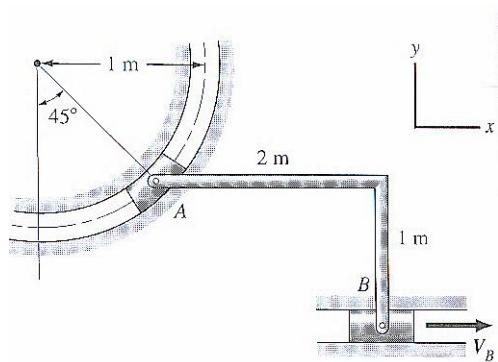


**PROBLEMAS DE TEORÍA DE MÁQUINAS Y MECANISMOS RESUELTOS  
EN CLASE (NO DEL LIBRO) (CURSO 2013-2014).**

- 1) La barra AB conecta dos correderas en A y en B. Si  $V_B = 5 \text{ m/s}$ , calcular analíticamente  $V_A$ .



$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{AB} = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{R}_{AB} = 5 \cdot \dot{i} + \begin{vmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_{AB} \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Como O es el centro de rotación de la corredera (eslabón 4), se puede relacionar con el punto A de la corredera:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{v}_{AO} = \vec{\omega}_4 \times \vec{R}_{AO} = \begin{vmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_4 \\ 1 \cdot \sin 45 & -1 \cdot \cos 45 & 0 \end{vmatrix}$$

$$5 \cdot \dot{i} + \begin{vmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_{AB} \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_4 \\ 1 \cdot \sin 45 & -1 \cdot \cos 45 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \omega_4 = 14,14 \text{ rad/s} \\ \omega_{AB} = -5 \text{ rad/s} \end{cases}$$

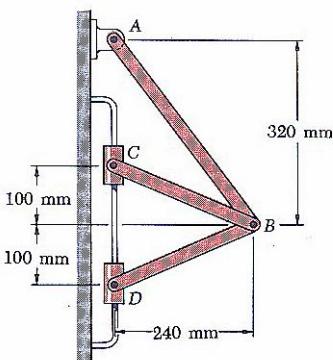
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_{AB} = \vec{\omega}_{AB} \times \vec{R}_{AB} = 5 \cdot \dot{i} + \begin{vmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 10 \cdot \dot{i} + 10 \cdot \dot{j}$$

Por lo tanto:

$$\vec{\omega}_{AB} = -5 \cdot \vec{k} \text{ (rad/s)}$$

$$\vec{v}_A = 10 \cdot \dot{i} + 10 \cdot \dot{j}; \quad v_A = 14,14 \text{ m/s}$$

- 2) Dos collarines C y D se mueven a lo largo de la barra vertical mostrada. Si la velocidad del collarín C es de 660 mm/s hacia abajo, determinar analíticamente:
- Velocidad del collarín D.
  - Velocidad angular del elemento AB.



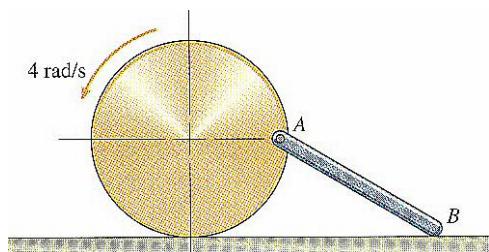
$$\begin{aligned} \vec{v}_B &= \vec{v}_C + \vec{v}_{BC} \\ \vec{v}_B &= \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} \end{aligned} \left\{ \Rightarrow \vec{v}_C + \vec{v}_{BC} = \vec{v}_{BA} \Rightarrow -0,66 \cdot \vec{j} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ 0,24 & -0,10 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ 0,24 & -0,32 & 0 \end{vmatrix} \right.$$

$$-0,66 \cdot \vec{j} + 0,10 \cdot \omega_3 \cdot \vec{i} + 0,24 \cdot \omega_3 \cdot \vec{j} = 0,32 \cdot \omega_2 \cdot \vec{i} + 0,24 \cdot \omega_2 \cdot \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} \vec{\omega}_2 = 1,25 \cdot \vec{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \vec{\omega}_3 = 4 \cdot \vec{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{BA} = \vec{\omega}_2 \times \vec{R}_{BA} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1,25 \\ 0,24 & -0,32 & 0 \end{vmatrix} = 0,4 \cdot \vec{i} + 0,3 \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{BA} \Rightarrow v_D \cdot \vec{j} = (0,4 \cdot \vec{i} + 0,3 \cdot \vec{j}) + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_4 \\ -0,24 & -0,10 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \vec{\omega}_4 = -4 \cdot \vec{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \vec{v}_D = 1,26 \cdot \vec{j} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

- 3) En la figura adjunta, el diámetro del disco es de 1 m. y la longitud de la barra AB es de 1 m. El disco está rodando sin deslizamiento y el punto B se desliza sobre la superficie plana. Determinar **analíticamente** la velocidad angular de la barra AB y la velocidad del punto B.



El punto de contacto entre la rueda y la superficie plana (punto O<sub>2</sub>) es el CIR I<sub>12</sub> y por lo tanto no tiene velocidad.

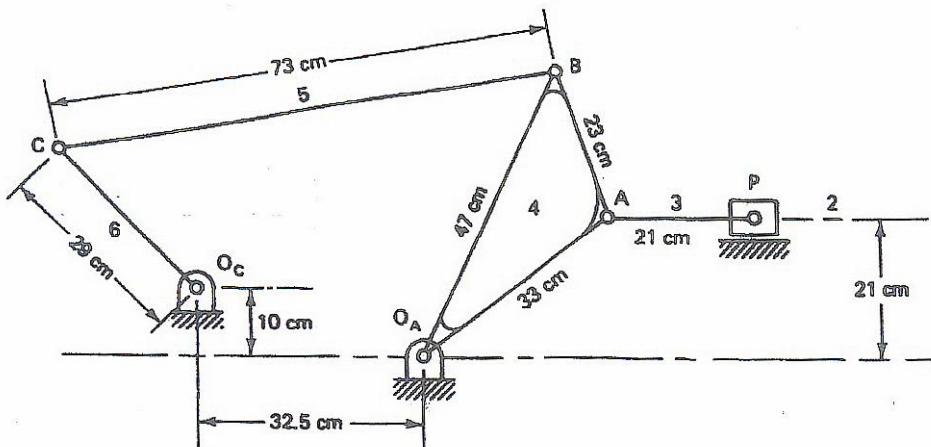
Si el centro de coordenadas es dicho punto O<sub>2</sub>.

