

# UNIVERSIDAD DE GRANADA



INGENIERO DE TELECOMUNICACIÓN

# **SISTEMAS DE RADIOCOMUNICACIÓN**

Ángel de la Torre Vega

Dpto. Teoría de la Señal, Telemática y Comunicaciones

# ORGANIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

# ORGANIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

<b>Asignatura:</b>	SISTEMAS DE RADIOCOMUNICACIÓN (SRD)
<b>Titulación:</b>	Ingeniero de Telecomunicación
<b>Tipo de asignatura:</b>	Troncal de 4 <sup>o</sup> curso, 2 <sup>o</sup> cuatrimestre
<b>Carga lectiva:</b>	Teoría: 4.5 créd. (45 horas). Prácticas: 1.5 créd. (15 horas)
<b>Profesor:</b>	Ángel de la Torre Vega
<b>Dpto:</b>	Teoría de la Señal, Telemática y Comunicaciones
<b>Ubicación:</b>	E.T.S.I.I.T., planta 2, despacho 22
<b>Evaluación Teoría:</b>	Examen final de teoría y problemas
<b>Evaluación Prácticas:</b>	Trabajo en laboratorio y memoria de prácticas (examen)
<b>Material:</b>	<a href="http://www.ugr.es/~atv">http://www.ugr.es/~atv</a>

## Horario:

Teoría:	Aula 1.1
	Martes de 9 a 10 Miércoles de 10 a 11 Jueves de 10 a 11
Prácticas:	Laboratorio 2.5
	Jueves de 16 a 18 (semanas alternas)

# CONTENIDOS

## TEORÍA:

- Tema 1: Introducción a los sistemas de radiocomunicación
- Tema 2: Componentes pasivos en radiofrecuencia
- Tema 3: Circuitos resonantes y adaptación de impedancias
- Tema 4: Amplificadores sintonizados en radiofrecuencia
- Tema 5: Osciladores
- Tema 6: Redes PLL y sintetizadores de frecuencia
- Tema 7: Mezcladores
- Tema 8: Circuitos y sistemas para modulación lineal y angular
- Tema 9: Receptores para AM, FM y PM
- Tema 10: Amplificadores de potencia

## PRÁCTICAS:

- Práctica 1: Osciladores
- Práctica 2: PLLs integrados
- Práctica 3: Mezcladores integrados
- Práctica 4: Transmisión AM/FM

# RELACIÓN CON OTRAS ASIGNATURAS

Plan de estudios: BOE 21 de Enero de 2004

- Materia troncal: Radiación y radiocomunicación
  - Asignatura troncal 1: Sistemas de radiocomunicación
  - Asignatura troncal 2: Propagación y antenas

Asignaturas relacionadas:

<b>Asignatura</b>	<b>tipo</b>	<b>curso</b>	<b>cuat.</b>
Análisis de circuitos	troncal	1	1
Dispositivos electrónicos (I y II)	troncales	1 y 2	2 y 1
Electrónica analógica	troncal	2	1c
Comunicaciones	troncal	3	1
Diseño y receptores de radio	optativa	3	2
Diseño de circuitos y sistemas electrónicos	troncal	4	1
Antenas y propagación	troncal	4	2
Transmisión por soporte físico	troncal	4	2
Circuitos integrados para comunicaciones	optativa	4	2
Radionavegación y radiolocalización	optativa	5?	??
Circuitos de radiofrecuencia y microondas	optativa	5?	??

# BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

- **H.L. Krauss, C.W. Bostian, F.H. Raab: “Solid State Radio Engineering”. John Wiley & Sons, 1980.**
- H.L. Krauss, C.W. Bostian, F.H. Raab: “Estado Sólido en Ingeniería de Radiocomunicación”. Limusa, 1984.
- D.O. Pederson, K. Mayaram: “Analog Integrated Circuits for Communication”. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- D. Roddy, J. Coolen: “Electronic Communications”. Prentice Hall, 1984.
- P. Young: “Electronic Communication Techniques”. Macmillan Publishing Group, 1994.
- M. Sierra-Pérez, J. García de la Calle, J. Riera Salís, F. García Muñiz: “Electrónica de Comunicaciones”. Servicio de Publicaciones de la ETSIT, Universidad Politécnica de Madrid, 1994.
- U. Rhode, T. Bycher: “Communication Receivers”. MacGraw-Hill, 1996.
- A.B. Carlson, B.P. Crilly, J.C. Rutledge: “Communication Systems: an Introduction to Signal and Noise in Electrical Communications”. McGraw-Hill, 2002.
- B.P. Lathi: “Modern digital and analog communication systems”. Holt, Rinehart and Winston, Inc. 1989.
- J.G. Proakis, M. Salehi: “Communication System Engineering”. Prentice-Hall, 2002.
- M. Faúndez Zanuy: “Sistemas de comunicaciones”. Marcombo. 2001.

**Tema 1:**

**INTRODUCCIÓN A LOS  
SISTEMAS DE RADIOCOMUNICACIÓN**

# **Tema 1: INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS DE RADIOCOMUNICACIÓN**

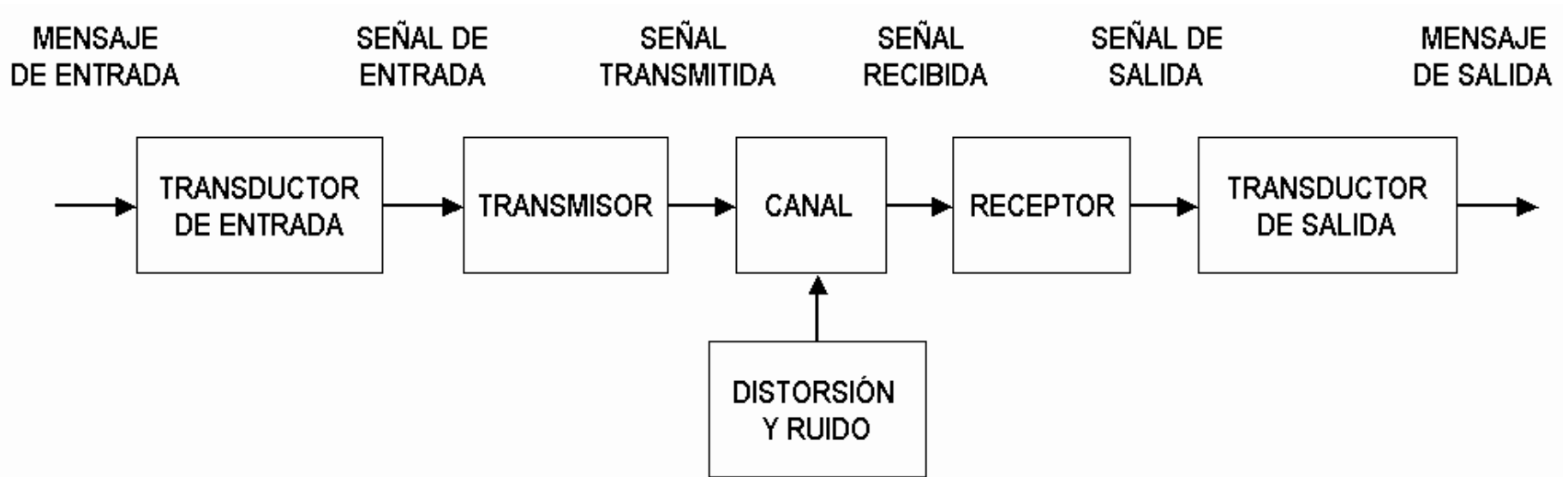
- 1.1.-** Objetivos de la asignatura
- 1.2.-** Sistemas de comunicación
- 1.3.-** Modulación
- 1.4.-** Sistemas de radiocomunicación
- 1.5.-** Características y elementos del emisor
- 1.6.-** Características y elementos del receptor



# 1.1.- OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

- Estudio de los sistemas electrónicos usados en radiocomunicación:
  - Análisis y diseño de los sistemas electrónicos
  - Transmisores
  - Receptores
  - Subsistemas y conexión
- No veremos análisis ni diseño de antenas
- No veremos propagación de ondas electromagnéticas
- Descriptores (plan de estudios):
  - Sistemas de radiocomunicación: clases y características
  - Electrónica de comunicaciones
  - Elementos y subsistemas para emisión y recepción

## 1.2.- SISTEMAS DE COMUNICACIÓN



- **Origen**: genera el mensaje (audio, vídeo,...).
- **Transductor de entrada**: convierte el mensaje de entrada en señal eléctrica (señal en banda-base).
- **Transmisor**: adapta la señal para transmisión por el canal (conversión A/D, modulación, pre-énfasis, etc.).
- **Canal**: medio transmisión (radioeléctrico o físico), con atenuación, distorsión y ruido.
- **Receptor**: deshace las operaciones efectuadas por el transmisor.
- **Transductor de salida**: proporciona el mensaje en su forma original (audio, vídeo,...).

## EFFECTOS DEL CANAL:

- Distorsión lineal: Provocada por la característica de filtro del canal:
  - Atenúa las distintas componentes de frecuencia.
  - Desfasa las distintas componentes de frecuencia.
- Distorsión no lineal: Si la atenuación depende de la amplitud de la señal.
- Ruido: Señal aleatoria e impredecible añadida a la señal transmitida:
  - Externo: máquinas eléctricas, iluminación, tormentas, etc.
  - Interno: movimiento de electrones, difusión y recombinación de portadores, etc.

## RELACIÓN SEÑAL - RUIDO (SNR):

- SNR: Relación entre la potencia de la señal y la potencia del ruido.
- La SNR disminuye a lo largo del canal:
  - Cada vez más potencia de ruido.
  - Cada vez menos potencia de señal (por atenuación).
- SNR de la señal transmitida y SNR de la señal en banda base.

## 1.3.- MODULACIÓN

Transmisión de información:

- Información a transmitir: voz, música, imágenes, texto, vídeo, datos procedentes de instrumentos de medida...
- Información representada mediante señales eléctricas (transducción).
- Forma de onda de las señales eléctricas puede ser compleja, así como la relación con la información que representan.
- Las señales tienen un ancho de banda específico:
  - Voz calidad telefónica: de 350 Hz a 3500 Hz
  - Audio HiFi: de 20 Hz a 20 kHz
  - Vídeo: 6 MHz

Problemas de la radiotransmisión en banda base:

- Eficacia de radiación:  $f = 1\text{kHz} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = 300\text{km} \Rightarrow \text{antenas} > \text{¡¡¡}30\text{ km!!!}$
- Distorsión lineal del canal
- Por un canal sólo puede transmitirse una señal

