# PROBLEMAS FISICA III- Hoja 5

**Problema 1**

Una onda es de la forma $y = Acos(2\pi x/\lambda + \pi/3)$ para $x < 0$. Sabemos que para $x > 0$ su longitud de onda se reduce a la mitad.Aplicando requisitos de continuidad en la fromtera $x = 0$ determinar la amplitud, en relación con A, y la fase en $x > 0$.

**Problema 2**

El estado de energia más bajo de una particula confinada en un pozo infinito es 4.4 $eV$. Si duplicamos la anchura del potencial cual seria la energia más baja?

**Problema 3**

Un electrón está atrapado en un pozo infinito de anchura 0.120 $nm$. Determinar las tres longitudes de onda mayores permitidas para la onda de de Broglie del electrón.

**Problema 4**

Un electrón está atrapado en un pozo de anchura 0.05 $nm$. Determinar las tres energias más bajas posibles.

**Problema 5**

Una particula viene descrita por la función de onda

- $\Psi_1(x) = -b(x^2 - a^2)\ para\ 0 \leq x \leq a$
- $\Psi_2(x) = (x - d)^2 - c\ para\ a \leq x \leq w$
- $\Psi_3(x) = 0\ para\ x \geq w$

Determinar c y d en términos de a y b aplicando las condiciones de continuidad en x=a. Determinar w en función de a y b.

**Problema 6**

La función de onda de una particula es $\Psi(x) = b(a^2 - x^2)$ para $-a \leq x \leq a$ y $\Psi(x) = 0$ fuera. Encontrar $b$ en función de $a$ usando las condiciones de normalización. Determinar la probabilidad de encontrar a la particula entre $a/2$ y $a$.

**Problema 7**

La función de onda de una particula es $\Psi(x) = Cxe^{-bx}$ siendo $C$ y $b$ constantes reales. Determinar la energia potencial de la particula y la total.

**Problema 8**

La función de onda de una particula es:

$$\Psi(x) = 0 \qquad ; x < -L/2 \tag{1}$$

$$\Psi(x) = C(2x/L + 1) \quad ; -L/2 < x < 0 \tag{2}$$

$$\Psi(x) = C(-2x/L + 1)\ ; 0 < x < L/2 \tag{3}$$

$$\Psi(x) = 0 \qquad ; x > L/2 \tag{4}$$

Determinar C, la probabilidad de que la particula se encuentre entre [0,L/4] y $< x >$.

**Problema 9**

Una particula se encuentra en un pozo infinito en su estado fundamental con una energia $E = 1.26\ eV$. Determinar la energia necesaria para llevarla a los estados excitados $n = 3, 4$.

**Problema 10**

Un electrón está atrapado en un pozo infinito de anchura 0.251 $nm$ encontrándose inicialmente en el estado $n = 4$. Determinar las energias de los fotones emitidos cuando el electrón salte de todas las distintas maneras posibles al estado fundamental.

**Problema 11**

Una particula se encuentra atrapada en un pozo infinito de anchura $L$, encontrándose en su estado fundamental. Determinar la probabilidad de encontrar a la particula en [0,L/3], [L/3,2L/3] y [2L/3,L].

**Problema 12**

Probar que la constante de normalización de la función de onda de un oscilador armónico en su estado fundamental es

$$A = (\frac{m\omega_0}{\hbar\pi})^{1/4} \tag{5}$$

**Problema 13**

Para un oscilador armónico clásico, los puntos de retorno $\pm x_0$ son tales que en ellos $K = 0$ y por tanto la energia total $E = U$. Probar que para un oscilador cuántico en su estado fundamental $x_0 = (\frac{\hbar\omega_0}{k})^{1/2}$. Determinar los puntos de retorno en los dos primeros estados excitados.

**Problema 14**

Para el oscilador armónico en su estado fundamental, determinar $< x >$, $< x^2 >$ y $\Delta x$.

**Problema 15**

La energia de una electrón que oscila en su estado fundamental es 1.24 $eV$. Determinar la energia necesaria para llevarlo a su segundo y cuarto estado excitado.

**Problema 16**

Para una particula con energia $E < U_0$ que incide sobre un escalón de potencial, evaluar las constantes de normalización de la onda reflejada y transmitida en función de la incidente a partir de las relaciones de continuidad en $x = 0$.

**Problema 17**

Probar que $< x^2 >$ para una particula en un pozo de anchura $L$ es $L^2(1/3 - 1/2\pi^2 n^2)$.

**Problema 18**

El primer estado excitado del oscilador armónico tiene una función de onda $\Psi(x) = Axe^{-ax^2}$. Determinar $A$ y $a$.

**Problema 19**

Consideremos la siguiente barrera de potencial

- $U(x) = 0\ ;\ x < 0$
- $U(x) = U_0\ ;\ 0 < x < L$
- $U(x) = 0\ ;\ x > L$

Supongamos que $E < U_0$. Escribir la función de onda en las tres regiones anteriores en notación exponencial. Usar las condiciones de contorno en $x = 0$ y en $x = L$ para encontrar cuatro relaciones entre los seis coeficientes necesarios para el apartado anterior. Supongamos que un haz de particulas incide desde la izquierda sobre este barrera. Qué coeficiente deberá ser cero?.

**Problema 20**

Repetir el ejercicio anterior si $E > U_0$.

**Problema 21**

Una particula está confinada en una región tridimensional de dimensiones $L \times L \times L$. Probar que los niveles de energia vienen dados por $E = (\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2})(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$. Hacer un esquema con los cuatro niveles de energia más bajos, mostrando los números cuánticos y discutir la degeneración de estados.

