Sistemas de ecuaciones lineales.

Si detectas cualquier error y/o errata, por favor, ponte en contacto con el profesor de la asignatura.

1. Decidir cuáles de los siguientes sistemas de ecuaciones son sistemas lineales y cuales no:

$$a)\ \begin{cases} 8x & +y & +4z & = 9 \\ 5x & -2y & +4z & = 6 \\ x & +y & +0 & = 1 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 8xy + 4z = 9 \\ 5x - 2y + 4z = 6 \\ x + y + 0 = 1 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} 3x + z = 0 \\ x^2 + 4z = 9 \end{cases}$$

$$d)\ \begin{cases} 3x + \sqrt{z} = 0 \\ x + z = 9 \end{cases}$$

$$e)\ \begin{cases} 3x + z = 0 \end{cases}$$

2. Comprobar que de los siguientes sistemas de ecuaciones uno tiene solución única, otro infinitas soluciones y el otro no tiene solución:

$$a)\ \begin{cases} 8x + y + 4z & = 9 \\ 5x - 2y + 4z & = 6 \\ x + y & = 1 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} 6x - y + 3z & = 6 \\ -6x + 8y & = -10 \\ 2x - 5y - z & = 4 \end{cases} \qquad c)\ \begin{cases} x + y + z & = 1 \\ 3x - 4y & = 5 \\ 7x - y - 3z & = 8 \end{cases}$$

3. Resolver los sistemas:

$$a)\ \begin{cases} x - y + z & = 2 \\ 3x + 2y - 2z & = 1 \\ -x + 3y - z & = 2 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x + 2y - z & = 1 \\ -3x + y - 2z & = 2 \\ -x + 5y - 4z & = -2 \end{cases} \qquad c)\ \begin{cases} x + 2y - 3z + t & = 2 \\ 2x - y - z - t & = 1 \\ -x + y + 2z - t & = 0 \\ 3x + 2y - 4z - 3t & = 1 \end{cases}$$

4. Consideremos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + ay + az &= -1 \\ ax + y + az &= a \\ ax + ay + z &= a \end{cases}$$

se pide:

   a) Discutir el sistema en función del parámetro a.

   b) ¿Existe algún valor de a para el que el sistema tiene por solución $x = 1$, $y = 0$, $z = 0$?

5. Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} mx - y + z &= -1 \\ -mx + (m+3)\,y - 2z &= 4 \\ -mx + (2m+5)\,y + (m-6)\,z &= 4 \end{cases}$$

se pide:

   a) Calcular el determinante de la matriz de coeficientes del sistema.

   b) Decidir para qué valores de m el sistema no es compatible determinado.

   c) Decidir para qué valores de m el sistema es compatible indeterminado.

6. Discutir el siguiente sistema de ecuaciones en función de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} ax - y + z = -1 \\ -ax + (a+3)y - 2z = 4 \\ -ax + (2a+5)y + (a-6)z = b \end{cases}$$

7. Discutir los siguientes sistemas de ecuaciones según los valores del parámetro.

$$a)\ \begin{cases} 5x-11y+9z &= k \\ x-3y+5z &= 2 \\ 2x-4y+2z &= 1 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} ax+y+z &= 1 \\ x+ay+z &= 1 \\ x+y+az &= 1 \end{cases} \qquad c)\ \begin{cases} x+y+z &= m+1 \\ mx+y+(m-1)\,z &= m \\ x+my+z &= 1 \end{cases}$$

8. Discutir los siguientes sistemas de ecuaciones según los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{Z}$

$$a)\ \begin{cases} ax+2z &= 2 \\ 5x+2y &= 1 \\ x-2y+bz &= 3 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} ax+by+z &= 1 \\ x+aby+z &= b \\ x+by+az &= 1 \end{cases}$$