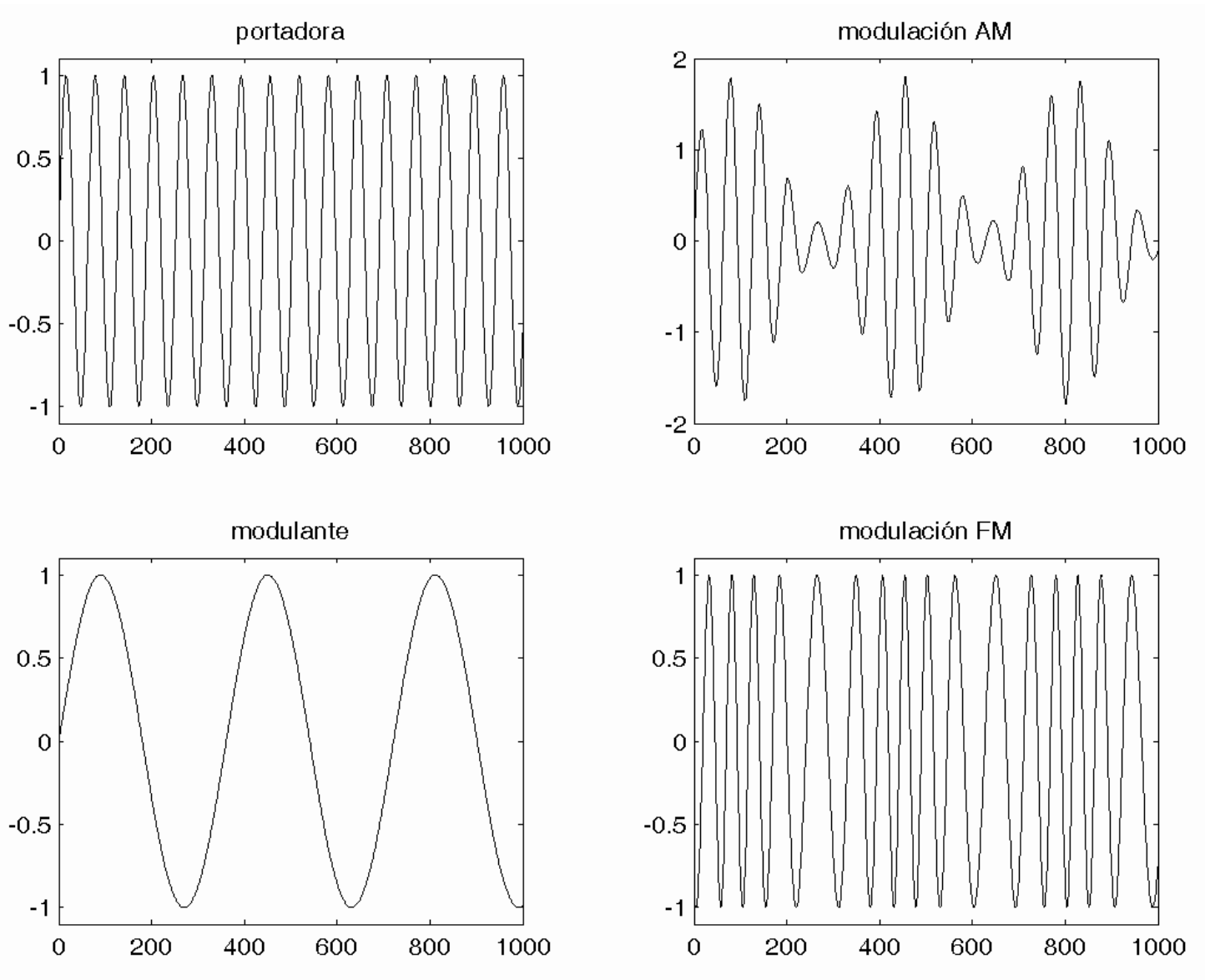
# SOLUCIÓN: MODULACIÓN

- Transformamos la señal para adaptarla al canal (y hacer más eficaz la transmisión).
- La modulación desplaza la frecuencia de las señales.
- Ventajas:
  - Transmisión más eficiente
  - Menor efecto de distorsión lineal
  - Dependiendo de técnica de modulación, mayor robustez al ruido
  - Posibilidad de transmitir varias señales simultáneamente
- Ejemplo: radiodifusión FM
  - Banda de audio: 50 Hz - 15 kHz.
  - Se modulan definiendo canales de 150 kHz de ancho de banda.
  - Separación entre canales: 200 kHz.
  - Rango FM de radiodifusión: 88 MHz - 108 MHz.
  - Ventajas:
    - Antenas eficientes: para 100 MHz  $\lambda = 3$  m (antena de 75 cm).
    - La distorsión lineal afecta menos ( $\Delta f / f = 1,5 \cdot 10^{-3}$ ).
    - El ruido afecta menos (intercambio SNR - ancho de banda).
    - Transmisión simultánea de varios canales (multiplexación por división de frecuencia). Entre 88 MHz y 108 MHz caben 100 canales.

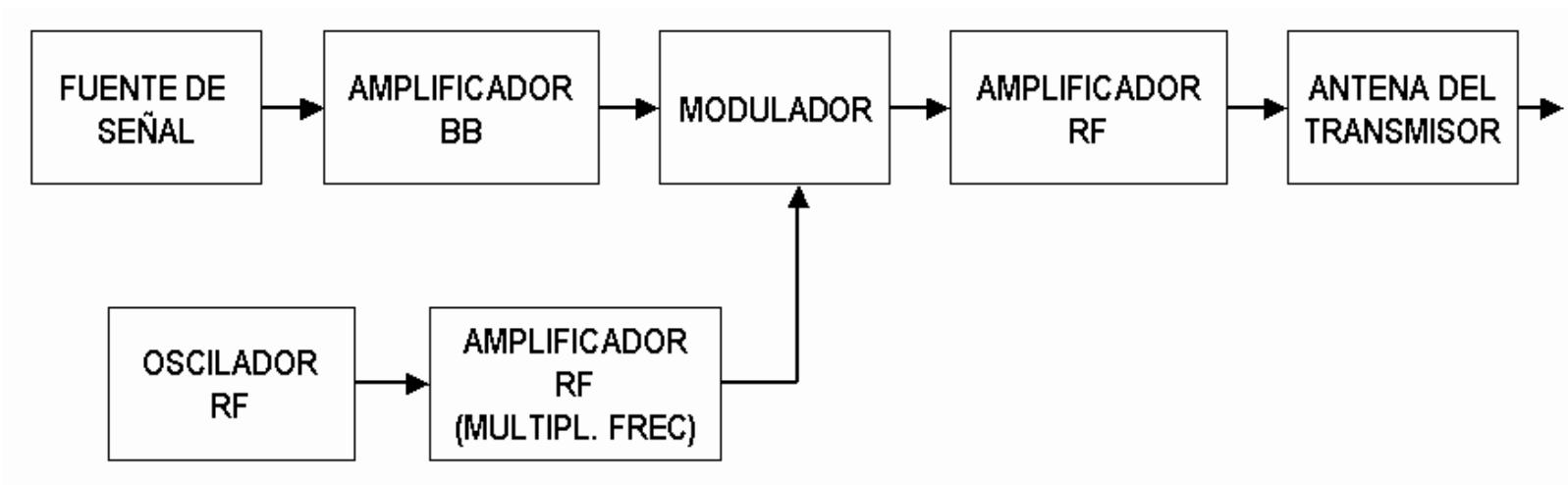
# 1.4.- SISTEMAS DE RADIOCOMUNICACIÓN

- Estudio de sistemas de radiocomunicación
  - Sistemas electrónicos para transmitir señales eléctricas por radio:
  - Análisis y diseño de transmisores.
  - Análisis y diseño de receptores.
- La transmisión por radio requiere modulación:
  - Señal de alta frecuencia: portadora
  - Señal de baja frecuencia a transmitir: modulante
  - La modulación consiste en modificar algún parámetro de la portadora, de acuerdo con el valor instantáneo de la modulante:
    - Modulación de amplitud (AM): se modifica la amplitud de la portadora
    - Modulación de frecuencia (FM): se modifica la frecuencia de la portadora
    - Modulación de fase (PM): se modifica la fase de la portadora
- La recepción de señales de radio requiere demodulación:
  - Obtener la señal modulante a partir de la señal modulada
  - Seleccionar canales
  - Evitar interferencias

# MODULACIÓN AM Y FM:



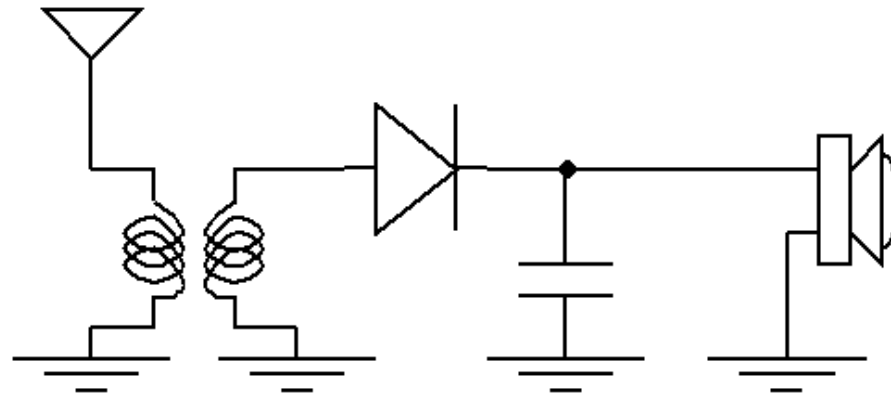
# DIAGRAMA DE BLOQUES DE TRANSMISOR DE RF:



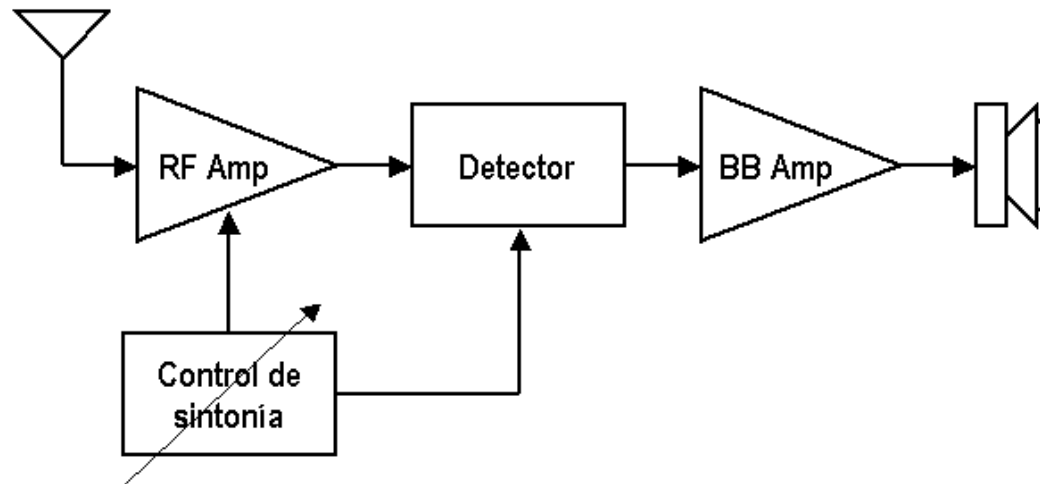


# DIAGRAMA DE BLOQUES DE RECEPTORES DE RF:

Receptor de galena



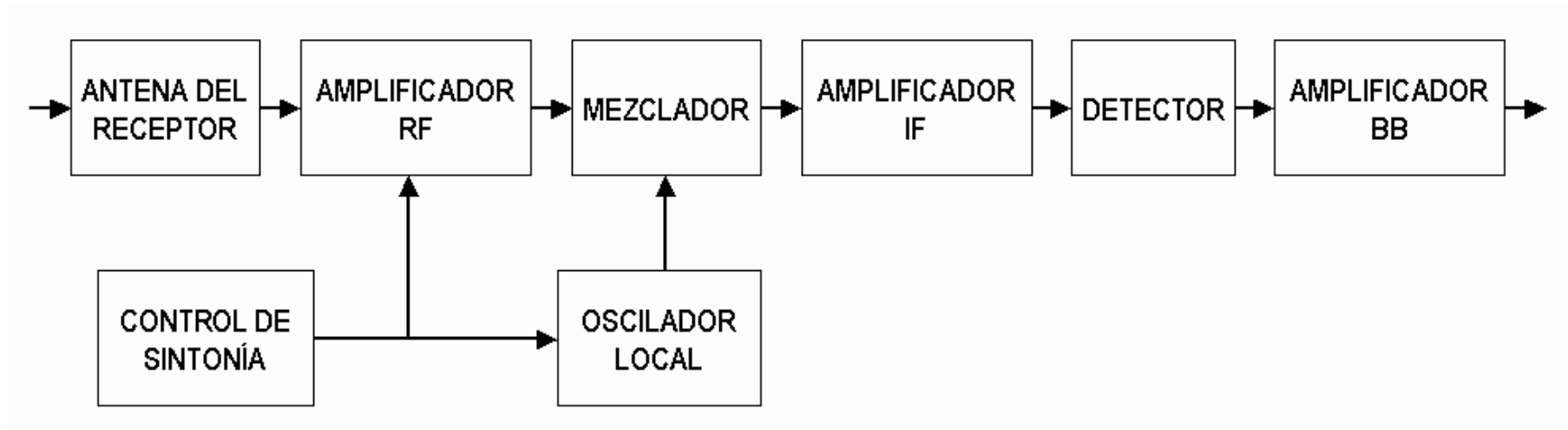
Receptor sintonizado



# EL RECEPTOR SUPERHETERODINO:

- Problema del receptor cuando se transmiten varias señales:
  - Es necesario hacer filtrados selectivos para recibir un canal sin interferencias de los canales adyacentes
  - El filtrado debe modificarse para cambiar de canal
  - Es difícil diseñar filtros muy selectivos y sintonizables
- Solución: el receptor superheterodino
  - Filtrado sintonizable (no muy selectivo) en RF
  - Conversión a frecuencia intermedia (sintonizable)
  - Filtrado muy selectivo (filtro fijo) en frecuencia intermedia
  - Detección en frecuencia intermedia
- De este modo, se puede aplicar un filtro muy selectivo a cualquier canal
- Como ventaja adicional, la amplificación se hace en distintas frecuencias (RF, IF, BB) lo que permite distribuir la ganancia y evitar inestabilidades (oscilaciones)

