

EJERCICIOS TEMA 3

Optimización Libre

1. La empresa "SIEMPREVIVA S.A", dedicada a facilitar el descanso eterno, cuenta con dos productos de gran éxito en el mercado. Uno de ellos, muy funcional, en madera de pino, cuyo precio en el mercado es de 30 u.m. ;y el otro, modelo de lujo, en madera de cedro del Líbano e interior acolchadito, cuyo precio es de 50 u.m. Su función de costes totales es :

$$C(x, y) = \frac{x^2}{2} - x + y^2 - 4y + xy$$

siendo x e y las unidades producidas de cada féretro, respectivamente.

Hallar los valores de x e y con que se maximiza el beneficio.

2. Sea la función $f(x, y) = e^{-x^2} + e^{2y}$. ¿Tiene la función máximos o mínimos locales ?
3. Una empresa fabrica chocolate según la función de producción

$$Q = -q_1^3 - 3q_2^2 + 3q_1^2 + 24q_2$$

donde q_1 es la cantidad de cacao y q_2 es la de leche empleadas en la fabricación.

Encontrar las cantidades de cacao y leche con que se maximiza la producción de chocolate.

4. Hallar los extremos relativos de cada una de las funciones que se indican :

a) $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 3x_1x_2 + x_2^3$.

b) $f(x, y) = -3x^2 - 2y^2 + 31y + 21x - 6xy$.

c) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 - 2x_1x_2 + x_2^2 + 4x_1 - x_3^2$.

d) $f(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

5. Comprobar, para cada una de las siguientes funciones que se indican, que sus extremos relativos son los que se indican a continuación :

a) $f(x, y) = x^2 + y^3 - 4xy$. Mínimo para $x=16/3$, $y=8/3$

b) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 2x_1x_2 + x_2^2 - x_3^2$. No tiene extremos relativos.

c) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 3x_1 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2^2 + x_3^2$. Mínimo en $(3, -3/2, -3/2)$.

d) $f(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^4 - 4xyz$. Mínimo en $(1, 1, 1)$.

6. Una empresa monopolista fabrica dos productos A y B , siendo su función de costes totales

$$C = \frac{1}{2}Q_A^2 - Q_A + Q_AQ_B + Q_B^2 - 4Q_B$$
 , donde Q_A, Q_B son las cantidades producidas de cada producto

. Los precios de mercado de A y B son 30 y 50 u.m. , respectivamente .

Hallar los valores de Q_A, Q_B con que se maximiza el beneficio .

7. Una empresa fabrica un sólo producto en dos plantas . Los costes totales en cada planta son

$$C_1 = 20q_1^3 - 24q_1 + 5 \text{ y } C_2 = 27q_2^2 + 10$$
 donde q_1 y q_2 son las cantidades producidas en cada planta .

El precio del mercado para el producto es de 216 u.m.

Hallar el máximo beneficio que puede obtener la empresa y las cantidades para obtenerlo que ha de producir en cada planta .

8. Determinar las cantidades x e y que debe producir y vender una empresa que desea maximizar su beneficio, sabiendo que su función de costes es:

$$C(x, y) = 4x^2 + 3y^2 - 4xy \text{ €}$$

y los precios unitarios de venta son, respectivamente, 40 y 12 €.

9. Los precios unitarios para dos productos A y B son $p_a = 100 - x$ y $p_B = 500 - y$. La función de coste total de la producción es $C(x, y) = 100y - 100x + 20000$. Hallar la cantidad de productos A y B que determinan el beneficio máximo.

10. Juan vende en su tienda 2 productos que compiten entre sí y decide fijar sus precios en p y q respectivamente. Los ingresos que espera recibir con su venta vienen determinados por la función

$$I(p, q) = -5p^2 - 2q^2 + pq + 8p + 7q$$

Calcular los precios que debe fijar Juan para obtener con ellos los máximos ingresos posibles. ¿Cuáles serían esos ingresos?

11. Calcular los valores de a y b para que la función $f(x, y) = ax^3 + 3bxy^2 - 15a^2x - 12y + 5$ tenga un mínimo local en el punto $(2, 1)$.