

# Recursividad

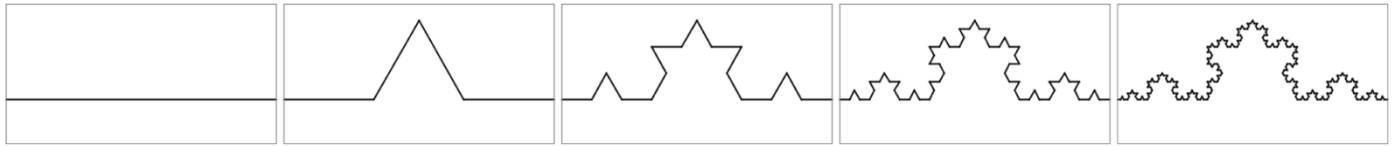
## 1. El árbol genealógico de los zánganos



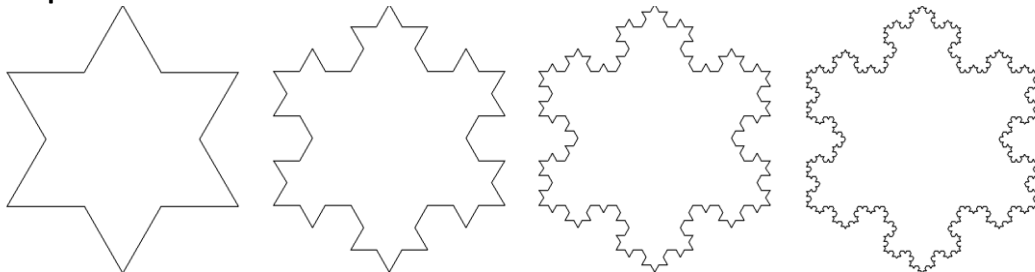
Las abejas comunes viven en colonias. En cada colonia hay una reina (hembra), muchas trabajadoras (hembras estériles) y algunos zánganos (machos). Los machos nacen de huevos no fertilizados, por lo que tienen madre pero no padre. Las hembras nacen de huevos fertilizados y, por lo tanto, tienen padre y madre. Estudiamos el árbol genealógico de un zángano: tiene 1 madre, 2 abuelos, 3 bisabuelos, 5 tatarabuelos, 8 tataratatarabuelos, 13 tataratataratatarabuelos. Dada la secuencia obtenida (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13) se observa que, a partir del tercer elemento, cada número se obtiene sumando los dos anteriores. Esta es la **secuencia de Fibonacci**. Si se divide cualquier término de la secuencia de Fibonacci por el anterior, entonces el resultado siempre se aproxima al **número áureo** ( $\Phi=1.6180339887$ ).

## 2. La curva/copo de nieve de Koch

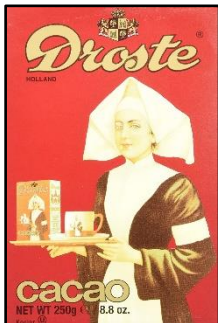
*Helge von Koch* introdujo la curva que lleva su nombre en 1904 como ejemplo de una curva que no tiene tangente en ningún punto. Para construir la curva de Koch se parte del segmento unidad, se elimina el tercio central y se sustituye por dos segmentos de la misma longitud que forman un triángulo equilátero con el segmento eliminado. Con esto, se obtiene una curva  $K_1$ , formada por cuatro segmentos de longitud  $1/3$ . Si se repite el proceso sobre cada uno de los segmentos de  $K_1$ , entonces se obtiene otra curva  $K_2$  formada por  $4^2$  segmentos de longitud  $3^{-2}$ , y así sucesivamente. En el paso  $n$ , se tiene una curva  $K_n$ , formada por  $4^n$  segmentos de longitud  $3^{-n}$ . Esta sucesión converge uniformemente a una curva  $K$ , llamada **curva de Koch**, cuya longitud es infinita.



Si se construye la curva de Koch en cada lado de un triángulo equilátero, entonces se obtiene una figura que se conoce con el nombre de **copo de nieve de Koch**.



## 3. El efecto Droste



Una imagen que muestra el **efecto Droste** incluye dentro de ella una versión de sí misma de menor tamaño, la que a su vez incluye en un lugar similar una versión de sí misma aún más pequeña, y así sucesivamente. Su nombre procede de la lata de cacao Droste, cuya parte frontal mostraba una enfermera que llevaba una bandeja con una taza de chocolate caliente junto a un envase de cacao Droste. Este efecto no es una idea reciente: fue utilizado por el pintor *Giotto di Bondone* en su *Tríptico Stefaneschi* (1320), en el que aparece un cardenal ofreciendo el mismo tríptico a San Pedro. De forma similar, en el *Retrato de Giovanni Arnolfini y su esposa* (1434) de *Jan Van Eyck*, el motivo de la obra aparece de nuevo en el espejo situado en el centro del cuadro.

