



Electrónica Analógica

Ejercicios

Versión: 2014-09-03

Tema 1.2: **‘Respuesta en frecuencia’**

Referencias:

- Texto base:
- *Apuntes de la asignatura*
 - “*Circuitos Microelectrónicos*”, de Sedra/Smith
 - “*Circuitos Electrónicos. Análisis simulación y diseño*”, de Norbert R. Malik.

Control de versiones

- 2014-09-03: versión inicial

Sección 1: Respuesta en frecuencia, conceptos básicos.

RF-1.-La ganancia de corriente de cierto amplificador A responde a la siguiente expresión:

$$A_I(s) = K \cdot \frac{s \cdot (s + 10)}{(s + 1) \cdot (s + 500) \cdot (s + 10^4) \cdot (s + 2 \cdot 10^4)}$$

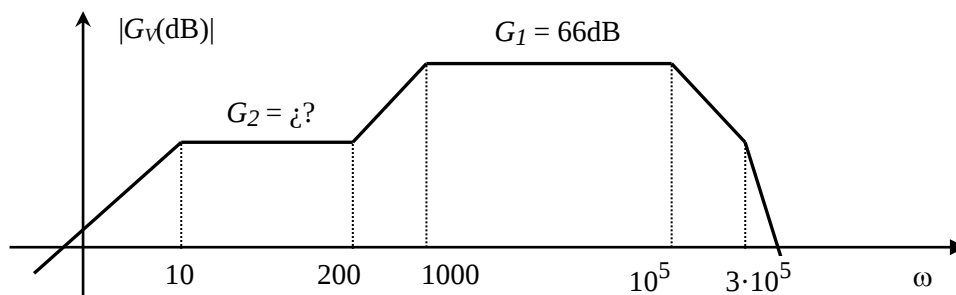
- Represente el diagrama de Bode de dicha función de transferencia, indicando los valores más significativos de la misma (valores de ceros, polos, pendientes y ganancias en todas las transiciones), y obtenga el valor de K necesario para que la ganancia de corriente en frecuencias medias sea igual a -75 (A/A).
- Determine el valor de la frecuencia de corte superior del amplificador A

RF-2.-La ganancia de tensión de cierto amplificador A responde a la siguiente expresión:

$$A_V(s) = \frac{3 \cdot 10^{12} \cdot s \cdot (s + 0,1)}{(s + 10) \cdot (s + 2 \cdot 10^2)(s + 2 \cdot 10^5)^2}$$

- Represente el diagrama de Bode de dicha función de transferencia, indicando los valores más significativos de la misma (ceros, polos, pendientes y ganancias en los tramos constantes).
- Suponga que la ganancia en frecuencias medias fuese de 30dB. Reescriba la función de transferencia de tal forma que se pueda identificar claramente la respuesta del amplificador para las bandas de frecuencia bajas, medias y altas: $A_V(s) = H_{BF}(s) \cdot A_m \cdot H_{AF}(s)$
- Determine las frecuencias de corte inferior y superior y el ancho de banda, todo ello en Hz.

RF-3.- La figura muestra, esquemáticamente, el diagrama de Bode del módulo de la ganancia de un amplificador de tensión dado:

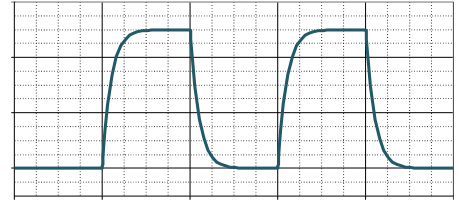


Sabiendo que todos los polos y ceros de la función son simples, se desea conocer:

- Complete el gráfico de la figura añadiendo los siguientes datos: para cada ω_i de interés, cuáles son polos (x) y cuáles son ceros (o); las pendientes en cada tramo; y el valor de la ganancia G_2 para ω entre 10 y 200 rad/s.
- Obtenga la función analítica correspondiente a la ganancia, $G_V(s)$, del amplificador.
- Calcule, de forma exacta, la frecuencia de corte superior de G_V , en Hz, utilizando para ello, **sólo** aquellos polos y/o ceros que sean significativos en la banda de frecuencia considerada

RF-4.-En cierto amplificador se desea que su respuesta ante un tren de pulsos ideal sea como la representada en la figura adjunta; dicha respuesta puede considerarse como la procedente de un sistema de primer orden (con polos dominantes).