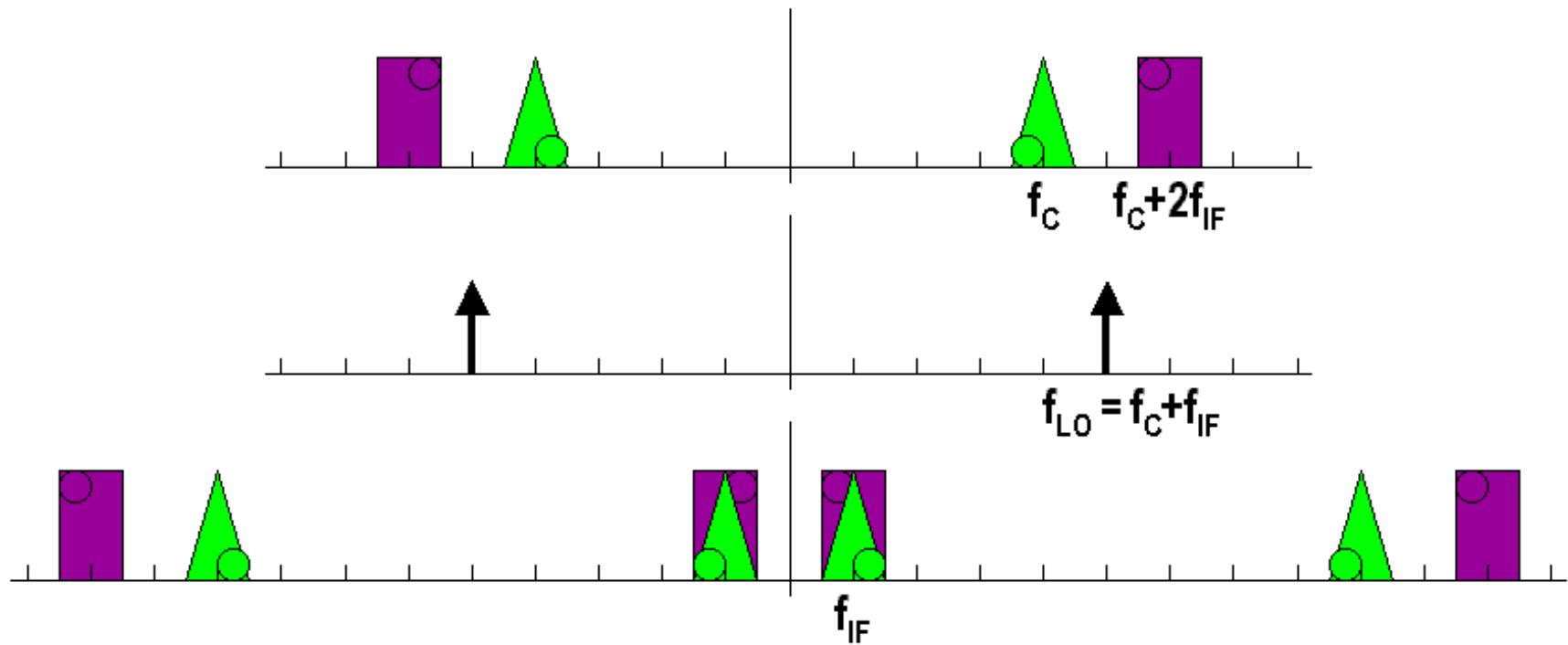
# DIAGRAMA DE BLOQUES DEL RECEPTOR SUPERHETERODINO:



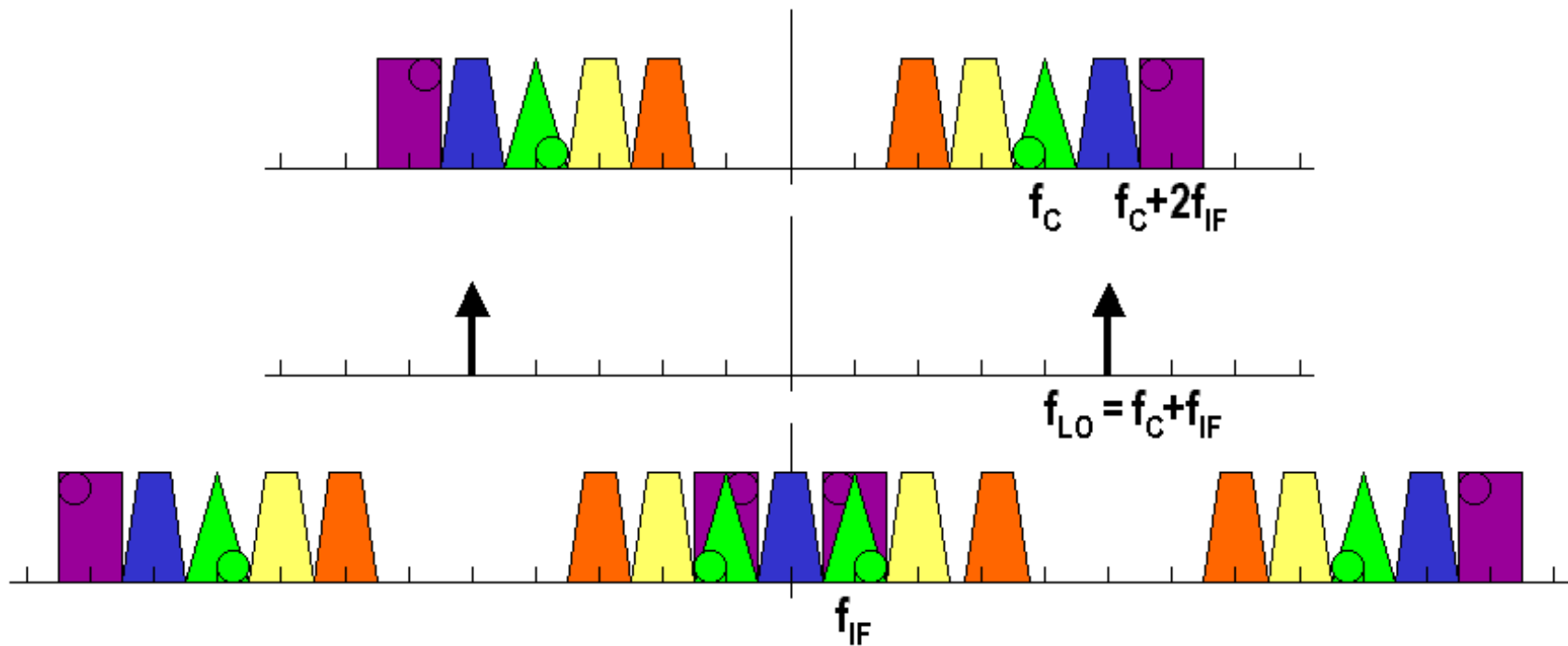
# ELIMINACIÓN DE LA FRECUENCIA IMAGEN:

- Para desplazar la señal modulada de RF ( $f_C$ ) a IF ( $f_{IF}$ ), debemos multiplicar por una portadora local de frecuencia  $f_{LO} = f_C + f_{IF}$  (o bien de frecuencia  $f_{LO} = f_C - f_{IF}$ ).
- El oscilador local desplaza a IF tanto la frecuencia  $f_{LO} - f_{IF}$  como  $f_{LO} + f_{IF}$ .
- La frecuencia  $f_C + 2f_{IF} = f_{LO} + f_{IF}$  (o bien la frecuencia  $f_C - 2f_{IF} = f_{LO} - f_{IF}$ ) se denomina frecuencia imagen, y se traslada, junto con la frecuencia de interés, a la frecuencia intermedia, produciendo interferencias.
- El filtrado en RF es necesario para evitar que se solapen en IF las señales correspondientes al canal sintonizado y su frecuencia imagen.
- La selectividad requerida en el filtro depende de la frecuencia intermedia (debe ser más selectivo cuanto menor es  $f_{IF}$ )

# INTERFERENCIA CAUSADA POR LA FRECUENCIA IMAGEN:

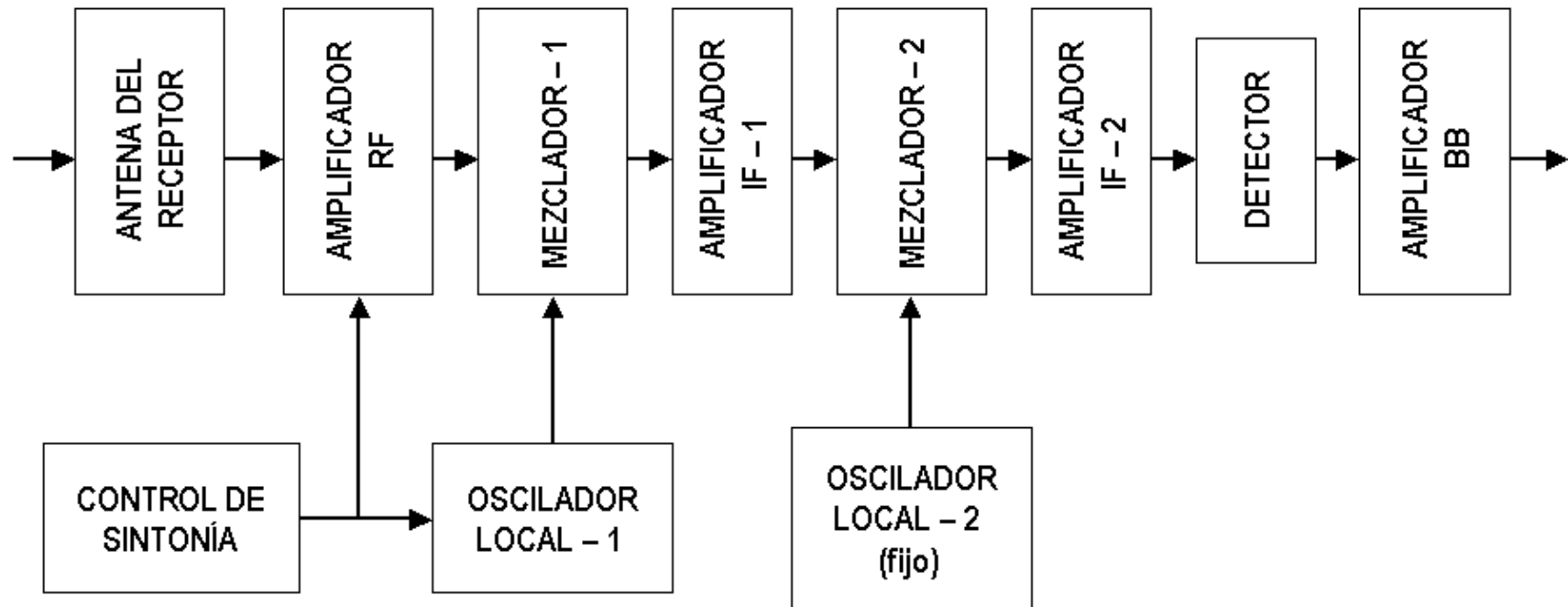


# INTERFERENCIA CAUSADA POR LA FRECUENCIA IMAGEN:



# RECEPTOR SUPERHETERODINO DE DOBLE CONVERSIÓN:

- Si por los requerimientos del diseño es necesaria una frecuencia intermedia baja (para tener más selectividad) y una gran selectividad en RF, se puede realizar una doble conversión:



# 1.5.- CARACTERÍSTICAS Y ELEMENTOS DEL EMISOR

## CARACTERÍSTICAS DEL EMISOR

- Frecuencia de emisión  $f_C$ :
  - Condiciona el diseño del emisor
  - Depende del tipo de transmisión, del canal, etc.
  - Está regulada por organismos: CCIR (Comité Consultivo Internacional de Radiocomunicaciones), ITU (Unión Internacional de Telecomunicaciones), IFRB (International Frequency Registration Board), etc.
  - La frecuencia real se desvía de la nominal debido a derivas (por temperatura, tensión de alimentación, envejecimiento del equipo, etc.). La deriva  $\Delta f$  se mide en Hz o bien se mide el cociente  $\Delta f / f_C$  en partes por millón.
- Tipo de modulación y ancho de banda:
  - Estas características están ligadas.
  - El tipo de modulación depende de la señal a transmitir, calidad requerida, complejidad de los equipos, alcance requerido, ancho de banda disponible, etc.
  - El ancho de banda depende del tipo de modulación y las características de la señal a transmitir.



