

Departamento de Matemática Aplicada
Estadística Aplicada y Cálculo Numérico
Grado en Química (Curso 2013-14)
Combinatoria y Probabilidad. Hoja 3.

1 Si un experimento consta de k experimentos simples e independientes de forma que los posibles resultados del primer experimento simple son n_1 y para cada resultado del primer experimento simple hay n_2 posibles resultados del segundo experimento simple y así sucesivamente hasta llegar al experimento k -ésimo para el que hay n_k posibles resultados para cada resultado de los $k - 1$ experimentos anteriores, entonces el número total de posibles resultados de todo el experimento es $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Teniendo en cuenta esto, contestar razonadamente a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuántas matrículas distintas de coche se pueden formar con el actual sistema de matriculación?

b) ¿Cuántas palabras distintas de tres letras se pueden formar con las 27 letras del abecedario? ¿Y si exigimos que las tres letras sean distintas?

c) ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar reordenando las letras de la palabra RECTA ?

2 ¿De cuántas formas diferentes se pueden cubrir los puestos de presidente, vicepresidente y tesorero de un club de fútbol sabiendo que hay 12 posibles candidatos?

3 ¿Cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar con las cifras impares? ¿Cuántos de ellos son mayores de 70.000?

4 Con las cifras 1, 2 y 3, ¿cuántos números de cinco cifras pueden formarse? ¿Cuántos son pares?

5 ¿De cuántas formas se pueden distribuir 3 bolas idénticas en 8 cajas, si en cada caja no cabe más de una bola?

6 ¿De cuántas formas se pueden distribuir k objetos indiscernibles (por ejemplo electrones) en n ($n \geq k$) cajas (estados cuánticos), con no más de un objeto por caja (Principio de exclusión de Pauli)?

7 Una pandilla de 8 amigos está organizando un viaje de modo que en un coche deben ir 5 personas y en otro 3 más el equipaje. ¿De cuántas formas distintas se pueden distribuir los amigos en los dos coches?

8 ¿De cuántas formas distintas podemos sentar a 3 hombres y 3 mujeres en una fila de 6 sillas de forma que no se sienten dos hombres juntos ni dos mujeres juntas?. ¿Y si tenemos 4 hombres y 3 mujeres para una fila de 7 sillas?.

9 Se elige un número del 0000 al 9999, ¿qué probabilidad hay de que sea par?, ¿Y de que sea capicúa?

10 Si se lanza un dado al aire 6 veces, hallar la probabilidad de que los 6 resultados obtenidos sean diferentes.

11 Se forman palabras de tres letras escogidas al azar. ¿Cual es la probabilidad de que la palabra formada no tenga ninguna letra repetida? (Observación: el alfabeto consta de 27 letras).

12 Calcular la probabilidad de obtener 7 puntos al lanzar dos dados bien contruidos. Calcular la misma probabilidad si uno de los dados está cargado de modo que los resultados impares son imposibles y los pares son igualmente probables. ¿Merece la pena hacer trampa usando el dado cargado si se apuesta al 7? ¿Y si se apuesta al 8?

13 Un explorador de petróleo perfora pozos en cierta área. Si la probabilidad de encontrar uno productivo en cada prueba es 0.2 , calcular la probabilidad de que:

- (a) el primer pozo productivo sea el tercero perforado.
- (b) no encuentre un pozo productivo si a lo sumo puede perforar 10.

14 Una caja contiene 8 fusibles, de los cuales dos son defectuosos. Si se extraen 4 fusibles, sin reemplazamiento, calcular la probabilidad de que los 4 funcionen correctamente.

15 En una clase hay 23 alumnos. Se pide,

- i) Calcular la probabilidad de que al menos dos de ellos cumplan los años el mismo día.
- ii) Uno de los alumnos, Pedro, cumple los años el 3 de abril. ¿Cuál es la probabilidad de que haya otro compañero en la clase con el mismo cumpleaños que Pedro?
- iii) Repetir los apartados anteriores si el número de alumnos es 50.

16 Un jugador tiene dos dados distintos. Lanza los dados dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener el mismo resultado en ambos lanzamientos?. ¿Y si los dados son idénticos?

17 Un jugador tira un dado y gana si saca un 1 o un 2. Si no es así, deja el turno a un segundo jugador que repite el experimento con respecto al primer jugador. Y así sucesivamente hasta que algún jugador gana. Calcular la probabilidad de que sea el primer jugador quien gane el juego.