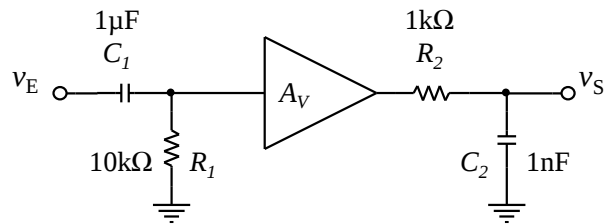
Determine la frecuencia de corte superior necesaria para que los tiempos de subida/bajada del tren de pulsos de salida sea de alrededor de 500ns.



RF-5.-Sobre el circuito de la figura adjunta:

- Obtenga y represente la ganancia de tensión, $G_V = (v_S / v_E)$ en función de ω , del circuito de la figura. Indique adecuadamente todos los valores significativos (polos, ceros, pendientes y valor de la ganancia en los tramos constantes, etc.)
- Si se deseara que la frecuencia de corte superior fuese de 10kHz ¿qué resistor habría que modificar y cuál sería su nuevo valor?

Datos: $A_m = +100$ (V/V)
 $R_i = 10 \text{ k}\Omega$
 $R_o = 1 \text{ k}\Omega$



RF-6.- Un cierto amplificador tiene la siguiente respuesta en frecuencia:

$$A_V(s) = \frac{K \cdot s^3 \cdot (s + 2 \cdot 10^4)}{(s + 0,5)(s + 1)(s + 20)(s + 10^3)(s + 10^5)}$$

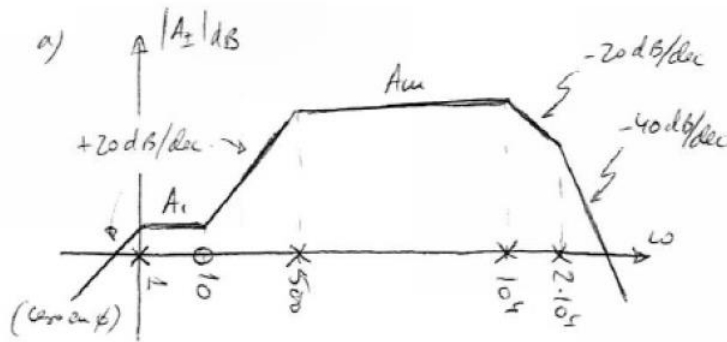
- Se sabe que la ganancia en medias es $A_m = -650$ (V/V). Con este dato, represente la respuesta aproximada en un diagrama de Bode. Indique todos los valores significativos: polos, ceros, pendientes y valor de la ganancia en el/los tramo/s donde sea constante.
- ¿Cuáles son las frecuencias de corte superior e inferior, f_H y f_L ?
- Determine cuál debe ser el valor de la constante K para que la ganancia en frecuencias medias sea la especificada de -650 (V/V).

Tema 1.2: **‘Respuesta en frecuencia’**

Soluciones a los ejercicios propuestos

Sección 1: Ejercicios de exposición. Soluciones.

RF-1.



En $\omega = 1 \rightarrow |A_{dB}| \approx A_1 = 3'52 \text{ dB}$

$$A_{\max} = 20 \log | -75 | = \frac{37'5 \text{ dB}}{7}$$

$$A_1 = 37'5 \text{ dB} + 20 \frac{\text{dB}}{\text{dec}} \cdot \log \frac{10}{500} = 3'52 \text{ dB}$$

