EJERCICIOS TEMA 2

Optimización Condicionada con Restricciones de Igualdad

1. Hallar los extremos condicionados de las siguientes funciones. Señálese, en ada caso, si se trata de óptimos locales o globales del correspondiente programa.

a) $$\begin{aligned} &f(x,y,z) = 2x + 2y + z \\ &s.a. \quad x^2 + y^2 - z = 0 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} &f(x,y,z) = x^2 - y + 2z \\ &s.a. \quad x^2 + y^2 + 4z^2 = 8 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} &f(x,y) = 6 - 4x - 3y \\ &s.a. \quad x^2 + y^2 = 1 \end{aligned}$$

d) $$\begin{aligned} &f(x,y) = 4x^2 - 2xy + 6y^2 \\ &s.a. \quad x + y = 72 \end{aligned}$$

e) $$\begin{aligned} &f(x,y,z) = x + y - z \\ &s.a. \quad x + z = 4; x^2 + y^2 - z = 0 \end{aligned}$$

f) $$\begin{aligned} &f(x,y,z) = x^2 - y^2 + yz \\ &s.a. \quad x + y = 1 \end{aligned}$$

2.

Sean f y g dos funciones tales que :

$$\nabla f(x,y) = (2x-4, 2y+2)$$
$$\nabla g(x,y) = (y, x)$$
$$g(2,-1) = 0$$

a) ¿El punto $(2,-1)$ es unj mínimo local del programa $(P)\begin{cases} opt\, f(x,y) \\ s.a. \quad g(x,y) = 0 \end{cases}$?

b) En caso afirmativo, ¿cuál es el multiplicador de Lagrange asociado a ese mínimo?

c) ¿Podemos asegurar que el punto (2,-1) es un mínimo global del programa (P)?

3. Una empresa produce un determinado bien a partir de dos factores productivos . Sean

$$Q(x,y) = 5x+2y \qquad C(x,y) = 8x^2 + 4y^2$$

las funciones de producción y costes de la empresa. Determínese las cantidades x e y, de factores con las que se minimiza el coste de producir 33 unidades de producto.

4. Un consumidor define sus gustos por la expresión (x+2)(y+1) cuando considera los bienes 1 y 2 en cantidades x e y . Sabiendo que su ingreso es de 51 u.m. y que los precios de mercado de dichos bienes son 2 y 5 , respectivamente , se pide calcular la cantidad de bienes con que maximiza sus gustos

5. La función de producción de una empresa viene determinada por la función $Q(x,y) = x + 3y$ siendo x e y las cantidades de factores utilizadas. Sabiendo que su función de costes es

$$C(x,y) = x^2 + y^2$$

Calcular las cantidades de factores con las que se minimiza el coste de producir 10 unidades de producto.

6. La utilidad de un consumidor está dada por $U(x,y) = -x^2 - 3y^2 + 12xy$, su recta de balance por 16 = x+y . Calcular qué cantidad de x e y maximiza su objetivo