**Problema 22**

Una particula está confinada en una caja de potencial bidimensional de longitud L y anchura 2L. Probar que los autoestados de energia corresponden con los valores $E = (\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2})(n_x^2 + \frac{n_y^2}{4})$. Encontrar los dos niveles de energia más bajos degenerados.

**Problema 23**

Un oscilador armónico bidimensional tiene estados de energia $E = \hbar\omega_0(n_x + n_y + 1)$ con $n_x, n_y = 0, 1, 2, ....$ Justificar este resultado basándose en los resultados conocidos para el oscilador unidimensional. Dibujar un diagrama con los cuatro estados de energia más bajos. Para cada nivel de energia mostrar además de E los correspondientes valores de $n_x, n_y$ y discutir la degeneración.

**Problema 24**

En el pozo de potencial infinito unidimensional, determinar:

- $< p >$
- $< p^2 >$
- $\Delta p$

**Problema 24**

Un electrón está atrapado en un pozo unidimensional de anchura 0.132 nm. Se encuentra en un estado con $n = 10$. Determinar

- su energia

- la incertidumbre en su momento
- la incertidumbre en su posición
- discutir el limite $n \to \infty$

**Problema 25**

Consideremos la siguiente función de onda :$\Psi(x) = A(\frac{x}{x_0})^n e^{(-x/x_0)}$. Haciendo uso de la ecuación de Schroedinger, determinar el potencial $V(x)$ y la energia $E$ de modo que sea un autoestado de energia.

**Problema 26**

Determinar la energia de enlace de una particula de masa m en el potencial de corto alcance $V = -V_0\delta(x)$

**Problema 27**

Una particula de masa m está ligada al potencial del ejercicio anterior. Determinar $x_0$ tal que la probabilidad de encontrar a la particula en $|x| < x_0$ sea 0.5

**Problema 28**

Consideremos un oscilador armónico y denotemos por $\Psi_0$ y $\Psi_1$ las funciones de onda reales asociadas al estado fundamental y al primer estado excitado. Sea $A\Psi_0 + B\Psi_1$ la función de onda en un instante de tiempo cualquiera. Demostrar que en general $< x > \neq 0$ y determinar los valores de A y B que hacen $< x >$ extremo, máximo o minimo.

**Problema 29**

La función de onda de una particula que se mueve en una dimensión bajo un potencial V(x) es $\Psi(x) = (\frac{\gamma^2}{\pi})^{1/4} \cdot e^{-\gamma^2 x^2/2}$ con energia $E = \hbar^2\gamma^2/2m$. Determinar: i) $< x >$, ii) $< p >$ y iii) $V(x)$.

**Problema 30**

Un electrón con energia 1 $eV$ incide sobre una barrera rectangular de potencial $V_0 = 2\ eV$. Determinar la anchura de esta barrera para que el coeficiente de transmisión sea $10^{-3}$.

**Problema 31**

Consideremos un pozo de potencial rectangular:

- $V(x) = 0\ ;\ x < 0$
- $V(x) = -V_0\ ;\ 0 < x < a$
- $V(x) = 0\ ;\ x > 0$

Si una particula de masa m y energia cinetica no relativista E incide desde la izquierda, determinar la probabilidad de transmisión. Para qué valores de E es esta probabilidad igual a la unidad.

**Problema 32**

Consideremos una particula en una dimensión sujeta al potencial:

- $V(x) = \infty$ ; $x < 0$
- $V(x) = 0$ ; $0 < x < a$
- $V(x) = V_0$ ; $x > a$

Demostrar que para $E < V_0$ los estados ligados vienen determinados por la ecuación

$$tan\frac{a\sqrt{2mE}}{\hbar} = -\sqrt{\frac{E}{V_0 - E}} \tag{6}$$

**Problema 33**

Un electrón está confinado en el estado fundamental de un oscilador armónico de manera que $\sqrt{(x - < x >)^2} = 0.1\ nm$. Determinar la energia, en eV, necesaria para llevarlo al primer estado excitado.

**Problema 34**

Una particula de masa m se mueve desde la derecha en una dimensión bajo un potencial :

- $V(x) = 0$ ; $x < 0$
- $V(x) = V_0$ ; $x > 0$

Determinar los coeficientes de reflexión y transmisión.

**Problema 35**

Consideremos un haz de particulas de masa m que se mueven según +OX con energia cinética E. Se encuentran con un escalón de potencial:

- $V(x) = 0$ ; $x \leq 0$
- $V(x) = 3E/4$ ; $x > 0$

Determinar la fracción de las particulas del haz que se reflejan en $x = 0$.

**Problema 36**

Una particula está confinada en un poco infinito de potencial entre $0 < x < L$. Supongamos que en el centro del pozo es decir en $x = L/2$ tengamos un potencial dado por $V(x) = \lambda\delta(x - \frac{L}{2})$. Encontrar una ecuación transcendente que ligue los autovalores de la energia $E$ con $\lambda$, m y L.

**Problema 37**

Consideremos una particula sujeta al potencial

- $V(x) = \infty$ ; $x < 0$
- $V(x) = -V_0$ ; $0 < x < a$
- $V(x) = 0$ ; $x > a$

Si $E < 0$ y $V_0 < -E$ encontrar la función de onda de una particula en un estado ligado de este potencial y determinar los valores permitidos de la energia.