#dec = -1'7

En medias ($500 < \omega < 10^4$):

$$A_{\max} = \left| K \frac{s \cdot s}{s \cdot s \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^4} \right|_{s=\omega} = \frac{K}{2 \cdot 10^8} = 75$$

$$\hookrightarrow K = 75 \cdot 2 \cdot 10^8 = 1'5 \cdot 10^{10}$$

b) Alrededor de ω_H solo son significativos los polos más altos $\left. \begin{array}{l} \omega_{p3} = 10^4 \\ \omega_{p4} = 2 \cdot 10^4 \end{array} \right\}$
Como ninguno de ellos es dominante, calcularemos ω_H

sabiendo que:

$$|A(\omega_H)| \approx \left| \frac{A_{\max}}{(1 + j \frac{\omega_H}{10^4})(1 + j \frac{\omega_H}{2 \cdot 10^4})} \right| = \frac{A_{\max}}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_H}{10^4})^2} \sqrt{1 + (\frac{\omega_H}{2 \cdot 10^4})^2}} = \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Elevando al cuadrado:

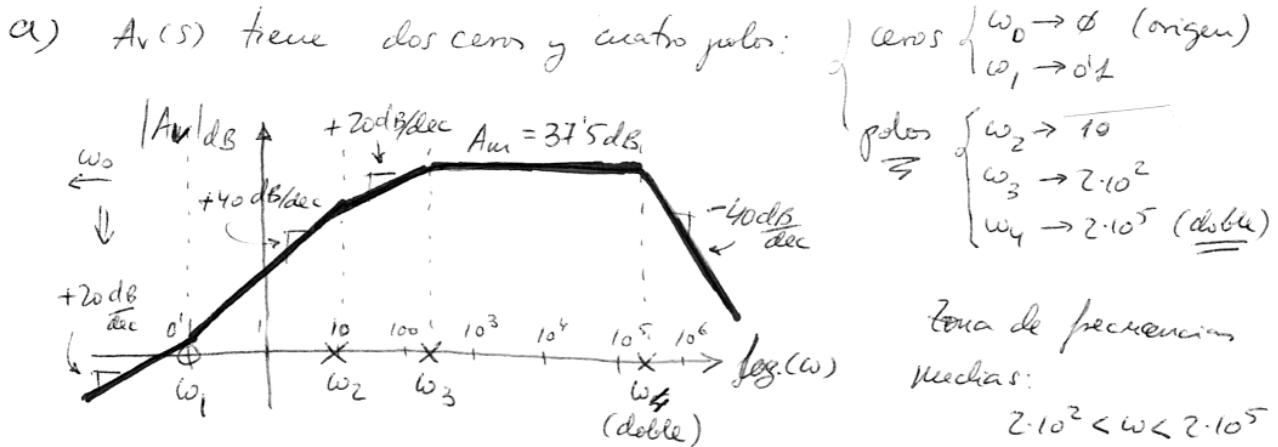
$$2 = \left(1 + \frac{\omega_H^2}{10^8}\right) \cdot \left(1 + \frac{\omega_H^2}{4 \cdot 10^8}\right) \rightarrow \omega_H^2 = x \Rightarrow \begin{array}{c} 8 \cdot 10^{16} \\ 2 \cdot a \cdot b \end{array} = \begin{array}{c} (10^8 + x) \\ a \end{array} \cdot \begin{array}{c} (4 \cdot 10^8 + x) \\ b \end{array} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + (a+b)x + a \cdot b - 2 \cdot a \cdot b = 0 \\ x^2 + (a+b)x - a \cdot b = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x^2 + 5 \cdot 10^8 x - 4 \cdot 10^{16} = 0 \\ \hookrightarrow x = 7'015 \cdot 10^7 \end{array}$$

$$\hookrightarrow \omega_H = \sqrt{x} = 8'37 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

de donde: $\boxed{f_H = \frac{\omega_H}{2 \cdot \pi} = \frac{8'37 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi} \text{ Hz} = 1333 \text{ Hz}}$

RF-2.



$$A_m \rightarrow A_v(s) \begin{cases} s > 2 \cdot 10^2 \\ s < 2 \cdot 10^5 \end{cases} \approx \frac{3 \cdot 10^{12} \cdot s \cdot s}{s \cdot s \cdot (2 \cdot 10^5)^2} = \frac{3 \cdot 10^{12}}{4 \cdot 10^{10}} = 75$$

$$\rightarrow \boxed{|A_m|_{dB} = 20 \lg |75| = 37.5 \text{ dB}}$$

b) $A_v(s) = H_{BF}(s) \cdot A_m \cdot H_{AF}(s)$

$\begin{cases} \text{polos y ceros arriba de } A_m \rightarrow (1 + \frac{s}{a}) \\ \text{polos y ceros debajo de } A_m \rightarrow (s + a) \end{cases}$

