PROBLEMAS DE MÉTODOS MATEMÁTICOS II(*TEMA* 2) **1º A**

HOJA Nº3 (8 – 10 – 2014)

11. Sean $\underline{v_1} = (1,2,3)$ y $\underline{v_2} = (1,1,1) \in \mathbb{R}^3$. ¿$\underline{v_1}, \underline{v_2} \in L(\{(1,0,1),(0,2,2\})$?

12. Calcula x e y, si es posible, para que el vector $(1,2,x,y)$ sea combinación lineal de los vectores $(1,1,0,2)$ y $(1,1,2,3)$.

13. Determina si los vectores $(-3,1,-2)$, $(2,1,1) \in \mathbb{R}^3$, pertenecen al subespacio vectorial $L(\{(1,3,4),\ (2,7,2),\ (-1,2,1)\})$

14. Sean $\underline{u}= (3,-3,1)$, $\underline{v}= (-1,1,1)$, $\underline{w}= (-a,-1,b)$. Determina los valores reales de a y b tales que: $\underline{w} \in L(\{\underline{u},\underline{v}\})$

15. En el $\mathbb{R}$-espacio vectorial $M_{3\times 2}(\mathbb{R})$ estudia si las siguientes matrices forman un sistema l.d. Si es así, escribe una de ellas como c.l. de las restantes

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

16. Sea el espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$: $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / \ x+y+z = 0\} \subset \mathbb{R}^3$. ¿Pertenecen los vectores $(1,0,2),(1,1,-2)$ y $(1,1,1)$ a V? ¿Es $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / \ x+y+z = 1\}$ un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$?

17. Determina todos los valores de x tales que

$$L(\{(1,1,0),(-1,0,-1),(0,1,x)\}) = \mathbb{R}^3$$

18. Estudia si los siguientes subconjuntos del $\mathbb{R}$ –espacio vectorial $\mathbb{R}^3$son subespacios

vectoriales

$$W_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / \ z \geq 0\} \qquad W_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / \ 2x-y = 2z\}$$

19. Determina si los vectores

$$\underline{u} = (2,-2,0),\ \underline{v} = (1,0,1),\ \underline{w} = (0,-1,1)$$

son linealmente independientes.

20. Demuestra que el subconjunto de $\mathbb{R}^3$ definido por

$$U = \{(x,y,z) \ / \ x-3y-z = 0, z-y+z = 0\}$$

es un subespacio de $\mathbb{R}^3$ de dimensión 1 y encuentra una base del mismo.

21. Sea

$$U_1 = \{(x_1,x_2,x_3,x_4) \in \mathbb{R}^4 / x_1+x_2+x_3 = 0\}$$

Determina una base B_1 de U_1. ¿Pertenece el vector $(1,0,-1,-2)$ a U_1?. En caso afirmativo determina sus coordenadas en B_1

22. Determina un subespacio suplementario del subespacio de $\mathbb{R}^4$ cuya ecuación implícita es

$$x_1+x_2+x_3+x_4 = 0$$

23. Determina en $\mathbb{R}^3$un subespacio suplementario del subespacio $L(\{(1,2,-1)\})$

24. En $\mathbb{R}^3$ se consideran los subespacios

$$U = L(\{(0,1,2),(1,0,1),(2,1,0)\})$$
$$W = \{(x,y,z)\ /\ x+y=0,\ z=0\}$$

Determina una base de $U \cap W$ y de $U+W$.

25. Sea el $\mathbb{R}$-espacio vectorial $\mathbb{P}_2[x]$ de los polinomios en x con coeficientes reales de grado menor o igual que 2. Si

$$p_1 = 1+3x-x^2,\ p_2 = -3x+2x^2,\ p_3 = x^2,\ p_4 = 4-x^2$$

a) ¿Está p_4 en $L(\{p_1,p_2,p_3\})$?
b) ¿Está p_4 en $L(\{p_1,p_2\})$?
c) ¿Está p_4 en $L(\{p_2,p_3\})$?