$$\overrightarrow{v_A} = \overrightarrow{v_{O_2}} + \overrightarrow{v_{AO_2}} = \overrightarrow{\omega_2} \times \overrightarrow{R_{AO_2}} = \begin{vmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} \\ 0 & 0 & 4 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{vmatrix} = -2 \cdot \dot{i} + 2 \cdot \dot{j}$$

$$\overrightarrow{v_B} = \overrightarrow{v_A} + \overrightarrow{v_{BA}} \Rightarrow v_B \cdot \dot{i} = -2 \cdot \dot{i} + 2 \cdot \dot{j} + \begin{vmatrix} \dot{i} & \dot{j} & \dot{k} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ 0,87 & -0,5 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} v_B = -3,15 \frac{m}{s} \\ \omega_3 = -2,30 \frac{rad}{s} \end{cases}$$

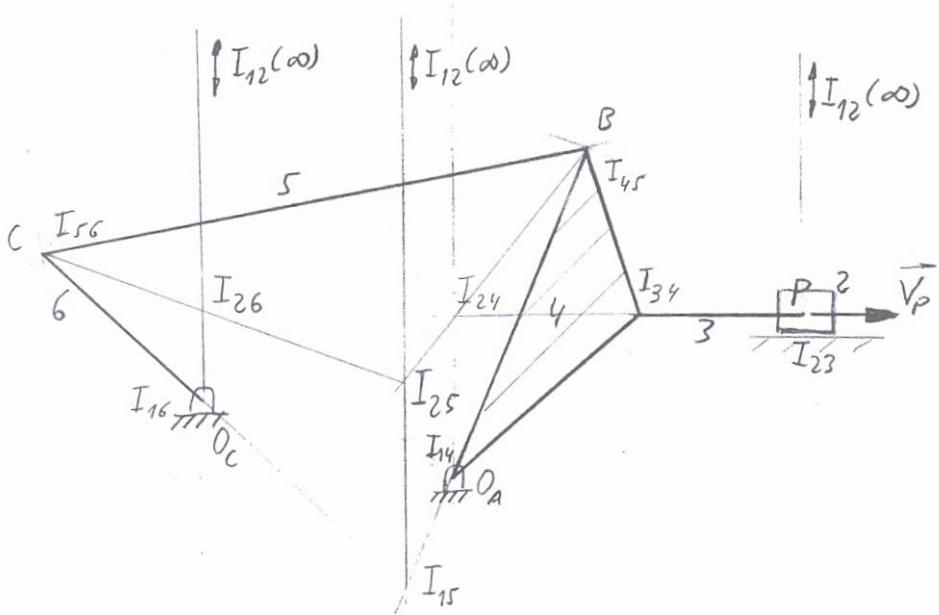
- 4) En el mecanismo de la figura, el punto P se mueve hacia la derecha con una velocidad  $V_P = 10 \text{ m/s}$ . Obtener por el método de los CIR la velocidad angular del eslabón 6 para el instante mostrado.

Escala recomendada:  $E_D = \frac{1 \text{ mm dibujo}}{10 \text{ mm reales}}$



$$V_P = V_{I_{26}} = 10 \frac{m}{s}$$

$$\overrightarrow{V_{I_{26}}} = \overrightarrow{V_{O_C}} + \overrightarrow{V_{I_{26}O_C}} = \overrightarrow{\omega_6} \times \overrightarrow{R_{I_{26}O_C}} \Rightarrow \omega_6 = \frac{V_{I_{26}O_6}}{R_{I_{26}O_6}} = \frac{10 \frac{m}{s}}{0,12m} = 83,3 \frac{rad}{s} (\text{mmr})$$

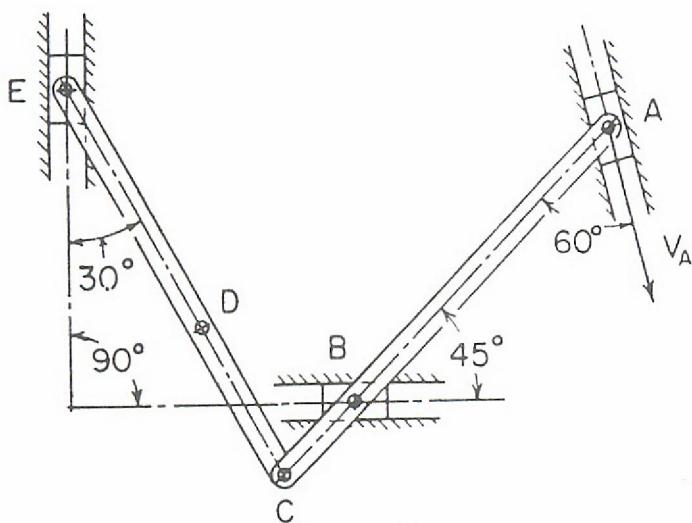


- 5) Dos barras rígidas, ABC y CDE, están articuladas entre sí en C y articuladas a los bloques deslizantes en las guías fijas en A, B, y E como se ve en la figura.

En la posición indicada la velocidad de A es igual a 5 cm/s.

Localizar el centro instantáneo de rotación de la barra CDE y determinar la velocidad del punto D.