A_{V-BF} A_{V-AF}

Por tanto:

$$A_v(s) = \frac{s(s+0.1)}{(s+10)(s+2 \cdot 10^2)} \cdot A_m \cdot \frac{1}{(1 + \frac{s}{2 \cdot 10^5})^2}$$

$$\begin{cases} A_{VBF} = \frac{A_m s(s+0.1)}{(s+10)(s+2 \cdot 10^2)} \\ A_{VAF} = A_m \frac{1}{(1 + \frac{s}{2 \cdot 10^5})^2} \end{cases}$$

c) $f_L \rightarrow \omega_3$ es polo dominante $\Rightarrow \boxed{f_L = \frac{\omega_3}{2\pi} = \frac{2 \cdot 10^2}{2\pi} = 21.23 \text{ Hz}}$

$f_H \rightarrow \omega_4$ no es dominante (dobte) $\rightarrow$ hay que calcularla.

$$|A(\omega_H)| = \frac{A_m}{\sqrt{2}} = \left| \frac{A_m}{(1 + j \frac{\omega_H}{2 \cdot 10^5})^2} \right| \rightarrow \sqrt{2} = (\sqrt{1^2 + (\frac{\omega_H}{2 \cdot 10^5})^2})^2$$

Cambio de variable: $(\omega_H / 2 \cdot 10^5) = x \rightarrow \sqrt{2} = (1 + x^2)$

Resolviendo: $x = \sqrt{\sqrt{2} - 1} = 0.64 \rightarrow \omega_H = 0.64 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ rad/s} = 1.28 \cdot 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\rightarrow \boxed{f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 20.500 \text{ Hz}}$$

Ancho de Banda: (Band width)

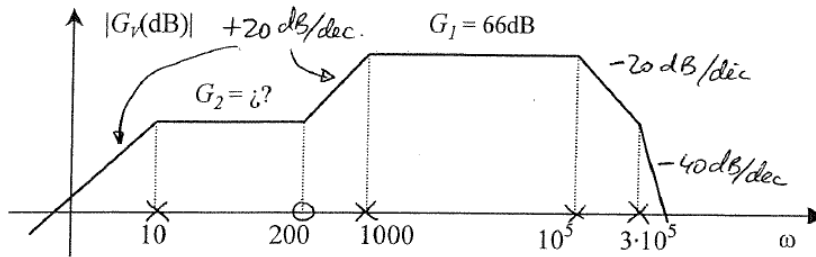
$$BW = f_H - f_L = 20.5 \text{ kHz} - 21.2 \text{ Hz} \approx 20.500 \text{ Hz}$$

NOTA:

Este ancho de banda es el convencional de "audio": 20 Hz - 20 kHz

RF-3.

La figura muestra, esquemáticamente, el diagrama de Bode del módulo de la ganancia de un amplificador de tensión dado:



Nota: todos los polos y ceros de la función son simples.

- a) Complete el gráfico de la figura añadiendo los siguientes datos: para cada ω_i de interés, cuáles son polos (x) y cuáles son ceros (o); las pendientes en cada tramo; y el valor de la ganancia G_2 para ω entre 10 y 200 rad/s.

Sobre el gráfico se han marcado pendientes, polos (x) y ceros (o).
 Para hallar G_2 , usamos la pendiente conocida y G_1 .
 $\frac{\Delta G}{\Delta \omega} = 20 \text{ dB/dec} \rightarrow \boxed{G_2 = G_1 - 20 \text{ dB/dec} \cdot \lg \frac{\omega_1}{\omega_2} = 52 \text{ dB}}$

- b) Obtenga la función analítica correspondiente a la ganancia, $G_v(s)$, del amplificador.

Se tiene 1 cero en el origen y otro en 200. Hay polos en 10, 10^3 , 10^5 y $3 \cdot 10^5$.