- Potencia de emisión: condiciona el alcance. Está limitada por las interferencias que pueden producir.
- Emisiones espurias: es una emisión no deseada dentro o fuera de la banda útil. Se deben a comportamientos no lineales, sobremodulación, oscilaciones parásitas, armónicos, intermodulación, etc.

## ELEMENTOS DEL EMISOR

- Oscilador: Genera la portadora, de frecuencia y amplitud fijas y estables.
- Modulador: Modifica alguna característica de la portadora de acuerdo con el valor de la señal a transmitir.
- Amplificador de potencia: Eleva la potencia de la señal para lograr una transmisión eficiente.
- Redes de acoplo: Adaptan impedancias para conseguir máxima transferencia de potencia (de especial importancia entre el amplificador de potencia y la antena).
- Multiplicadores de frecuencia: Permiten obtener osciladores de la frecuencia deseada a partir de osciladores estables de baja frecuencia.
- Circuitos de protección de la etapa de potencia: Evitan que se quemé la etapa de potencia por variaciones en la impedancia de carga de la antena.

# 1.6.- CARACTERÍSTICAS Y ELEMENTOS DEL RECEPTOR

## CARACTERÍSTICAS DEL RECEPTOR

- Sensibilidad:
  - Es la capacidad de extraer la señal útil de la señal recibida.
  - La sensibilidad se define como el nivel de entrada (en microvoltios) necesario para conseguir una determinada relación señal-ruido a la salida (usualmente 20 dB).
  - Condiciona, por tanto, el alcance y la potencia del transmisor necesarios para establecer la comunicación.
- Selectividad: Capacidad para separar la señal útil de una señal no deseada próxima en frecuencia (canales adyacentes).
- Fidelidad: Mide la calidad de la señal proporcionada por el emisor (la SNR asociada a la distorsión entre la señal de entrada del emisor y la señal de salida del receptor).

## ELEMENTOS DEL RECEPTOR

- Amplificador de radiofrecuencia: Amplifica la señal captada por la antena.
- Demodulador: Extrae la información que lleva la portadora. Pueden ser coherentes o no coherentes.
- Redes de acoplo: Para máxima transferencia de potencia.
- Control automático de ganancia (AGC): Posibilita la recepción independientemente del nivel de la señal recibida.
- Control automático de frecuencia: posibilita la recepción independientemente de derivas en el emisor.
- Silenciador (squelch): suprime la salida del amplificador de BB en ausencia de señal, para evitar amplificar ruido (amplificado, además, por el AGC).

## **Tema 2:**

# **COMPONENTES PASIVOS EN RADIOFRECUENCIA**

# **Tema 2: COMPONENTES PASIVOS EN RADIOFRECUENCIA**

**2.1.-** Introducción

**2.2.-** Impedancia y admitancia complejas

**2.3.-** Resistencia y autoinducción de un hilo

**2.4.-** Modelo de resistencia en RF

**2.5.-** Modelo de condensador en RF

**2.6.-** Modelo de bobina en RF

**2.7.-** Ruido térmico en componentes pasivos

## 2.1.- INTRODUCCIÓN

- El comportamiento ideal de los componentes pasivos es:

$$\text{Resistencia:} \quad Z_R = R$$

$$\text{Capacidad:} \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{Cs}$$

$$\text{Autoinducción:} \quad Z_L = j\omega L = Ls$$

- Sin embargo, en radiofrecuencias el comportamiento puede diferir mucho del ideal debido a “elementos parásitos”.
- Estos efectos son despreciables a bajas frecuencias, pero no en RF.
  
- Algunos de los efectos dependen de cómo está construido el componente.
- Dependiendo del rango de frecuencias debemos elegir los componentes adecuados y tomar ciertas precauciones.
- En este tema analizamos el comportamiento de los componentes pasivos en RF (resistencias, condensadores y bobinas y sus modelos equivalentes).

## 2.2.- IMPEDANCIA Y ADMITANCIA COMPLEJAS

- Componentes lineales: la ecuación integro-diferencial que relaciona  $i(t)$  y  $v(t)$  es lineal:

Resistencia: 
$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \Rightarrow v(t) = R i(t) \quad (\text{ley de Ohm})$$

Capacidad: 
$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Autoinducción: 
$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

- Las ecuaciones diferenciales lineales se analizan cómodamente en el dominio de Laplace (o en el dominio de Fourier):

Resistencia: 
$$V = RI$$

Capacidad: 
$$V = \frac{1}{Cs} I = \frac{1}{j\omega C} I$$

Autoinducción: 
$$V = LsI = j\omega LI$$

- Cuando trabajamos a una frecuencia fija, se puede usar una representación fasorial para describir el comportamiento de los circuitos y resulta útil trabajar con impedancias o admitancias complejas:

$$Z \equiv \frac{V}{I} \quad Y \equiv \frac{I}{V}$$

$$Z_R = R \quad Y_R = \frac{1}{R}$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{Cs} \quad Y_C = j\omega C = Cs$$

$$Z_L = j\omega L = Ls \quad Y_L = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{Ls}$$

- Cuando tenemos una red de elementos R, L y C, aplicando técnicas de análisis de circuitos podemos calcular la impedancia o la admitancia, que en general serán complejas.
- En el límite  $f \rightarrow \infty$  la capacidad se comporta como un cortocircuito y la autoinducción como un circuito abierto.  $C$  altas: se usan para acoplar en RF;  $L$  altas: se usan para aislar en RF (RFC, choques de radiofrecuencia)



# RESISTENCIA, REACTANCIA, CONDUCTANCIA, SUSCEPTANCIA

Partes real e imaginaria de la impedancia:

$$Z = R + jX \quad R = \operatorname{Re}(Z) \quad X = \operatorname{Im}(Z)$$

- La parte real de la impedancia se denomina *resistencia* ( $R$ )
- La parte imaginaria de la impedancia se denomina *reactancia* ( $X$ )

Partes real e imaginaria de la admitancia:

$$Y = G + jB \quad G = \operatorname{Re}(Y) \quad B = \operatorname{Im}(Y)$$

- La parte real de la admitancia se denomina *conductancia* ( $G$ )
- La parte imaginaria de la admitancia se denomina *susceptancia* ( $B$ )

Cuidado con las operaciones con números complejos:

$$G = \operatorname{Re}(Y) = \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Z}\right) \neq \frac{1}{\operatorname{Re}(Z)} = \frac{1}{R}$$

(esto sería válido sólo cuando se anula la parte reactiva)

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{(R + jX)(R - jX)} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$$

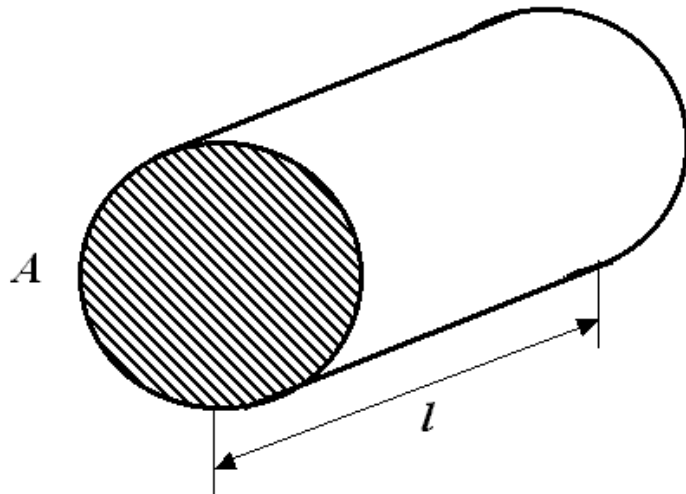
$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G + jB} = \frac{G - jB}{(G + jB)(G - jB)} = \frac{G - jB}{G^2 + B^2}$$

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} \quad X = \frac{-B}{G^2 + B^2}$$

## 2.3.- RESISTENCIA Y AUTOINDUCCIÓN DE UN HILO

RESISTENCIA DE UN HILO CONDUCTOR:

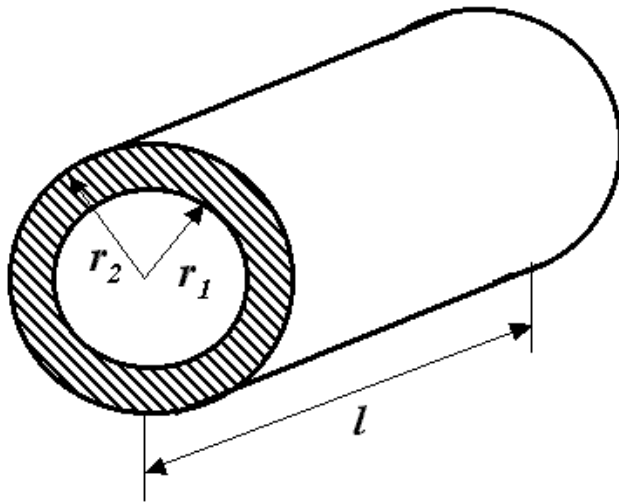
$$R = \frac{\rho l}{A}$$



- $\rho$ : resistividad ( $\Omega\text{m}^2/\text{m}$ )
- $l$ : longitud (m)
- $A$ : sección ( $\text{m}^2$ )

## EFECTO SKIN:

- El campo EM inducido es mayor en el núcleo del conductor que en la zona exterior
- El campo EM se opone al flujo de corriente
- Como consecuencia, la densidad de corriente no es uniforme en el conductor:
  - Es mayor en la “piel”
  - Es menor en el núcleo
- A altas frecuencias, la corriente se concentra en la zona más externa del conductor, y esto incrementa la resistencia del hilo



$$R = \frac{\rho l}{\pi(r_2^2 - r_1^2)}$$

- El incremento de la resistencia depende, además, de la frecuencia

- El decaimiento de la densidad de corriente desde el exterior hacia el centro es aproximadamente exponencial:  $J \approx J_0 \exp(-x/x_0)$
- $x_0$  es la “profundidad del efecto skin” (o “*skin depth*”)
  - Para el cobre, a 60 Hz,  $x_0 = 8,5$  mm
  - Para el cobre, a 1 MHz,  $x_0 = 70$   $\mu\text{m}$
  - $x_0$  depende del material y de la frecuencia
- Modelo de resistencia de hilo:
  - A bajas frecuencias:

$$R = \frac{\rho l}{\pi r^2}$$

- A altas frecuencias:

$$R = \frac{l \sqrt{\mu \pi f \rho}}{2\pi r}$$

La resistencia se incrementa (por efecto skin) con  $\sqrt{f}$  de acuerdo con la constante  $\mu$  que depende del material