18 Un examen consta de 14 temas y se debe escoger 1 tema de 2 elegidos al azar.

(a) Hallar la probabilidad de que a un alumno que ha preparado 5 temas le toque al menos 1 que sabe.

(b) ¿Cuál es el número mínimo de temas que debe preparar para tener una probabilidad superior a 0.5 de superar el examen?

19 Sean A y B dos sucesos de los que conocemos que $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \cap B) = 0.2$, hallar $P(A \cup B)$, $P(B \cap \bar{A})$, $P(\bar{B} \cup A)$, $P(A/B)$, $P(B/\bar{A})$ y $P(\bar{B}/A)$.

20 El 65% de los alumnos de un curso eligen la asignatura optativa de Calculo Computacional, el 45% eligen la asignatura de Física Experimental y el 30% eligen ambas asignaturas. Responder razonadamente,

(a) ¿Qué porcentaje de estudiantes elige una de las dos asignaturas optativas?. ¿Qué porcentaje de estudiantes no elige ninguna de las dos?.

(b) ¿Qué porcentaje ha elegido solamente la Física Experimental?

(c) ¿Sobre todos los estudiantes que han elegido la asignatura de Cálculo Computacional, qué porcentaje ha elegido Física Experimental?

(d) ¿Sobre todos los estudiantes que no han elegido la asignatura de Física Experimental, qué porcentaje ha elegido el Cálculo Computacional?

21 Se sabe que el 8% de la población de un país sufre de celiaquía (intolerancia al gluten). Una empresa farmacéutica ha diseñado un test para determinar si una determinada persona es celiaca. Se sabe que la sensibilidad del test es de 0.75 (la probabilidad de que el test de positivo cuando se le hace a un celiaco) y su especificidad es de 0.98 (la probabilidad de que una persona no celiaca le de negativo en el test).

Calcular la probabilidad de acierto del test en los dos sentidos: la probabilidad de ser celiaco cuando el test ha salido positivo y la de no ser celiaco cuando el test ha resultado negativo.

22 Se tienen dos urnas A y B con bolas blancas y negras. La urna A tiene 2 bolas blancas y 8 negras. La urna B tiene 5 blancas y 4 negras. Se realiza el siguiente experimento:

- Se lanzan dos dados equilibrados y se denota por S la suma de los números resultantes en cada dado.

- Si S es menor o igual que 4 se extrae una bola de la urna A .

- Si S es mayor o igual que 5 se extrae una bola de la urna B .

Se pide,

i) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea de la urna A .

ii) Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea negra. ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?

iii) Si se realiza el experimento y resulta que la bola es negra. ¿Cuál es la probabilidad de que S haya sido menor o igual que 4?. ¿Cuál es la probabilidad de que S haya sido exactamente 3?

23 Una urna contiene 10 bolas blancas y 5 negras. Se lanza una moneda al aire tres veces y anotamos el número de caras que ha salido. Se saca de la urna el número de bolas blancas que haya correspondido al número de caras y, con la urna modificada, se extrae una bola.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída haya sido blanca?.

b) Si la bola extraída ha sido negra, cual es la probabilidad de que hayan salido tres caras en el lanzamiento de las monedas?

24 Los pacientes que entran en el servicio de urgencias de un hospital se dividen en tres grupos de acuerdo a sus edades:

- Grupo A: hasta 6 años de edad,

- Grupo B: entre 7 y 55 años,

- Grupo C: por lo menos 56 años de edad,

El grupo A representa el 35 % de los pacientes, el grupo B el 25 % y el grupo C el 40 %. Además, se sabe que el 45 % de los pacientes del grupo A, el 20 % del grupo B y el 60 % del grupo C son ingresados en planta. Se pide,

i) Calcular el porcentaje de los pacientes que ingresan en planta.

ii) Si escogemos un paciente al azar entre los que están en planta, ¿Cuál es la probabilidad de que el paciente sea del grupo C?, ¿Y cuál es la probabilidad de que sea del grupo C y mujer sabiendo que el 55 % de personas del grupo C es mujer?

25 En un concurso de Televisión se da la siguiente situación: el presentador del programa pide al concursante que elija una de las tres puertas que le muestra para conseguir el premio más importante del concurso. Una vez elegida la puerta, el presentador (que conoce donde se encuentra el premio) abre una de las otras dos puertas que no tiene el premio y le ofrece al concursante cambiar de puerta. ¿Debe cambiar el concursante de puerta?