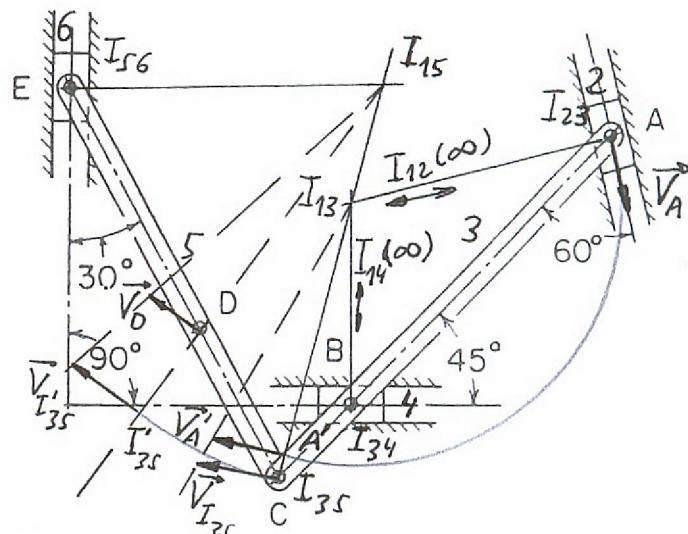
Datos: AB = 13,65 cm, BC = 3,75 cm, CD = 6,25 cm, DE = 10 cm



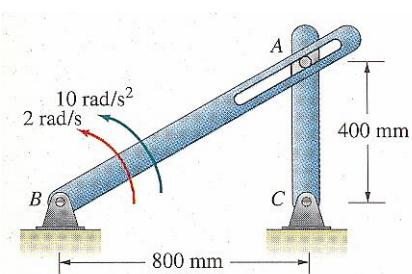
$$E_v = \frac{1 \text{ cm}}{2 \text{ mm}}$$

La solución es:

$$v_D \approx 4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

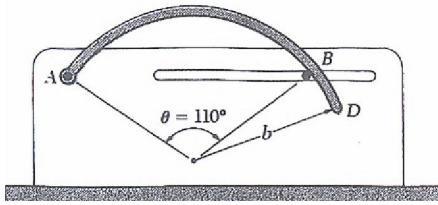


- 6) La barra AB se mueve con la velocidad angular y aceleración angular mostradas.
- Determinar **analíticamente** la velocidad angular de la barra AC y la velocidad del pasador A respecto a la ranura de la barra AB.
  - Determinar **analíticamente** la aceleración angular de AC y la aceleración del pasador A respecto a la ranura en la barra AB.



$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_3}} &= \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_2}} + \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} \\ \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_3}} &= \overrightarrow{\mathbf{v}_C} + \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_3C}} \\ \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_2}} &= \overrightarrow{\mathbf{v}_B} + \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_2B}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_3C}} = \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_2B}} + \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} ; \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_2B}} = \overrightarrow{\omega_2} \times \overrightarrow{\mathbf{R}_{A_2B}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ 0,8 & 0,4 & 0 \end{vmatrix} = -0,8 \cdot \vec{i} + 1,6 \cdot \vec{j} \\
& \alpha = \arctg \frac{0,4}{0,8} = 26,6^\circ; \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} = \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} \cdot \cos 26,6^\circ \cdot \vec{i} + \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} \cdot \cos 26,6^\circ \cdot \vec{j} \\
& \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_3 \\ 0 & 0,4 & 0 \end{vmatrix} = (-0,8 \cdot \vec{i} + 1,6 \cdot \vec{j}) + (\overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} \cdot \cos 26,6^\circ \cdot \vec{i} + \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} \cdot \cos 26,6^\circ \cdot \vec{j}) \\
& \omega_3 = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \overrightarrow{\omega_3} = 10 \cdot \vec{k}; \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} = -3,58 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} = -3,2 \cdot \vec{i} - 1,6 \cdot \vec{j} \\
& \left. \begin{aligned} \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3}} &= \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_2}} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3A_2}^c} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^n} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^t} \\ \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3}} &= \overrightarrow{\mathbf{A}_C} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3C}^n} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3C}^t} \\ \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_2}} &= \overrightarrow{\mathbf{A}_B} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_2B}^n} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_2B}^t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3C}^n} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3C}^t} = \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_2B}^n} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_2B}^t} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3A_2}^c} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^t} \\
& \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_2B}^n} = -\omega_2^2 \cdot \overrightarrow{\mathbf{R}_{A_2B}} = -3,2 \cdot \vec{i} - 1,6 \cdot \vec{j}; \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_2B}^t} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 10 \\ 0,8 & 0,4 & 0 \end{vmatrix}; \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^c} = 2 \cdot \overrightarrow{\omega_2} \times \overrightarrow{\mathbf{v}_{A_{3/2}}} = 2 \cdot \\
& \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ -3,2 & -1,6 & 0 \end{vmatrix}; \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^n} = \frac{\mathbf{v}_{3_{3/2}}^2}{\rho} = 0; \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^t} = \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^t} \cdot \cos 26,6^\circ \cdot \vec{i} + \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^t} \cdot \cos 26,6^\circ \cdot \vec{j} \\
& \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3C}^n} = -\omega_3^2 \cdot \overrightarrow{\mathbf{R}_{A_3C}} = -1,6 \cdot \vec{j}; \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_3C}^t} = \overrightarrow{\epsilon_3} \times \overrightarrow{\mathbf{R}_{A_3C}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \\ 0 & 0,4 & 0 \end{vmatrix}; \\
& \overrightarrow{\epsilon_3} = 170 \cdot \vec{k} \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right); \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^t} = -75,13 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}^t} = -67,18 \cdot \vec{i} - 33,64 \cdot \vec{j} = \overrightarrow{\mathbf{A}_{A_{3/2}}}
\end{aligned}$$

- 7) La barra AD está doblada en forma de un arco de círculo de radio  $b = 200$  mm. La posición de la barra se controla mediante el pasador B que resbala en la ranura horizontal y que también resbala a lo largo de la barra. Sabiendo que en el instante mostrado el pasador B se mueve hacia la derecha con una rapidez constante de 0,1 m/s, obtener de forma **analítica**:



- a. Velocidad angular de la barra.
  - b. Aceleración angular de la barra.

$$\overrightarrow{v_{B_3}} = 0,1 \cdot \vec{i} \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$\overrightarrow{v_{B_3}} = \overrightarrow{v_{B_2}} + \overrightarrow{v_{B_{3/2}}} \quad \left. \begin{array}{l} \overrightarrow{v_{B_2}} = \overrightarrow{v_A} + \overrightarrow{v_{B_2A}} \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{v_{B_3}} = \overrightarrow{v_A} + \overrightarrow{v_{B_2A}} + \overrightarrow{v_{B_{3/2}}} \Rightarrow \overrightarrow{v_{B_3}} - \overrightarrow{v_{B_{3/2}}} = \overrightarrow{v_{B_2A}}$$