- El efecto skin se puede reducir usando hilo de *Litzendraht* (formado por varios hilos aislados y entrelazados)

# AUTOINDUCCIÓN DE UN HILO CONDUCTOR:

- El campo EM que crean los conductores da lugar a una autoinducción
- Autoinducción de un hilo conductor dada por:

$$L(nH) = 4,6 l(cm) \log_{10} \left( \frac{4l}{d} - 0,75 \right)$$

- $l$  es la longitud del hilo
- $d$  es el diámetro del hilo
- Por ejemplo: Un hilo de 5 cm de longitud y 0.7 mm de diámetro presenta una autoinducción  $L=56$  nH
- A bajas frecuencias, el efecto es despreciable ( $Z = R + j\omega L$ )
- A altas frecuencias, puede ser muy importante
- En general, en circuitos de RF es aconsejable reducir todo lo posible distancias entre componentes

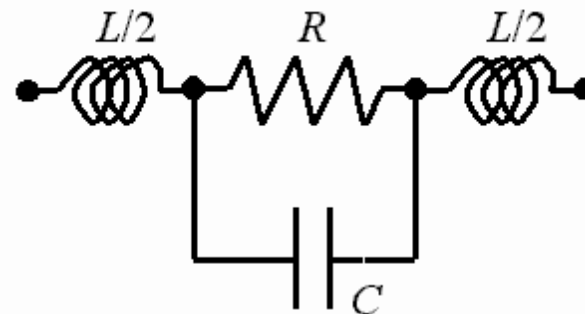
## 2.4.- MODELO DE RESISTENCIA EN RF

El modelo de resistencia en RF incluye:

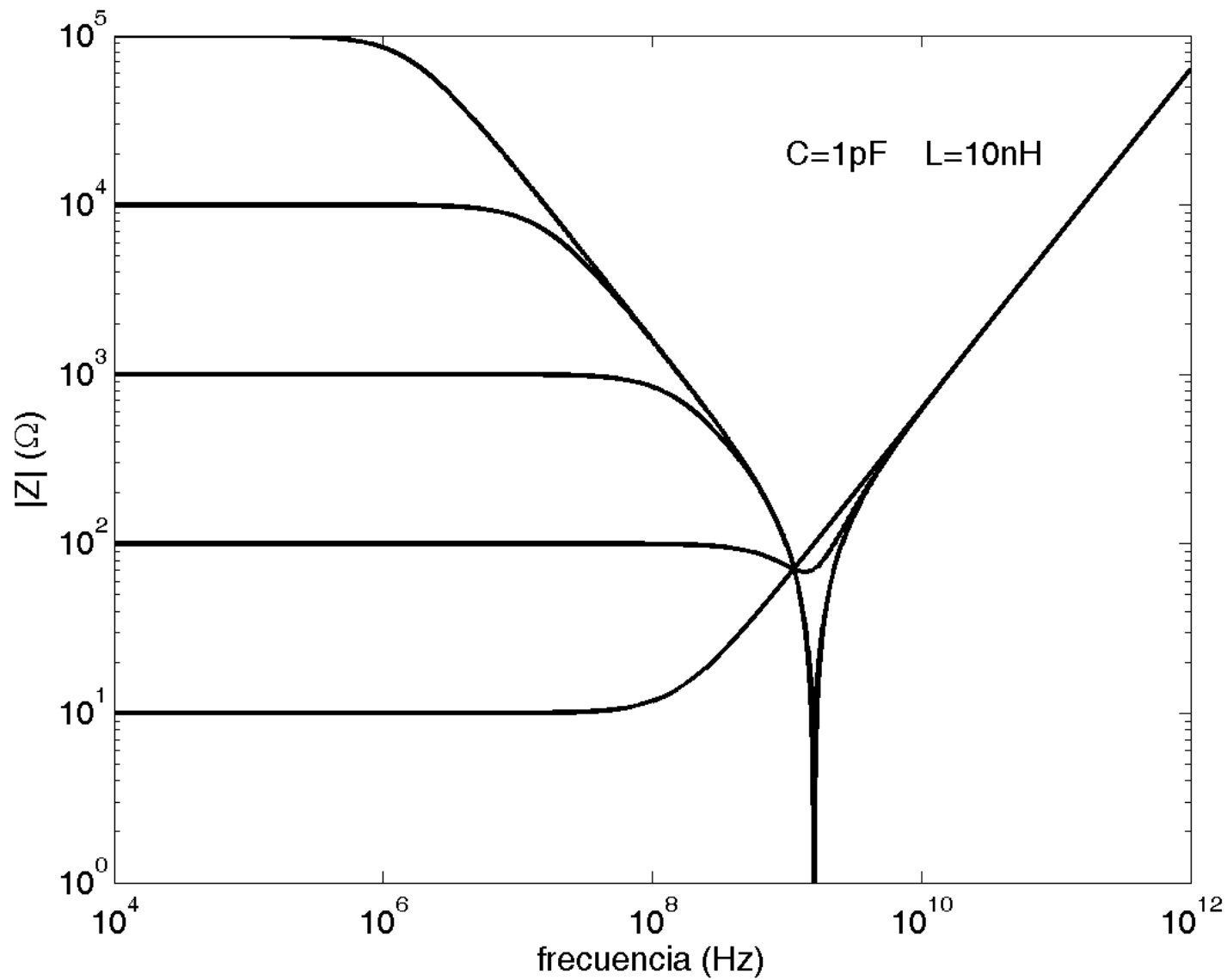
- $R$ : el valor de la resistencia
- $L$ : una autoinducción debida a los contactos
- $C$ : una capacidad debida al tiempo de relajación (depende del material del que esté hecha la resistencia)

- Impedancia del modelo:

$$Z = \frac{RLCs^2 + Ls + R}{RCs + 1}$$



- La impedancia presenta un comportamiento resistivo a frecuencias muy bajas; puede presentar un comportamiento capacitivo en un rango de frecuencias (en función de los valores de la resistencia y elementos parásitos); a frecuencias muy altas, presenta un comportamiento inductivo.





- Presenta una frecuencia de resonancia (anulando la parte imaginaria):

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2C^2}} \quad Z(f_r) = \frac{L}{RC}$$

- Si  $L > R^2C$  no hay resonancia ni comportamiento capacitivo.
- Valores típicos de los elementos parásitos:
  - $L$ : 10 nH, 15 nH
  - $C$ : 1 pF
- Tipos de resistencias:
  - Hilo enrollado:  $L$  muy alta; no recomendables por encima de 1 MHz
  - Carbon:  $C$  alta; no recomendables por encima de 10 MHz
  - Película metálica: adecuada para RF

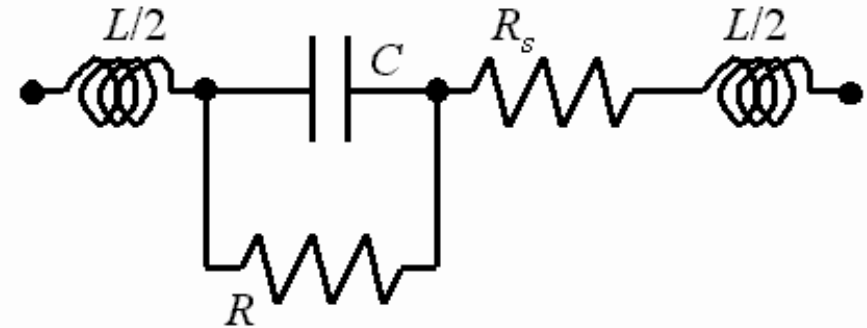
## 2.5.- MODELO DE CONDENSADOR EN RF

El modelo de condensador en RF incluye:

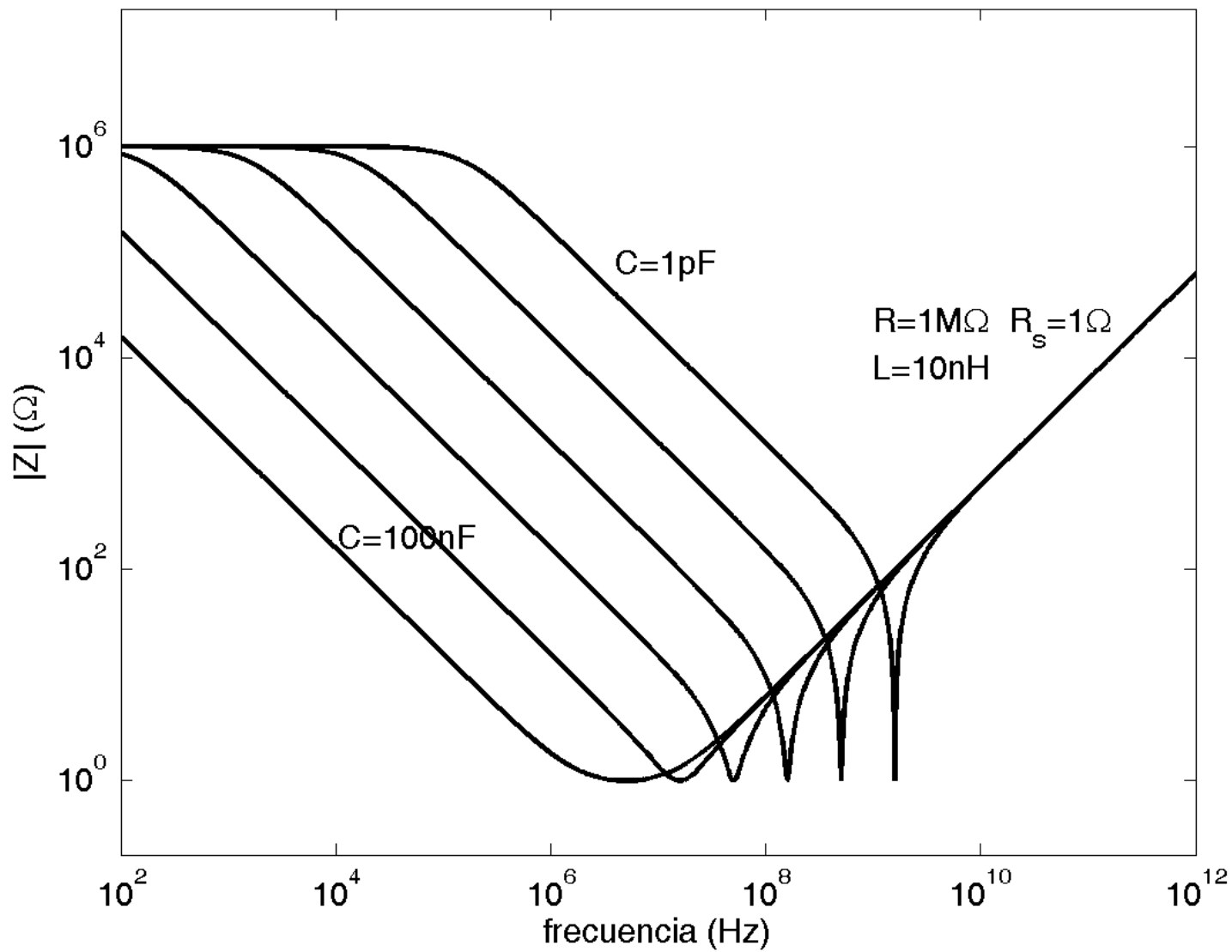
- $C$ : la capacidad del condensador
- $L$ : una autoinducción debida a los contactos
- $R$ : una resistencia en paralelo con el condensador que modela las fugas en el dieléctrico, de valor muy grande normalmente
- $R_s$ : se puede incluir además una resistencia en serie, de valor pequeño, que modela la resistencia de los contactos

- Impedancia del modelo:

$$Z = \frac{RLCs^2 + Ls + R}{RCs + 1} + R_s$$



- La impedancia presenta un comportamiento resistivo a frecuencias extremadamente bajas; presenta un comportamiento capacitivo en un rango de frecuencias (en función de los valores de la capacidad y elementos parásitos); a frecuencias muy altas, presenta un comportamiento inductivo.