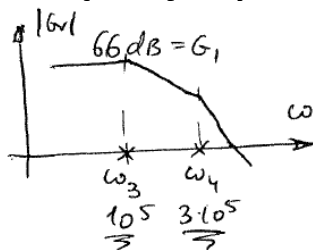
$$G_v(s) = K \cdot \frac{s(s+200)}{(s+10)(s+1000)(s+10^5)(s+3 \cdot 10^5)}$$

Para hallar K usamos (por ejemplo) el valor G_1 .

$$G_1 = |G_v(\omega)|_{10^3 < \omega < 10^5} \approx \left| K \frac{s(s+200)}{(s+10)(s+10^3)(s+10^5)(s+3 \cdot 10^5)} \right| = \left| K \cdot \frac{10^6}{10^5 \cdot 3 \cdot 10^5} \right| = 10^{\frac{66}{20}}$$

Despejando K , se tiene el valor que falta de $G_v(s) \Rightarrow \boxed{K \approx 6 \cdot 10^{13}}$

- c) Calcule, de forma exacta, la frecuencia de corte superior de G_v , en Hz. (**NOTA:** utilice para el cálculo sólo aquellos polos y/o ceros que sean significativos en la banda de frecuencia considerada).



La zona interesante en alta frecuencia se muestra en el gráfico adjunto: sólo son significativos los polos $\omega_3 = 10^5$ y $\omega_4 = 3 \cdot 10^5$.

Como $\omega_3 < 10\omega_4 \Rightarrow \omega_3$ no es dominante y la frec. de corte sólo se puede determinar mediante el cálculo.

Tomando sólo los términos ω_3 y ω_4 (alta frecuencia) la función $G_v(s)$

queda: $G_v(s)|_{HF} = G_1 \frac{1}{(1 + \frac{s}{\omega_3})(1 + \frac{s}{\omega_4})}$ ¡ojo con la forma de $G_v(s)|_{HF}$!
 Se puede fijar tomando $G_v(s)|_{\omega > 10^3}$

La frecuencia de corte es:

$$|G_v(\omega_H)| = \left| \frac{G_{vm}}{\sqrt{2}} \right| = \frac{G_1}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad |G_v(\omega_H)|_{HF} = \frac{2000}{\sqrt{1 + (\frac{\omega_H}{\omega_3})^2} \sqrt{1 + (\frac{\omega_H}{\omega_4})^2}} = \frac{2000}{\sqrt{2}}$$

Sólo resta operar para obtener el valor de la frecuencia de corte, ω_H :

$$\sqrt{Z} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_H}{\omega_3}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_H}{\omega_4}\right)^2}$$

Haciendo los siguientes cambios de variable, la ecuación es más manejable:

$$2\omega_3^2 \cdot \omega_4^2 = (\omega_3^2 + \omega_H^2)(\omega_4^2 + \omega_H^2) \quad \left\{ \begin{array}{l} a = \omega_3^2, \quad b = \omega_4^2, \quad x = \omega_H^2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 2ab = (a+x)(b+x)$$

$$x^2 + (a+b)x - ab = 0$$

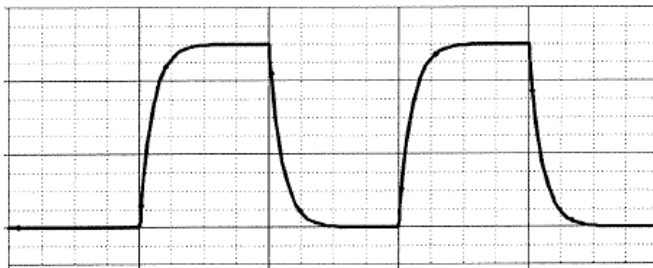
$$x^2 + (10^{11})x - 9 \cdot 10^{20} = 0$$

$$x = \frac{-10^{11} \pm \sqrt{10^{22} + 36 \cdot 10^{20}}}{2}$$

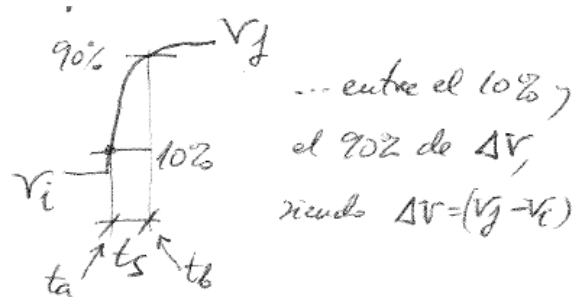
$\Downarrow$

$$\omega_H = \sqrt{x} = 9.1 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

RF-4.