Aplicando el teorema del coseno:

$$\overline{AB}^2 = 200^2 + 200^2 - 2 \cdot 200 \cdot 200 \cdot \cos 110^\circ \Rightarrow \overline{AB} = 327,66 \text{ mm} = 0,33 \text{ m}$$

$$\overrightarrow{v_{B_2A}} = \overrightarrow{\omega_2} \times \overrightarrow{R_{B_2A}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ 0,33 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,33 \cdot \omega_2 \cdot \vec{j}; \quad \overrightarrow{v_{B_{3/2}}} = v_{B_{3/2}} \cdot \cos \frac{110^\circ}{2} \cdot \vec{i} - v_{B_{3/2}} \cdot \sin \frac{110^\circ}{2} \cdot \vec{j}$$

$$0,1 \cdot \vec{i} - v_{B_{3/2}} \cdot \cos \frac{110^\circ}{2} \cdot \vec{i} + v_{B_{3/2}} \cdot \sin \frac{110^\circ}{2} \cdot \vec{j} = 0,33 \cdot \omega_2 \cdot \vec{j} \Rightarrow \begin{cases} v_{B_{3/2}} = 0,17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \omega_2 = 0,42 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{A_{B_3}} = \overrightarrow{A_{B_2}} + \overrightarrow{A_{B_3 B_2}^c} + \overrightarrow{A_{B_{3/2}}^n} + \overrightarrow{A_{B_{3/2}}^t} \\ \overrightarrow{A_{B_2}} = \overrightarrow{A_A} + \overrightarrow{A_{B_2 A}^n} + \overrightarrow{A_{B_2 A}^t} \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = \overrightarrow{A_{B_2 A}^n} + \overrightarrow{A_{B_2 A}^t} + \overrightarrow{A_{B_3 B_2}^c} + \overrightarrow{A_{B_{3/2}}^n} + \overrightarrow{A_{B_{3/2}}^t}$$

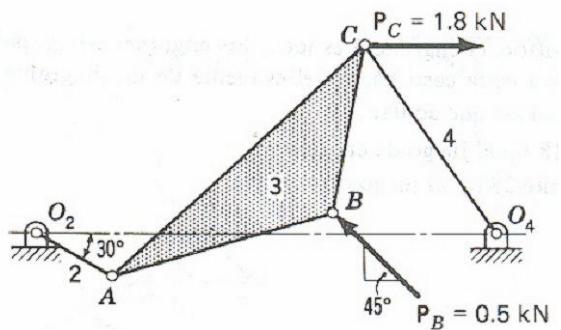
$$\overrightarrow{A_{B_2 A}^n} = -\omega_2^2 \cdot \overrightarrow{R_{B_2 A}} = -0,058 \cdot \vec{i} \left( \frac{m}{s^2} \right); \quad \overrightarrow{A_{B_2 A}^t} = \vec{\varepsilon}_2 \times \overrightarrow{R_{B_2 A}} = 0,33 \cdot \varepsilon_2 \cdot \vec{j}; \quad \overrightarrow{A_{B_3 B_2}^c} = 2 \cdot \overrightarrow{\omega_2} \times \overrightarrow{v_{B_{3/2}}} =$$

$$= 0,117 \cdot \vec{i} + 0,082 \cdot \vec{j}; \overrightarrow{A_{B_{3/2}}^n} = \frac{v_{B_{3/2}}^2}{\rho} \cdot \vec{n} = \frac{0,17^2}{0,2} \cdot \left( -\sin \frac{110^\circ}{2} \cdot \vec{i} - \cos \frac{110^\circ}{2} \cdot \vec{j} \right) = -0,118 \cdot \vec{i} - 0,083 \cdot \vec{j};$$

$$\overrightarrow{A_{B_{3/2}}^t} = A_{B_{3/2}}^t \cdot \vec{t} = A_{B_{3/2}}^t \cdot \left( \cos \frac{110^\circ}{2} \cdot \vec{i} - \sin \frac{110^\circ}{2} \cdot \vec{j} \right); \quad \varepsilon_2 = 0,26 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

8)

- Determinar el par motor que hay que aplicar a la barra de entrada para equilibrar estáticamente el mecanismo. Dibujar el diagrama de cuerpo libre de todos los eslabones.
- Determinar el par motor que habría que aplicar, en el caso de que  $P_B$  fuese horizontal con sentido hacia la izquierda.



Datos:  $O_2A = 75 \text{ mm}$ ,  $AB = O_4C = 200 \text{ mm}$ ,  $AC = 300 \text{ mm}$ ,  $BC = 150 \text{ mm}$ ,  $O_2O_4 = 400 \text{ mm}$ .

$$E_D = \frac{1 \text{ mm dibujo}}{5 \text{ mm reales}}; E_F = \frac{1 \text{ mm}}{50 \text{ N}},$$