Presenta una frecuencia de resonancia (anulando la parte imaginaria):

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2C^2}} \quad Z(f_r) = \frac{L}{RC} + R_s \approx R_s$$

Las características del dieléctrico condicionan las propiedades del condensador:

- Fugas en el dieléctrico (resistencia paralelo)
- Rango de frecuencias
- Estabilidad térmica
- Rango de temperaturas
- Rango de tensiones (directas e inversas) toleradas

Tipos de condensador:

- Vidrio, cerámica
- Papel, papel metalizado
- Electrolítico
- Plastico, nylon, poliestireno, teflón, etc.

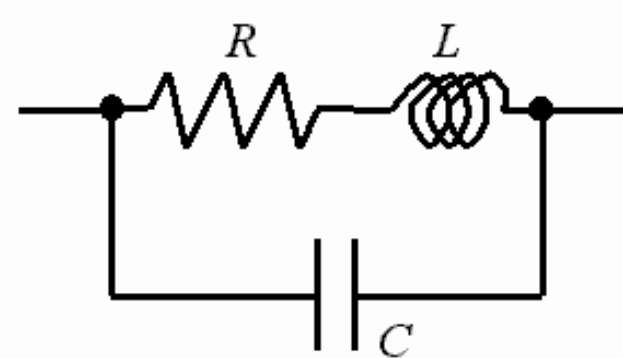
## 2.6.- MODELO DE BOBINA EN RF

El modelo de bobina en RF incluye:

- $L$ : la autoinducción de la bobina
- $R$ : una resistencia en serie que representa la resistencia óhmica de la bobina
- $C$ : una capacidad en paralelo que modela la capacidad entre las espiras de la bobina (las espiras son conductores separados una cierta distancia y a distintos voltajes, por lo que presentan un comportamiento capacitivo)

- Impedancia del modelo:

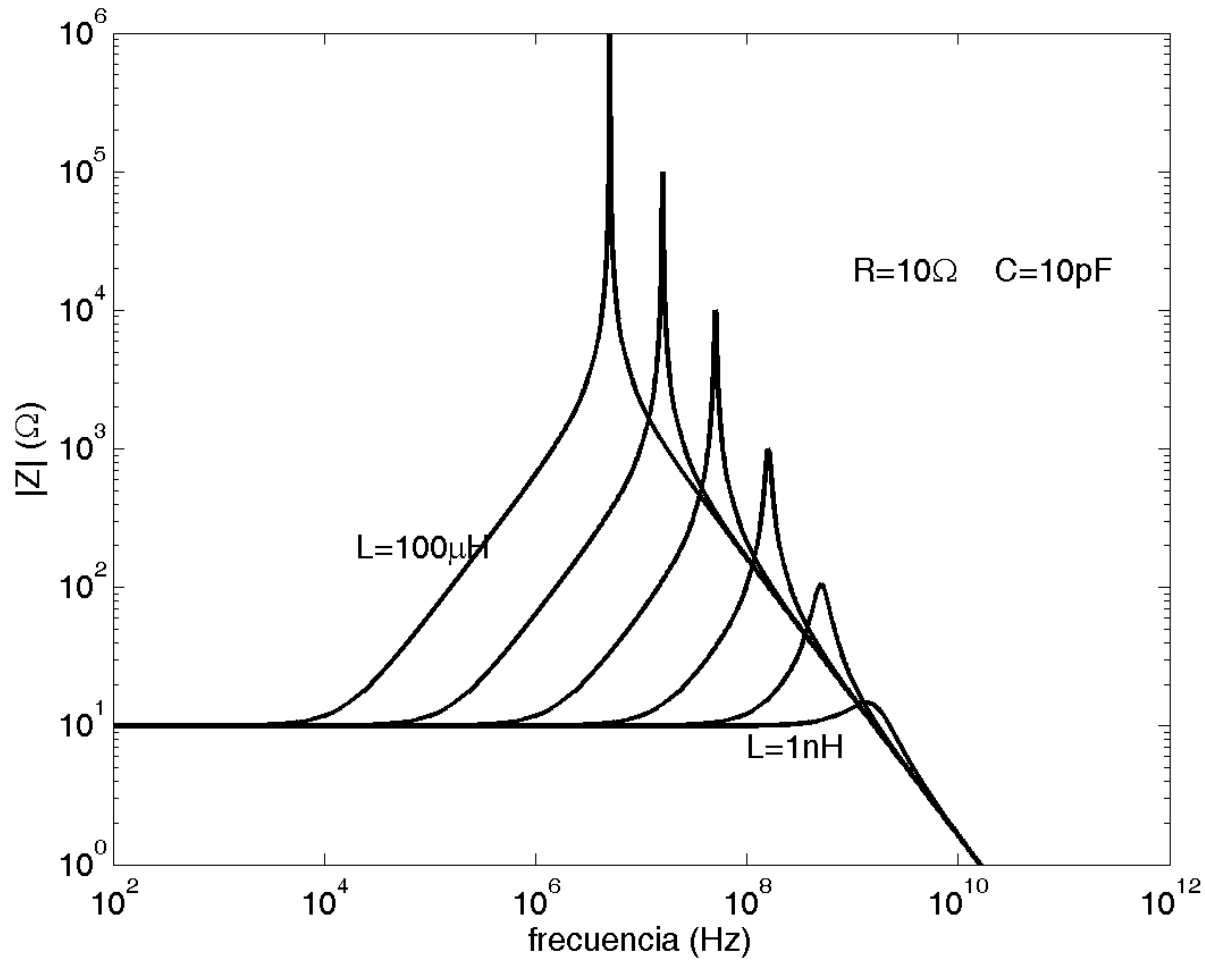
$$Z = \frac{Ls + R}{LCs^2 + RCs + 1}$$



- La impedancia presenta un comportamiento resistivo ( $R$ ) a frecuencias extremadamente bajas; presenta un comportamiento inductivo en un rango de frecuencias (en función de los valores de la bobina y elementos parásitos); a frecuencias muy altas, presenta un comportamiento capacitivo.

Frecuencia de resonancia:

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad Z(f_r) = \frac{L}{RC}$$



# AUTOINDUCCIÓN EN BOBINAS DE NÚCLEO DE AIRE:

$$L = \frac{B^2 n^2}{0,45B + A}$$

$$R = 4n\rho \frac{B}{D^2}$$

$$C \gtrsim (n - 1) \frac{B\varepsilon_r}{11,45 \cosh^{-1}(S/D)}$$

- $L$ : autoinducción en nH
- $B$ : diámetro de las espiras en mm
- $A$ : longitud total de la bobina en mm
- $n$ : número de espiras
- $S$ : distancia entre espiras consecutivas en mm
- $D$ : diámetro del hilo en mm
- $\varepsilon_r$ : constante dieléctrica

- El factor de calidad  $Q$  se define como el cociente entre las partes reactiva y resistiva:

$$Q = X/R$$

- En una bobina:

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{L\omega}{R}$$

- El factor de calidad aumenta linealmente con  $\omega$ , pero se ve reducido por el efecto skin, y también se ve limitado por la capacidad parásita
- Para mejorar  $Q$ , se puede usar hilo más grueso, separar las espiras, o bien aumentar la permeabilidad magnética utilizando un núcleo (permite reducir el número de espiras)

# AUTOINDUCCIÓN EN BOBINAS DE NÚCLEO MAGNÉTICO:

$$L_i = \mu_i L_0$$

donde  $\mu_i$  es la permeabilidad magnética relativa del núcleo

- Ventajas de usar núcleo magnético:
  - Bobina de menor tamaño
  - Incremento de  $Q$  (la misma autoinducción se consigue con menor número de espiras, reduciéndose  $R$  y  $C$  parásitas)
  - Posibilidad de ajustar  $L$  introduciendo o sacando el núcleo
- Inconvenientes de usar núcleo magnético:
  - Pérdidas por histéresis (resistencia en paralelo)
  - $\mu_i$  depende de la frecuencia (disminuye con ésta)
  - $\mu_i$  depende de  $T$
  - $\mu_i$  depende de la amplitud (puede llegar a saturarse) dando lugar a no-linealidades



## 2.7.- RUIDO TÉRMICO EN COMPONENTES PASIVOS

- El ruido térmico es debido al movimiento browniano de los electrones en un conductor
- La mecánica estadística clásica (ley de equipartición de Maxwell-Boltzmann) establece que la potencia del ruido térmico viene dada por:

$$P = kTB$$

donde:

- $P$  es la potencia en W
- $k$  es la constante de Boltzmann:  $k=1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K
- $T$  es la temperatura absoluta en K
- $B$  es el ancho de banda para el que se mide el ruido
- (esto es válido para frecuencias hasta  $10^{13}$  Hz)
- El ruido térmico es blanco (espectro plano)
- Voltaje cuadrático medio debido al ruido térmico en una resistencia:

$$V_n^2 = 4kTRB$$

- La resistencia se comporta como un generador de ruido con una tensión rms de salida  $v_{rms} = \sqrt{V_n^2}$  y una resistencia serie  $R$

Ejemplo:  $T=20^{\circ}\text{C}$  (293 K);  $R=100\text{ k}\Omega$ ;  $B=1\text{ MHz}$

$$v_{rms} = 40,3\mu\text{V}$$

Para redes RLC:

$$V_n^2 = 4kT \int_B \text{Re}(Z(f))df$$

El ruido térmico:

- Aumenta con el ancho de banda
- Aumenta con la resistencia
- Aumenta con la temperatura

¿Cómo afecta esto? (¿qué precauciones debemos tomar?)

- Resistencias de valores bajos (incrementa el consumo)
- Anchos de banda lo más pequeños posibles
- Temperatura lo más baja posible (en caso extremo, refrigerar)
- Extremar precauciones en los subsistemas que funcionan con niveles bajos de señal (amplificador RF del receptor, por ejemplo)

## **Tema 3:**

# **CIRCUITOS RESONANTES Y ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS**

# Tema 3: CIRCUITOS RESONANTES Y ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS

- 3.1.- Introducción
- 3.2.- Circuito RLC serie
- 3.3.- Circuito RLC paralelo
- 3.4.- Circuito  $(RL) \parallel C$
- 3.5.- Circuito  $(RC) \parallel L$
- 3.6.- Transformación paralelo-serie
- 3.7.- Circuitos resonantes con derivación
- 3.8.- Transformadores
- 3.9.- Máxima transferencia de potencia
- 3.10.- Cristales de cuarzo
- 3.11.- Filtros de onda acústica de superficie

## 3.1.- INTRODUCCIÓN

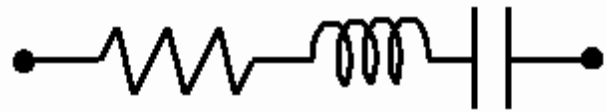
- La impedancia o admitancia de una red con R, L y C es una función complicada de la frecuencia:

$$Z(j\omega) = R(j\omega) + jX(j\omega) \qquad Y(j\omega) = G(j\omega) + jB(j\omega)$$

- La impedancia, en general, presenta parte real (resistiva) e imaginaria (reactiva)
- Para algunos circuitos, a alguna frecuencia se anula la parte imaginaria:
  - La condición  $\text{Im}(Z(j\omega_0)) = 0$  es la “condición de resonancia”
  - La frecuencia  $f_0$  que hace que se cumpla es la “frecuencia de resonancia”
  - Los circuitos para los que existe una o varias frecuencias de resonancia son llamados “circuitos resonantes”
- Los circuitos resonantes se usan mucho en comunicaciones:
  - Para separar señales (filtrar)
  - Para transformar impedancias (para que haya acoplamiento de impedancias y máxima transferencia de potencia)

- La resonancia ocurre a una frecuencia muy concreta  $f_0$
- Se denomina “ancho de banda” ( $B$ , en Hz) al rango de frecuencias para las que se cumple aproximadamente la condición de resonancia (es la anchura del pico o valle de impedancia)
- La selectividad de un circuito resonante se puede expresar en términos del ancho de banda  $B$  o del factor de calidad  $Q$
- Las propiedades de los circuitos resonantes ( $B$ ,  $Q$ ,  $f_0$ ,  $Z(j\omega_0)$ , transformación de impedancias, etc.) son de gran importancia en radiocomunicación:
  - amplificadores de RF
  - osciladores

