

EJERCICIOS DE CONVEXIDAD

1. Estudia la convexidad del conjunto $A = \left\{ (x_1, x_2) \mid \begin{array}{l} 3x_1 - 7x_2 \leq 2 \\ 4x_1^2 + 2x_2^2 = 9 \end{array} \right\}$, representándolo gráficamente. En caso de que sea convexo, indica sus vértices.
2. Estudia la convexidad del conjunto $B = \left\{ (x_1, x_2) \mid \begin{array}{l} 3x_1^2 + 5x_2^2 \leq 6 \\ x_1 + 3x_2 \leq 2 \\ x_1 - 7x_2 \leq 2 \end{array} \right\}$, representándolo gráficamente.
3. Estudia la convexidad del conjunto $C = \left\{ (x_1, x_2) \mid \begin{array}{ll} x_1 + 3x_2 \leq 5, & 2x_1 - 3x_2 \geq 1, \\ -5x_1 - 3x_2 \leq 1, & x_1 - 2x_2 \leq 5 \end{array} \right\}$, representándolo gráficamente. En caso de que sea convexo, indica sus vértices.
4. El conjunto $A = \left\{ (x_1, x_2) \mid \begin{array}{l} 3x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \end{array} \right\}$ ¿es convexo?
5. ¿Y $B = \left\{ (x_1, x_2) \mid \begin{array}{l} x_1^2 + 2x_2^2 \leq 2 \\ x_1 - 5x_2 \geq 3 \end{array} \right\}$?
6. Dados los puntos $(1,3,-1)$, $(1,0,-3)$ y $(5,0,4)$, determinar el valor del parámetro a para que el punto $(2, \frac{3}{2}, \frac{a}{4})$ sea combinación lineal convexa de los tres puntos anteriores.
7. Determinar si $(2,1/3,5/3)$ y $(1,2,-4)$ pertenecen al poliedro convexo generado por los puntos $(1,-1,3)$, $(0,2,0)$ y $(5,0,2)$.
8. Dado el conjunto $A = \left\{ (x_1, x_2) \mid \begin{array}{ll} x_1^2 + x_2^2 \leq 4, & 5x_1 - 2x_2 \geq -4, \\ 5x_1 - 6x_2 \leq -2, & x_2 \leq 1 \end{array} \right\}$
 - a) Determinar sus vértices.
 - b) Comprobar que el punto $(-1/5, 1/2)$ pertenece al conjunto pero no es vértice por poder expresarse como combinación lineal convexa de otros puntos del conjunto.
9. Determinar las restricciones en forma de desigualdad que deben cumplir todos los puntos que pertenecen al poliedro convexo generado por los puntos $(-3,2)$, $(2,1)$ y $(-1,-1)$.
10. Dados los puntos $(0,5)$, $(1,3)$, $(2,2)$, $(-1,2)$ y $(-2,-1)$
 - a) Determinar el poliedro convexo generado por ellos.
 - b) Indicar cuáles son los vértices de ese conjunto.
 - c) Expresar el conjunto en términos de las restricciones que deben cumplir todos los puntos que pertenecen a él.
 - d) De los cinco puntos iniciales, expresar aquéllos que no sean vértices como combinación lineal convexa de los vértices del conjunto.

11. Determinar los valores del parámetro a para que el conjunto

$$A = \left\{ (x_1, x_2) \mid \begin{array}{l} ax_1^2 + 3x_2^2 \leq 5 \\ 2ax_1^4 + x_2^2 + 3x_1 \leq 2 \end{array} \right\}$$

sea convexo.

12. Determinar los valores de los parámetros a y b para que el conjunto

$$A = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \mid \begin{array}{l} -3x_1^2 - x_2^2 + ax_3^2 + 2x_1x_2 \geq 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + bx_3 \leq 5 \end{array} \right\}$$

sea convexo.

13. Determinar los valores de los parámetros a y b para que el conjunto

$$A = \left\{ (x_1, x_2, x_3) \mid \begin{array}{l} (a-2)x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 + 2x_1 \leq 2 \\ -x_1^2 - x_2^2 + bx_3^2 \geq 1 \end{array} \right\}$$

sea convexo.

14. Estudiar la convexidad de la función $f(x_1, x_2) = x_2^2 - 2x_1x_2 + 7x_1^2 + 2e^{2x_2}$.

15. Estudiar la convexidad de la función $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2 + 5x_1 - 7x_2$.

16. Estudiar la convexidad de la función

$$f(x_1, x_2) = -2x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_1x_2 - e^{x_1 - x_2}.$$

17. Estudiar la convexidad de la función

$$f(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 + 3x_1x_2 - x_2x_3 - 7x_2^2 - x_3^2.$$

18. Estudiar la convexidad de la función $f(x_1, x_2) = ax_1^6 + bx_2^2 + 2x_1 + 3x_2$ dependiendo de los valores de los parámetros a y b .