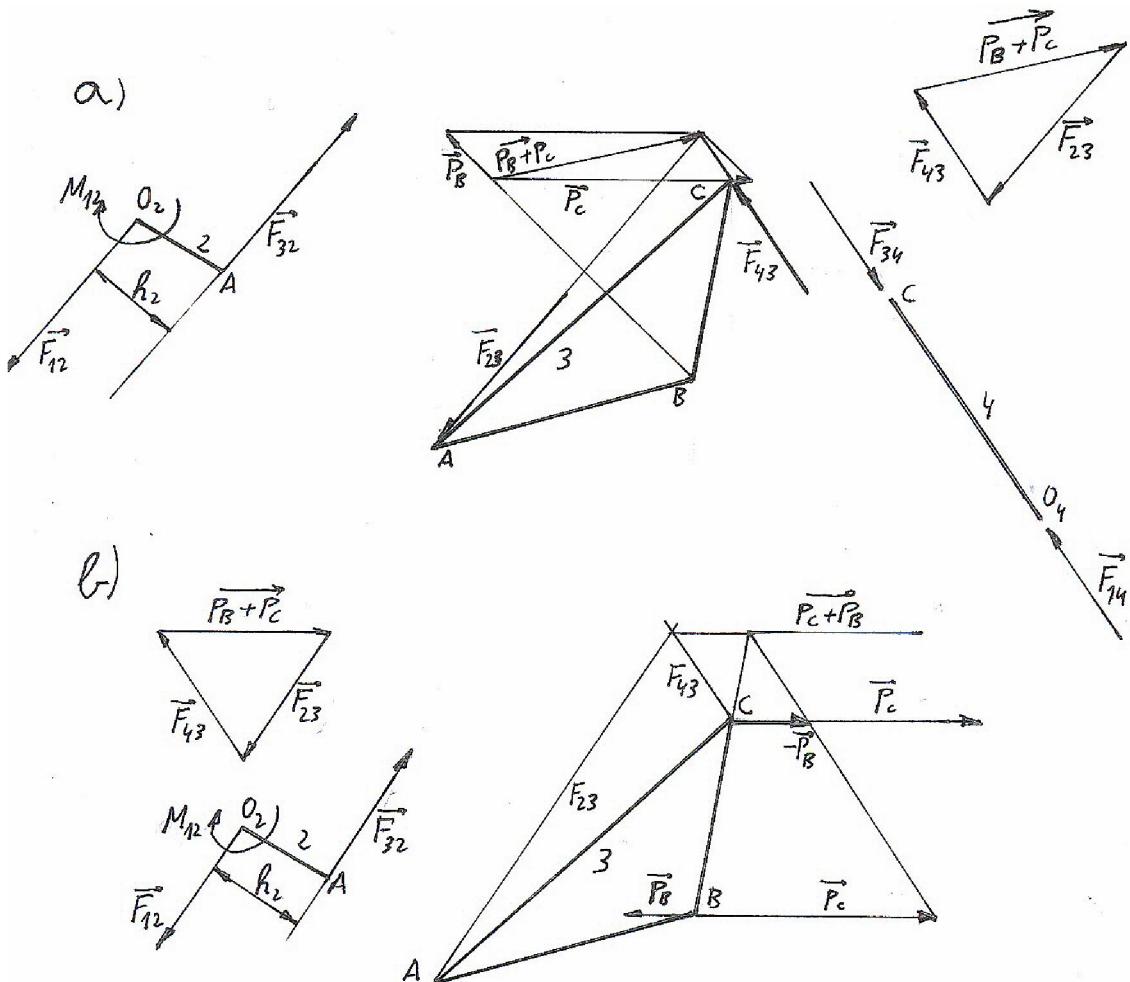
a)

$$F_{23} = -F_{32} = F_{12} = 1,55 \text{ kN}; F_{34} = -F_{43} = -F_{14} = 1 \text{ kN};$$

$$h_2 = 0,070 \text{ m}; M_{12} = 108,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

b)

$$F_{32} = 1,15 \text{ kN}; h_2 = 0,075 \text{ m}; M_{12} = 86,25 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Nota: la línea de acción del vector suma (fuerza resultante) se puede calcular analíticamente aplicando el teorema de Varignon.

- 9) Determinar la fuerza mínima que hay que aplicar en B para equilibrar estáticamente el mecanismo si  $Q = 10 \text{ kN}$ . Dibujar el diagrama de cuerpo libre de todos los eslabones.

Nota: resolver el problema utilizando unidades del Sistema Internacional.

$$O_2A = 2\frac{1}{2} \text{ pulg } (63.5 \text{ mm})$$

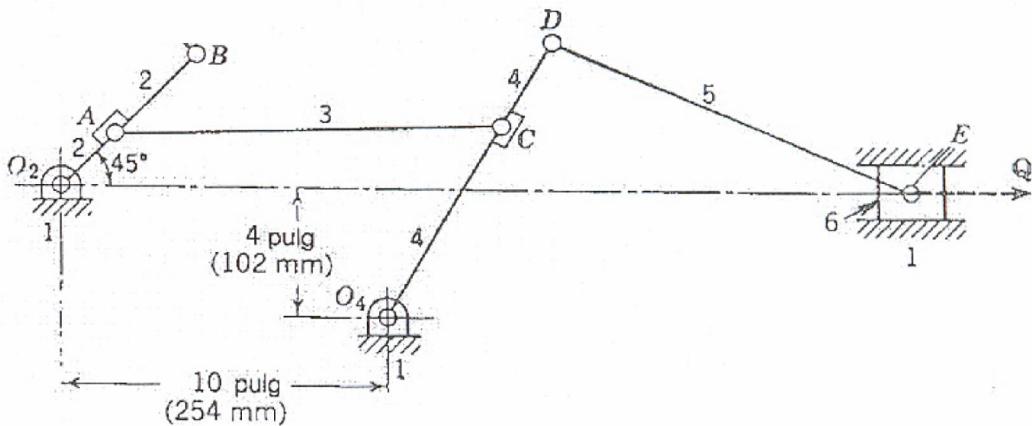
$O_2B = 6$  pulg (152 mm)

$\bar{A}C = 12$  pulg (305 mm)

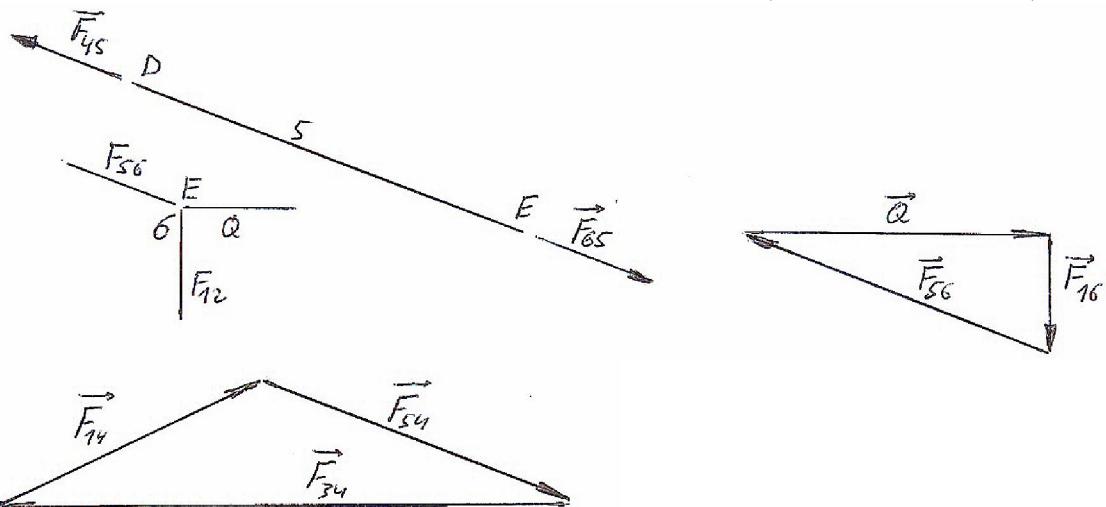
$O_4C = 7$  pulg (178 mm)