A partir de la definición del tiempo de subida, t_s , se tiene:



Suponiendo el sistema de 1^{er} orden: $V(t) = \Delta V \cdot e^{-t/\tau}$, con $\tau = \frac{1}{\omega_H}$

$$\text{se tiene } \left\{ \begin{array}{l} V(t_{10\%}) = \Delta V \cdot e^{-t_{10\%}/\tau} = 0.1 \Delta V \\ V(t_{90\%}) = \Delta V \cdot e^{-t_{90\%}/\tau} = 0.9 \Delta V \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{e^{-t_{10\%}/\tau}}{e^{-t_{90\%}/\tau}} = \frac{0.1}{0.9} = \frac{1}{9} \Rightarrow$$

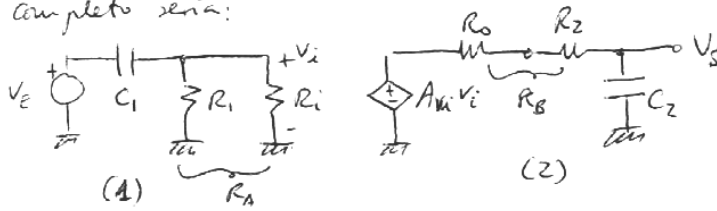
$$e^{\frac{(t_{90\%} - t_{10\%})}{\tau}} = 9 \quad \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow t_s = (t_{90\%} - t_{10\%}) = \tau \cdot \ln 9 = \frac{1}{\omega_H} \cdot \ln 9 \approx \frac{2.2}{\omega_H} \Rightarrow \\ (t_{90\%} - t_{10\%}) = t_s \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \omega_H = \frac{2.2}{t_s} \Rightarrow \boxed{f_H = \frac{0.35}{500 \cdot 10^{-9}} = 700 \text{ KHz}}$$

$$\hookrightarrow (4.4 \text{ Mrad/s})$$

RF-5.

(a) El cto equivalente completo sería:



$$\begin{aligned}
 R_A &= (R_1 \parallel R_i) = 5 \text{ k}\Omega \\
 R_B &= R_0 + R_2 = 2 \text{ k}\Omega
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_S &= A_m \cdot V_i \cdot \frac{Z_{C2}}{Z_{C2} + R_B} \\
 V_i &= V_E \cdot \frac{R_A}{R_A + Z_{C1}}
 \end{aligned}
 \Rightarrow G_V = \frac{V_S}{V_E} = \frac{R_A}{R_A + Z_{C1}} \cdot A_m \cdot \frac{Z_{C2}}{R_B + Z_{C2}}$$

(1) Estructura paso-alto
 (2) Estructura paso-bajo

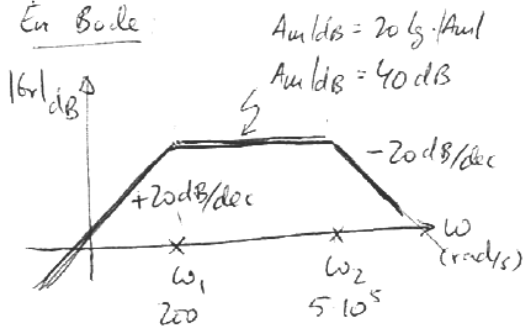
operando ò directamente $G_V = \frac{S}{S + \omega_1} \cdot A_m \cdot \frac{1}{1 + S/\omega_2}$

$$\begin{cases}
 \omega_1 = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{R_A \cdot C_1} \\
 \omega_2 = \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{R_B \cdot C_2}
 \end{cases}$$

$$\tau_1 = 5 \cdot 10^3 \Omega \cdot 10^{-6} \text{ F} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \Leftrightarrow \omega_1 = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} \text{ rad/s} = 200 \text{ rad/s} \Leftrightarrow 31.8 \text{ Hz}$$

$$\tau_2 = 2 \cdot 10^3 \Omega \cdot 10^{-9} \text{ F} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s} \Leftrightarrow \omega_2 = \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} \text{ rad/s} = 5 \cdot 10^5 \text{ rad/s} \Leftrightarrow 79.6 \text{ kHz}$$

En Bode:



(b) Como ω_1 y ω_2 son dominantes

$$f_H = \frac{\omega_2}{2\pi} = 79.6 \text{ kHz}$$

Se desea cambiar $f_H \rightarrow f_H' = 10 \text{ kHz}$.