26. Con el enunciado del ejercicio anterior, demuestra que

$$L(\{p_1,p_3,p_4\}) = L(\{p_2,p_3,p_4\})$$

27. Sea el $\mathbb{R}$-espacio vectorial $\mathbb{P}_2[x]$, se considera el vector $p(x) = ax^2+bx+c,\ a \neq 0$. Demuestra que $B = \{p(x), 2ax+b, 2a\}$ es una base de $\mathbb{P}_2[x]$. ¿Cuáles son las coordenadas de x^2+x en la base B?

28. Determina una base del siguiente subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$

$$U_2 = \{(x,2z,x-2y,0) \in \mathbb{R}^4 / x,y,z \in \mathbb{R}\}$$

29. Halla las coordenadas del vector $\underline{u} = (1,1,0) \in \mathbb{R}^3$ en la base

$$B = \{\underline{v_1} = (1,2,0),\ \underline{v_2} = (-3,-7,1),\ \underline{v_3} = (0,-2,1)\}$$

30. Sea $\underline{v} = (2, \frac{-1}{2}) \in \mathbb{R}^2$. Calcula las coordenadas de $\underline{v}$ en la base

$$B = \{\underline{u_1} = (2,3), \underline{u_2} = (1,-2)\}$$

31. Sea V un $\mathbb{R}$- espacio vectorial y $B = \{\underline{v_1},\ \underline{v_2},\ \underline{v_3}\}$ una base de V. Sean los vectores de V respecto de B : $\underline{u_1} = (2,-1,0),\ \underline{u_2} = (1,0,1),\ \underline{u_3} = (1,-1,-1)$. Estudia si $\{\underline{u_1},\ \underline{u_2},\ \underline{u_3}\}$ es una base de V. Demuestra que $B' = \{\underline{w_1},\ \underline{w_2},\ \underline{w_3}\}$ es una base de V sabiendo que $\underline{w_1} = 2\underline{v_1} - 4\underline{v_2}$, $\underline{w_2} = \underline{v_1} + \underline{v_3}$ y $\underline{w_3} = \underline{v_1} - 2\underline{v_3}$; y escribe las ecuaciones de cambio de B' a B. Escribe, también, la matriz de cambio de B a B'.

32. Sea $B = \{\underline{u_1},\ \underline{u_2},\ \underline{u_3}\}$ una base del espacio vectorial V. Se considera $B' = \{\underline{u'_1},\ \underline{u'_2},\ \underline{u'_3}\}$ siendo $\underline{u'_1} = 2\underline{u_1} - \underline{u_2} + \underline{u_3}$, $\underline{u'_2} = \underline{u_1} + \underline{u_3}$ y $\underline{u'_3} = 3\underline{u_1} - \underline{u_2} + 3\underline{u_3}$. Prueba que B' es una base de V. Determina las ecuaciones de cambio de B' a B, y halla las coordenadas de $\underline{v} = -2\underline{u'_1} + 3\underline{u'_2} + \underline{u'_3}$ en B

33. Si $B_1 = \{\underline{u_1},\ \underline{u_2},\ \underline{u_3}\}$ es una base, halla las coordenadas del vector $\underline{u} = \underline{u_1} + \underline{u_2} + \underline{u_3}$, respecto de la base $B_2 = \{\underline{v_1},\ \underline{v_2},\ \underline{v_3}\}$ sabiendo que $\underline{u_1} = \underline{v_2} + \underline{v_3}$, $\underline{u_2} = \underline{v_1} + \underline{v_3}$ y $\underline{u_3} = \underline{v_1} + \underline{v_2}$

34. Considerando el enunciado anterior, halla las coordenadas de $\underline{v} = \underline{v_1} - 2\underline{v_2} + \underline{v_3}$ respecto de la base B_1

35. En $\mathbb{R}^3$ se consideran las bases: B base canónica y $B' = \{(1,0,1),\ (2,1,0),\ (3,2,1)\}$. Escribe las ecuaciones de cambio de B' a B, y de B a B'

36. Sea V un $\mathbb{R}$-espacio vectorial, $B = \{\underline{v_1},\ \underline{v_2},\ \underline{v_3}\}$ una base de V, y $\underline{u} = \underline{v_1} - \underline{v_3}$ ¿Son verdaderas o falsas?

- $\{\underline{u},\ \underline{v_1},\ \underline{v_3}\}$ es una base de V
- $\dim L(\{\underline{u},\ \underline{v_1},\ \underline{v_2}\}) < 2$