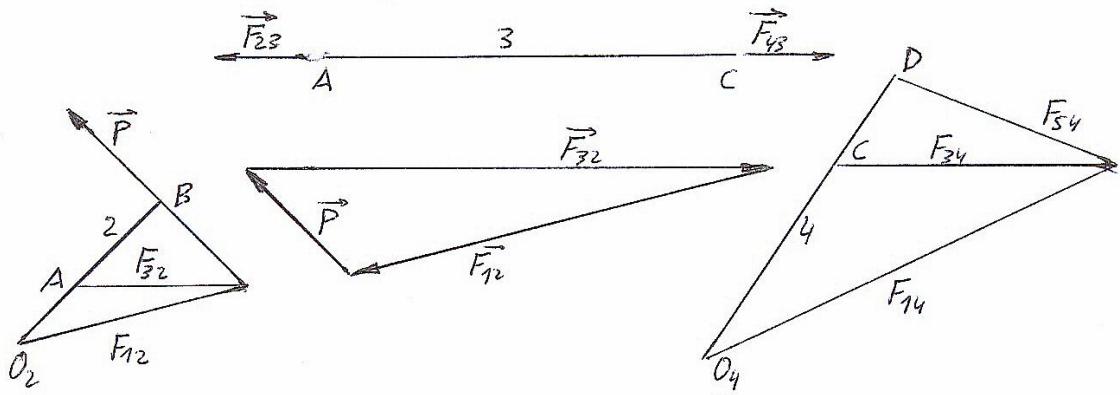
$O_4 D = 10$  pulg (254 mm)

*DE = 12 pulg (305 mm)*



$$E_D = \frac{1 \text{ mm dibujo}}{5 \text{ mm reales}}; \quad E_F = \frac{1 \text{ mm}}{200 \text{ N}}; \quad F_{16} = 3,8 \text{ kN}; \quad F_{56} = -F_{65} = F_{45} = -F_{54} = 11,8 \text{ kN} \\ F_{14} = 8,6 \text{ kN}; \quad F_{34} = -F_{43} = F_{23} = -F_{32} = 17 \text{ kN} \\ F_{12} = 15,6 \text{ kN}; \quad P = 5 \text{ kN} \quad (\text{Perpendicular a } \overline{O_2B})$$



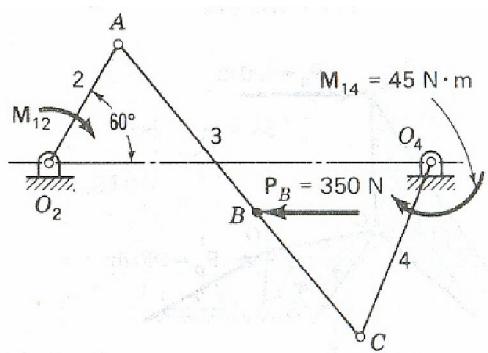


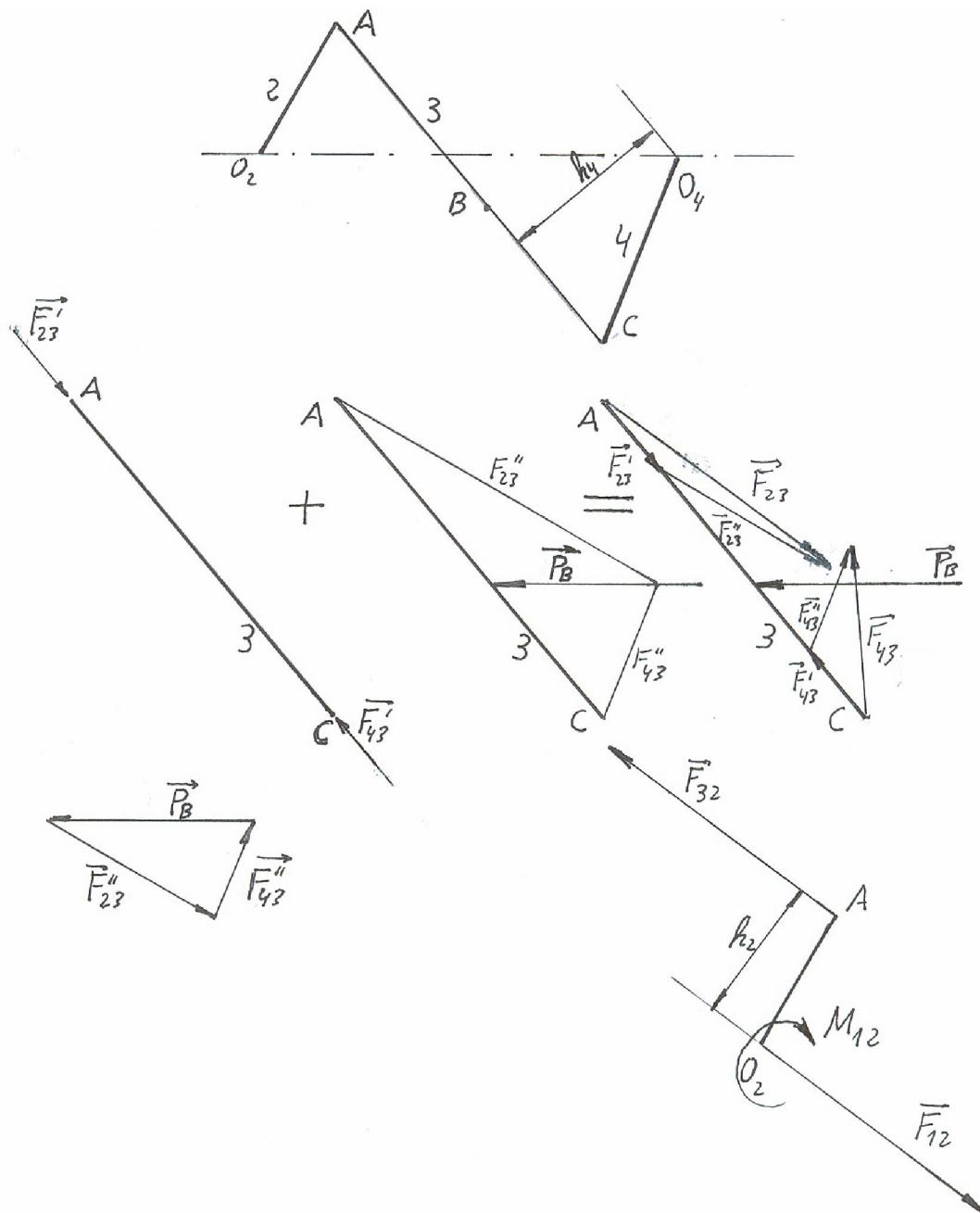
- 10) ¿Qué momento de torsión  $M_{12}$  se debe aplicar a la barra 2 para conservar el equilibrio estático?. Dibujar el diagrama de cuerpo libre de las barras 2 y 3.

