$, donde A, a y k son reales.