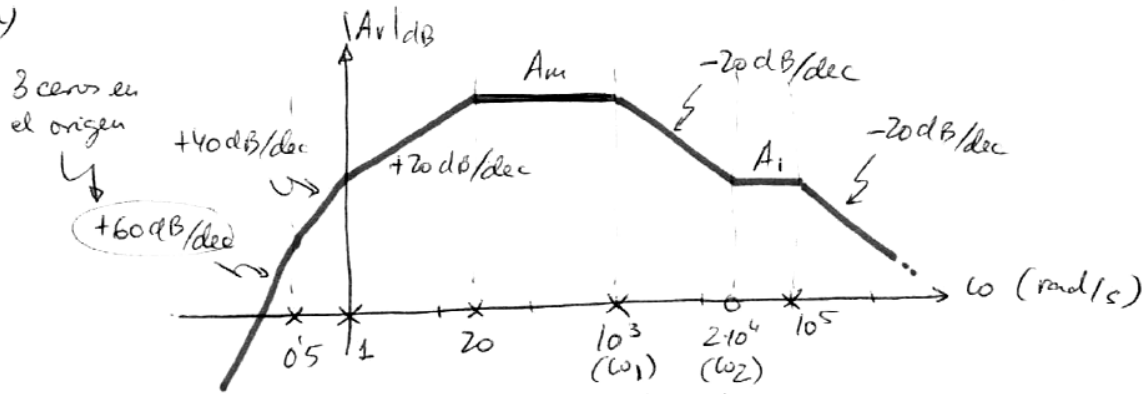
Por lo tanto, hay que cambiar ω_2 (τ_2).

$$\omega_2' = 2\pi \cdot 10 \text{ kHz} = \frac{1}{\tau_2'} = \frac{1}{R_B' \cdot C_2} \rightarrow R_B' = \frac{1}{\omega_2' \cdot C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^4 \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 15.9 \text{ k}\Omega$$

y como $R_B' = R_0 + R_2'$ $\leftarrow$ la que podemos cambiar $\Rightarrow R_2' = R_B' - R_0 = 14.9 \text{ k}\Omega$

RF-6.

a)



$$A_m = 20 \lg |-650| = \underline{56'25 \text{ dB}}$$

$$A_i = A_m - n \cdot \# \text{dec} = 56'25 - 20 \frac{\text{dB}}{\text{dec}} \cdot \lg \frac{\omega_2}{\omega_1} \text{ dec} = (56'25 - 20 \cdot 1'3) \text{ dB} = \underline{30'25 \text{ dB}}$$

b) Tenemos polos dominantes a ambos lados de A_m . Por consiguiente: $\omega_L = 20 \text{ rad/s}$; $\omega_H = 10^3 \text{ rad/s}$.

$$\text{Como me piden frecuencia: } f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f_L = \frac{20}{2\pi} = \underline{3'18 \text{ Hz}} ; f_H = \frac{10^3}{2\pi} = \underline{159 \text{ Hz}}$$

c) A_m se da para $20 < \omega < 10^3$. Por tanto:

$$A_m = A_v(s) \Big|_{20 < \omega < 10^3} \approx \frac{K \cdot s^3 \cdot (2 \cdot 10^4)}{(s) \cdot (s) \cdot (s) \cdot 10^3 \cdot 10^5} = K \cdot \frac{2 \cdot 10^4}{10^8} = -650 \text{ (V/V)}$$

$$\text{despejando: } K = - \frac{650}{2 \cdot 10^{-4}} = \underline{-32'5 \cdot 10^5 \text{ (V/V)}} \quad (\text{ap al signo !!)}$$