Datos:  $O_2A = 250$  mm,  $AB = 400$  mm,  $AC = O_2O_4 = 700$  mm,  $O_4C = 350$  mm.

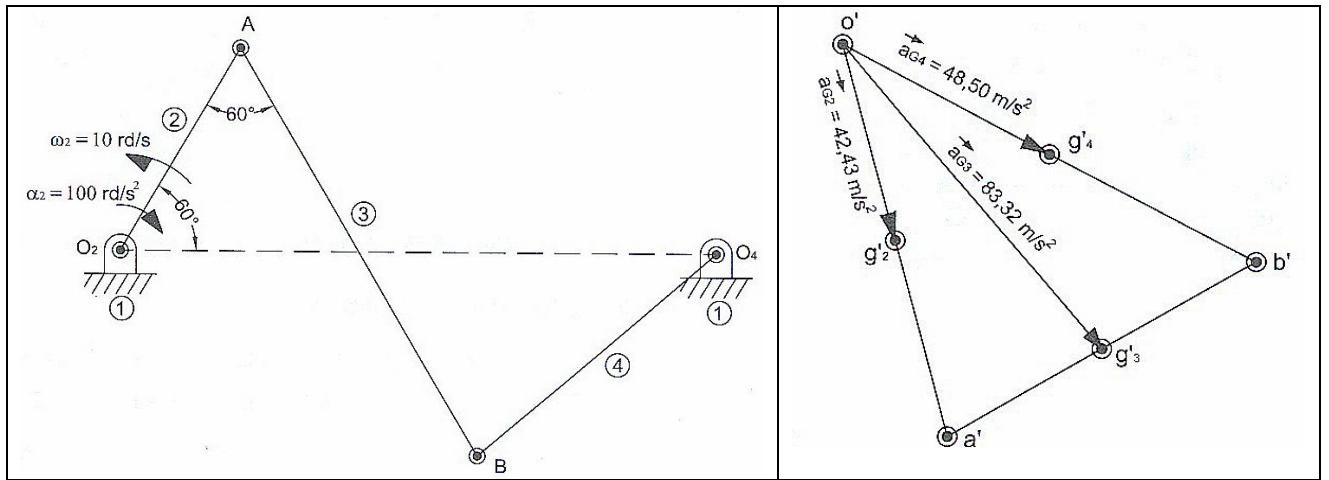
$$E_D = \frac{1 \text{ mm dibujo}}{10 \text{ mm reales}}; \quad E_F = \frac{1 \text{ mm}}{10 \text{ N}}$$

$$h_4 = 0,3 \text{ m}; \quad F'_{43} = \frac{45 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,3 \text{ m}} = 150 \text{ N} = -F'_{23}; \quad F''_{23} = 330 \text{ N}; \quad F''_{43} = 180 \text{ N}; \\ F_{43} = 290 \text{ N}; \quad F_{23} = -F_{32} = F_{12} = 470 \text{ N}; \quad h_2 = 0,25 \text{ m}; \quad M_{12} = 470 \text{ N} \cdot 0,25 \text{ m} = 117,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$





- 11) En el mecanismo de la figura, con los datos indicados, calcular y representar gráficamente la resultante de las fuerzas de inercia en cada una de las barras.



$O_2A = 60 \text{ cm}$ ,  $AB = 120 \text{ cm}$ ,  $O_2O_4 = 150 \text{ cm}$ ,  $m_2 = 0,500 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 0,742 \text{ kg}$ ,  $m_4 = 0,600 \text{ kg}$ ,  $I_{G2} = 0,062 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $I_{G3} = 0,172 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $I_{G4} = 0,108 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $\alpha_3 = 61,54 \text{ rad/s}^2$  (antihorario),  $\alpha_4 = 113,85 \text{ rad/s}^2$  (horario).

$G_2$ ,  $G_3$  y  $G_4$  se sitúan respectivamente en el punto medio de las barras 2, 3 y 4.

$$\vec{F}_{i_2} = -m_2 \cdot \vec{A}_{G_2}; \quad F_{i_2} = 21,21 \text{ N}$$

$$\vec{M}_{i_2} = -I_{G_2} \cdot \vec{\alpha}_2; \quad M_{i_2} = 6,20 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\vec{F}_{i_3} = -m_3 \cdot \vec{A}_{G_3}; \quad F_{i_3} = 61,82 \text{ N}$$

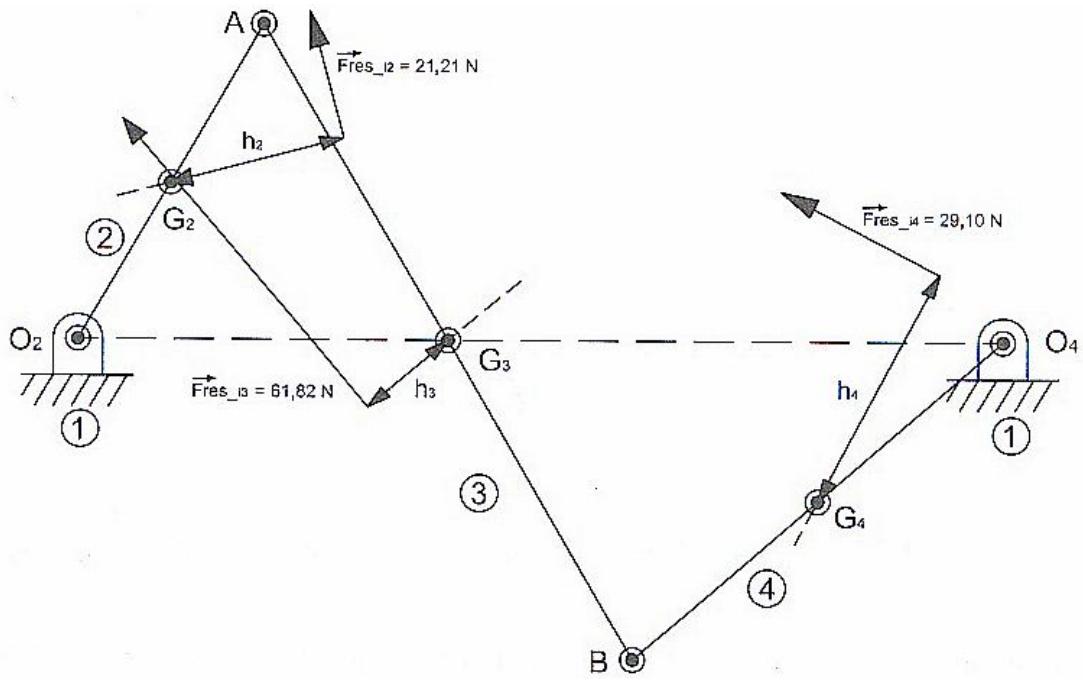
$$\vec{M}_{i_3} = -I_{G_3} \cdot \vec{\alpha}_3; \quad M_{i_3} = 10,58 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\vec{F}_{i_4} = -m_4 \cdot \vec{A}_{G_4}; \quad F_{i_4} = 29,10 \text{ N}$$

$$\vec{M}_{i_4} = -I_{G_4} \cdot \vec{\alpha}_4; \quad M_{i_4} = 12,30 \text{ N}\cdot\text{m}$$

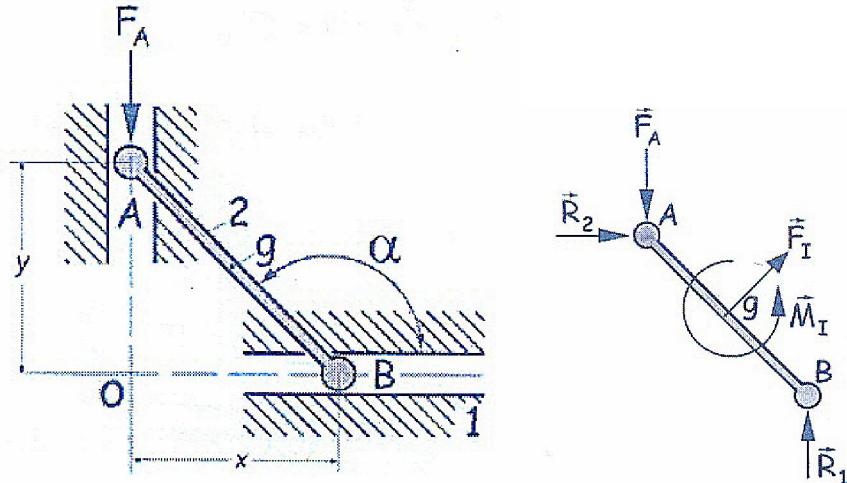
$$h_2 = \frac{M_{i_2}}{F_{i_2}} = 0,29 \text{ m}, \quad h_3 = \frac{M_{i_3}}{F_{i_3}} = 0,17 \text{ m}$$

$$h_4 = \frac{M_{i_4}}{F_{i_4}} = 0,42 \text{ m}$$



- 12) Determinar analíticamente la fuerza  $\vec{F}_A$  necesaria para que el punto A de la barra 2 se mueva con una velocidad  $V_A = 12,6 \cdot \hat{j}$  (m/s).

Datos: OB = 6 m, OA = 8 m, Ag = 5 m,  $m_2 = 2,2$  Kg,  $I_{g2} = 0,0479$  kg·m<sup>2</sup>,  $\alpha = 126,97^\circ$ ,  $\vec{\omega} = -2,1 \cdot \vec{k}$  (rad/s),  $\varepsilon = -5,88 \cdot \vec{k}$  (rad/s<sup>2</sup>),  $\vec{Ag}_2 = 36,75 \cdot \hat{i}$  (m/s<sup>2</sup>)



$$\vec{F}_i = -m_2 \cdot \vec{A}_{g_2} = -2,2 \cdot 36,75 \cdot \hat{i} = -80,85 \cdot \hat{i} \text{ (N)}$$

$$\vec{M}_i = -I_{g_2} \cdot \vec{\varepsilon}_2 = -0,0479 \cdot (-5,88 \cdot \vec{k}) = 0,2817 \cdot \vec{k}$$

$$\sum \vec{M}_A = 0 \Rightarrow \vec{R}_{BA} \times \vec{R}_1 + \vec{R}_{gA} \times \vec{F}_i + \vec{M}_i = 0$$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 6 & -8 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot \cos(180 - 126,87) & -5 \cdot \sin(180 - 126,87) & 0 \\ -80,85 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \left[ -0,0479 \cdot (-5,88 \cdot \vec{k}) \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_1 = 53,85 \text{ N}; \quad \overrightarrow{R_1} = 53,85 \cdot \vec{j} (\text{N})$$

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow R_2 \cdot \vec{i} + (-F_A \cdot \vec{j}) - 80,85 \cdot \vec{i} + 53,85 \cdot \vec{j} = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_2 = 80,85 \text{ N} \\ F_A = 53,85 \text{ N} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{R_2} = 80,85 \cdot \vec{i} (\text{N}); \quad \overrightarrow{F_A} = -53,85 \cdot \vec{j} (\text{N})$$