## 3.2.- CIRCUITO RLC SERIE



- Impedancia:

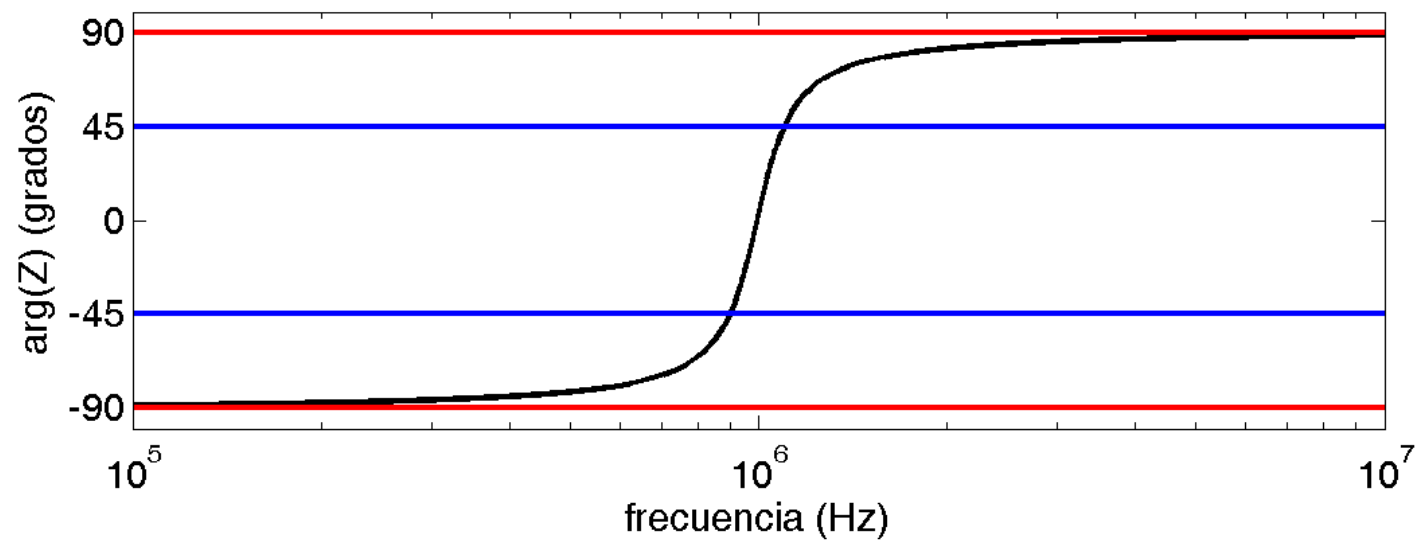
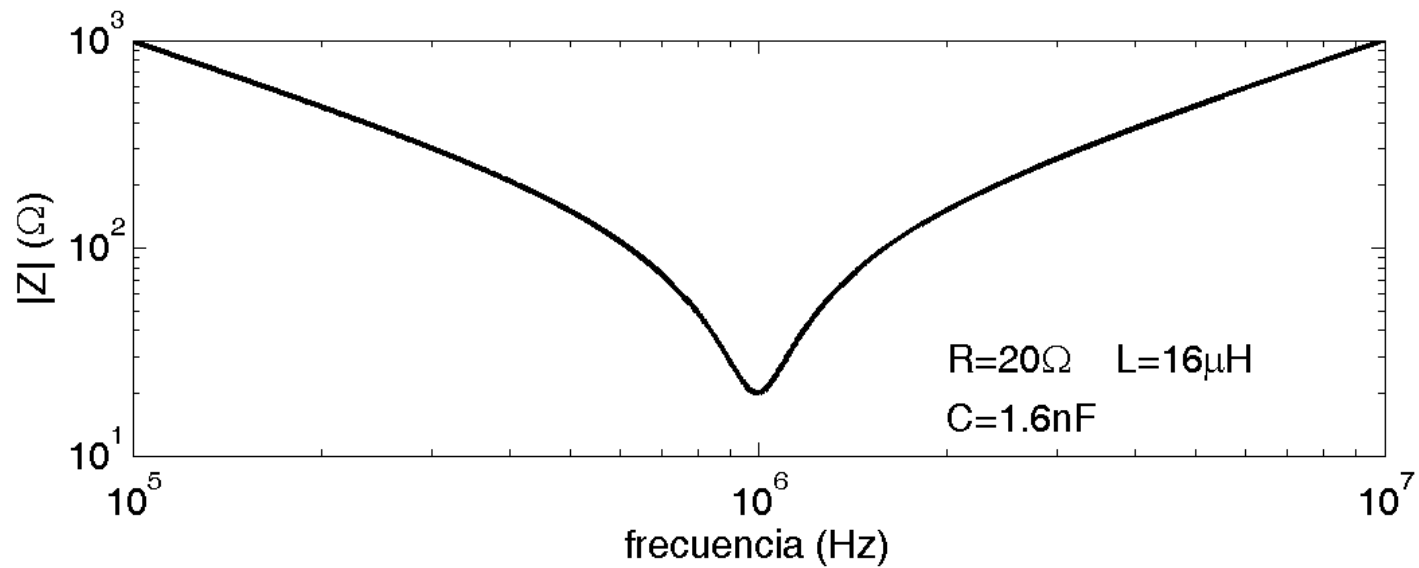
$$Z(j\omega) = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

- Resonancia:

$$\text{Im}(Z(j\omega_0)) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

- Impedancia en la frecuencia de resonancia:

$$Z(j\omega_0) = R$$





## ANCHO DE BANDA $B$ :

- Ancho de banda  $B$ : se define como el intervalo de frecuencias  $[f_1, f_2]$  tal que en  $f_1$  y en  $f_2$  la parte reactiva es igual a la resistiva:  $X(j\omega) = \pm R$
- Esta definición también se denomina “ancho de banda a mitad de potencia”, porque  $|Z(j\omega_1)| = |Z(j\omega_2)| = \sqrt{2} \cdot Z(j\omega_0) = \sqrt{2} \cdot R$  y la potencia disipada en  $R$  es la mitad de la disipada en la frecuencia de resonancia
- Puede demostrarse que  $(\omega_2 - \omega_1) = \frac{R}{L}$  y por tanto

$$B = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$$

demostración:  $Z(j\omega) = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -R \quad LC\omega_1^2 + RC\omega_1 - 1 = 0 \quad \omega_1 = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC}$$

$$\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = +R \quad LC\omega_2^2 - RC\omega_2 - 1 = 0 \quad \omega_2 = \frac{+RC \pm \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC}$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{RC}{LC} = \frac{R}{L} \quad B = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$$

## FACTOR DE CALIDAD $Q$ :

- Factor de calidad  $Q$ : se define como:

$$Q \equiv \frac{2\pi \text{ máxima energía instantánea almacenada}}{\text{energía disipada en un periodo}}$$

- Para el circuito RLC serie se verifica:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{|X_L|}{R} = \frac{|X_C|}{R}$$

Puede verse que el factor de calidad es igual al cociente entre la frecuencia y el ancho de banda:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_0}{B}$$

- En la frecuencia de resonancia,  $V_C$  y  $V_L$  toman valores de pico  $Q$  veces mayores que  $V_R$

## Cálculo del factor de calidad:

Para la frecuencia de resonancia  $\omega_0$ :

$$v(t) = V_0 \sin(\omega_0 t) \quad i(t) = \frac{V_0}{R} \sin(\omega_0 t)$$

En la bobina:

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = \frac{V_0 L \omega_0}{R} \cos(\omega_0 t)$$

$$p_L(t) = i(t)v_L(t) = \frac{V_0^2 L \omega_0}{R^2} \cos(\omega_0 t) \sin(\omega_0 t) = \frac{V_0^2 L \omega_0}{2R^2} \sin(2\omega_0 t)$$

$$E_{max-L} = \int_0^{\pi/(2\omega_0)} p_L(t) dt = \frac{V_0^2 L \omega_0}{2R^2} \left[ -\frac{1}{2\omega_0} \cos(2\omega_0 t) \right]_0^{\pi/(2\omega_0)} = \frac{V_0^2 L}{2R^2}$$

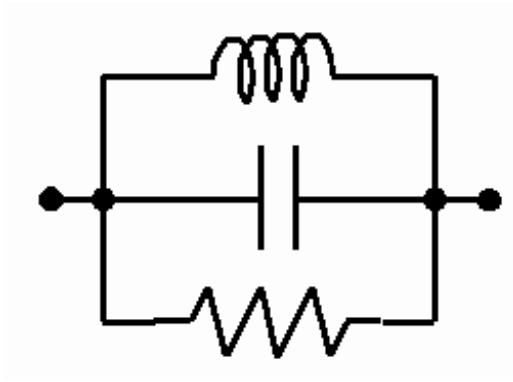
$$p_R(t) = \frac{V_0^2}{R} \sin^2(\omega_0 t) = \frac{V_0^2}{2R} (1 - \cos(2\omega_0 t)) \quad E_R = \int_0^{2\pi/\omega_0} p_R(t) dt = \frac{V_0^2}{2R} \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$Q = \frac{2\pi E_{max-L}}{E_R} = 2\pi \frac{V_0^2 L}{2R^2} \frac{2R\omega_0}{2\pi V_0^2} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

En el condensador el cálculo es similar (en la frecuencia de resonancia,  $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$ ):

$$Q = \frac{2\pi E_{max-C}}{E_R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

### 3.3.- CIRCUITO RLC PARALELO



- Impedancia y admitancia:

$$Z(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C} \quad Y(j\omega) = \frac{1}{R} + j \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$$

- Resonancia:

$$\text{Im}(Y(j\omega_0)) = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

- Impedancia en la frecuencia de resonancia:

$$Y(j\omega_0) = \frac{1}{R} \quad Z(j\omega_0) = R$$

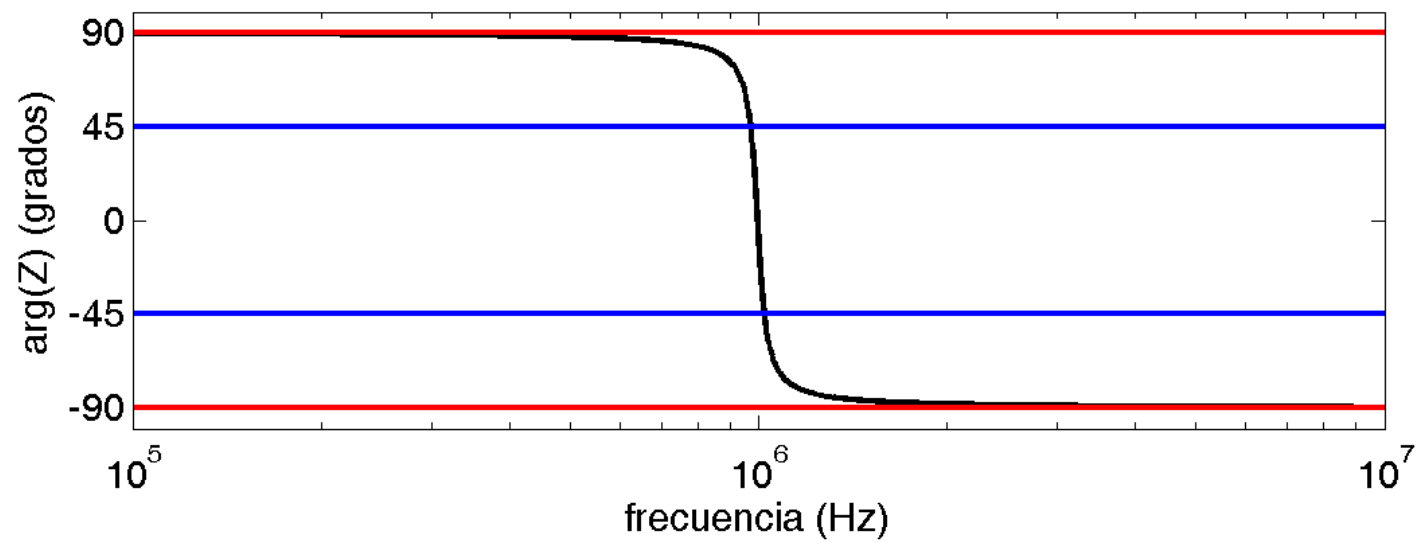
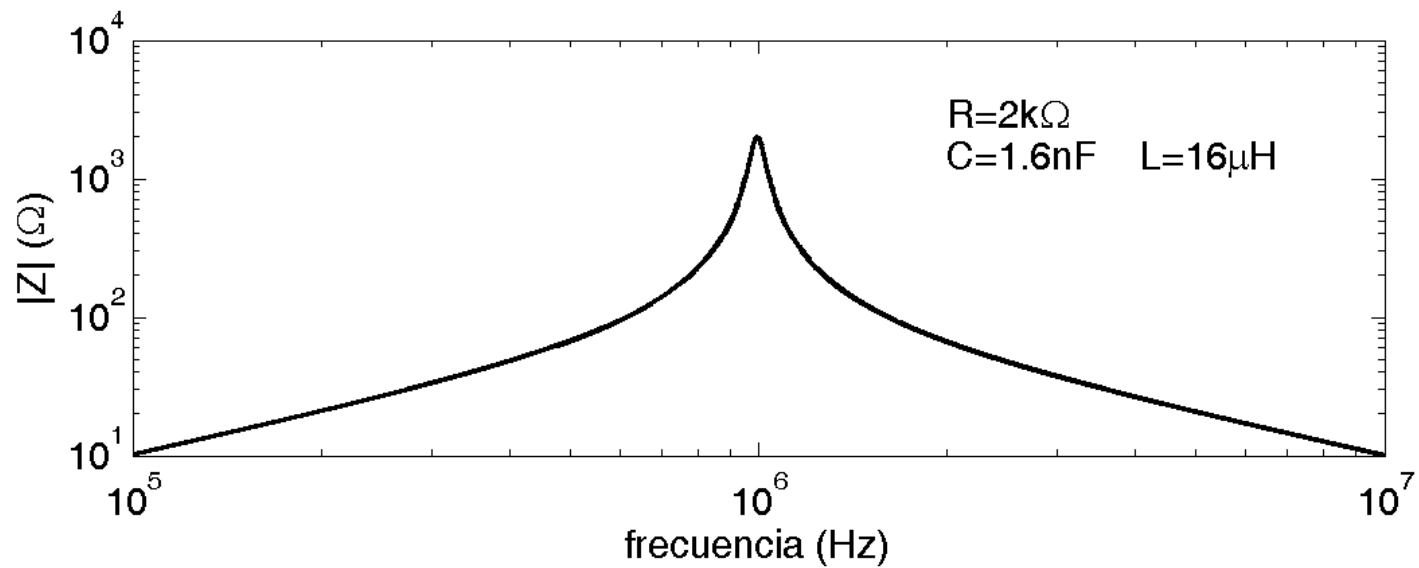
- Ancho de banda:

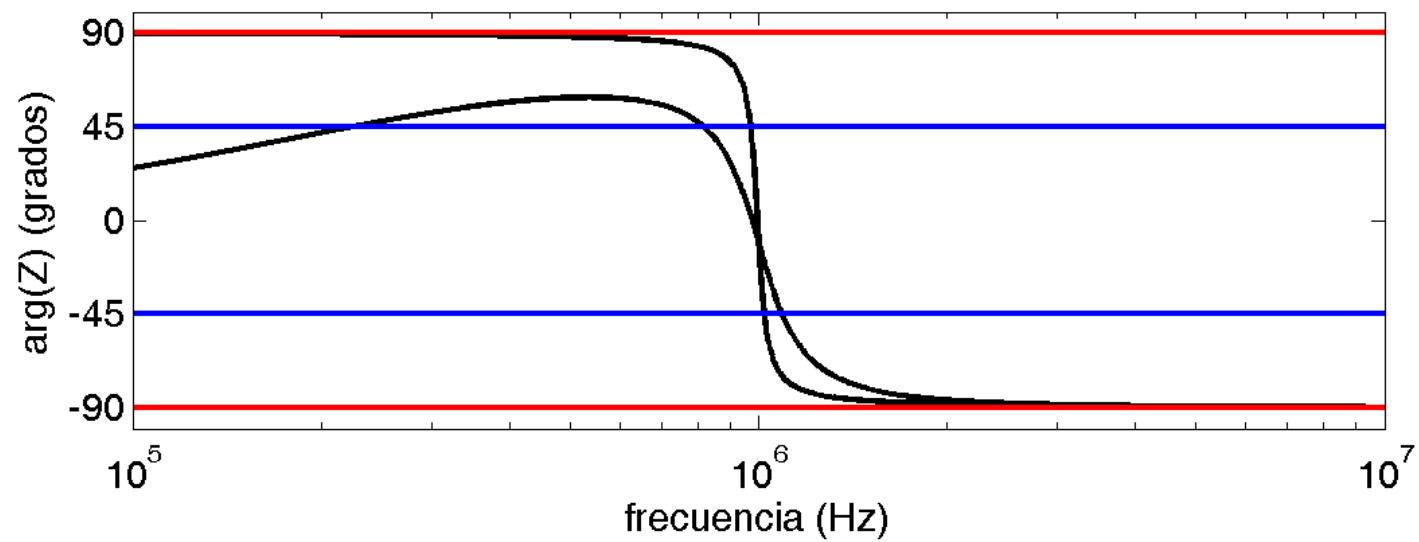
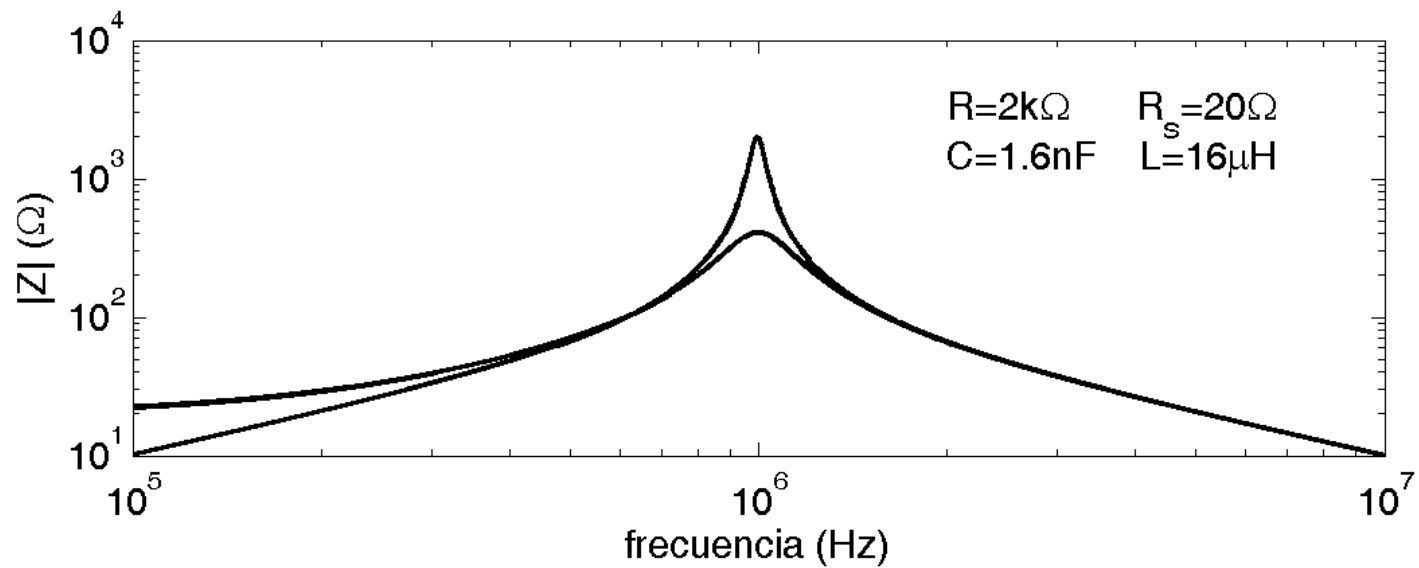
$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{RC} \quad B = \frac{1}{2\pi RC}$$

- Factor de calidad:

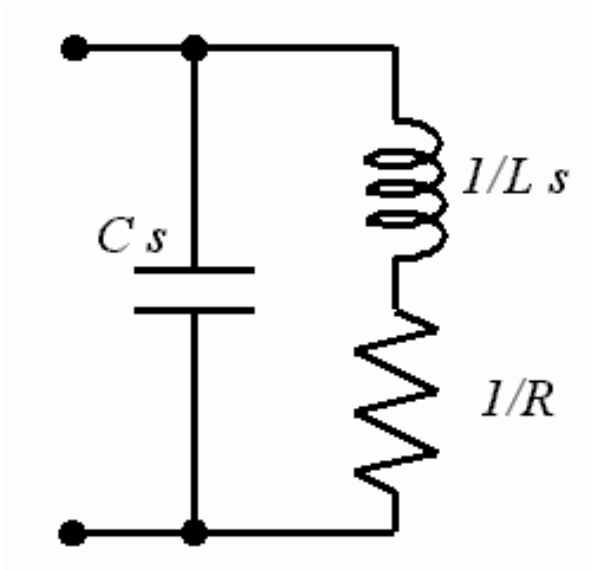
$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \omega_0 CR = \frac{R}{\omega_0 L}$$

- En resonancia, la corriente de pico que circula por el condensador y por la bobina es  $Q$  veces la que circula por la resistencia
- Circuito poco realista (por la resistencia serie de la bobina)





### 3.4.- CIRCUITO (RL) || C



- Admitancia:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \left( \omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$$

- Resonancia:

$$\text{Im}(Y(j\omega_0)) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad C = \frac{L}{R^2 + \omega_0^2 L^2} \quad \Leftrightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$



- Frecuencia de resonancia:  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$
- Impedancia en la frecuencia de resonancia:

$$Z(j\omega_0) = R + \frac{\omega_0^2 L^2}{R} = R + \frac{\left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}\right) L^2}{R} = \frac{L}{RC}$$

- Observamos que la red transforma la impedancia:  $R_t = \frac{L}{RC}$
- El factor de calidad de la bobina en  $\omega_0$  es:

$$Q_t = \frac{\omega_0 L}{R}$$

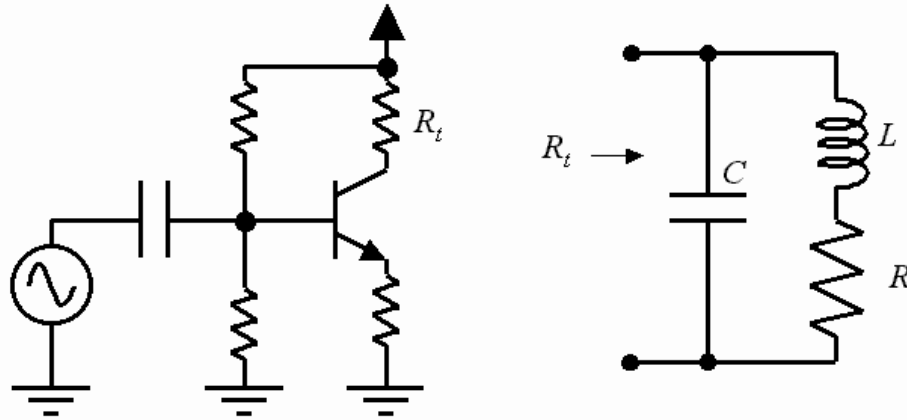
- La impedancia equivalente (en  $\omega_0$ ) puede expresarse como:

$$R_t = R + \frac{\omega_0^2 L^2}{R} = R + RQ_t^2 = R(Q_t^2 + 1)$$

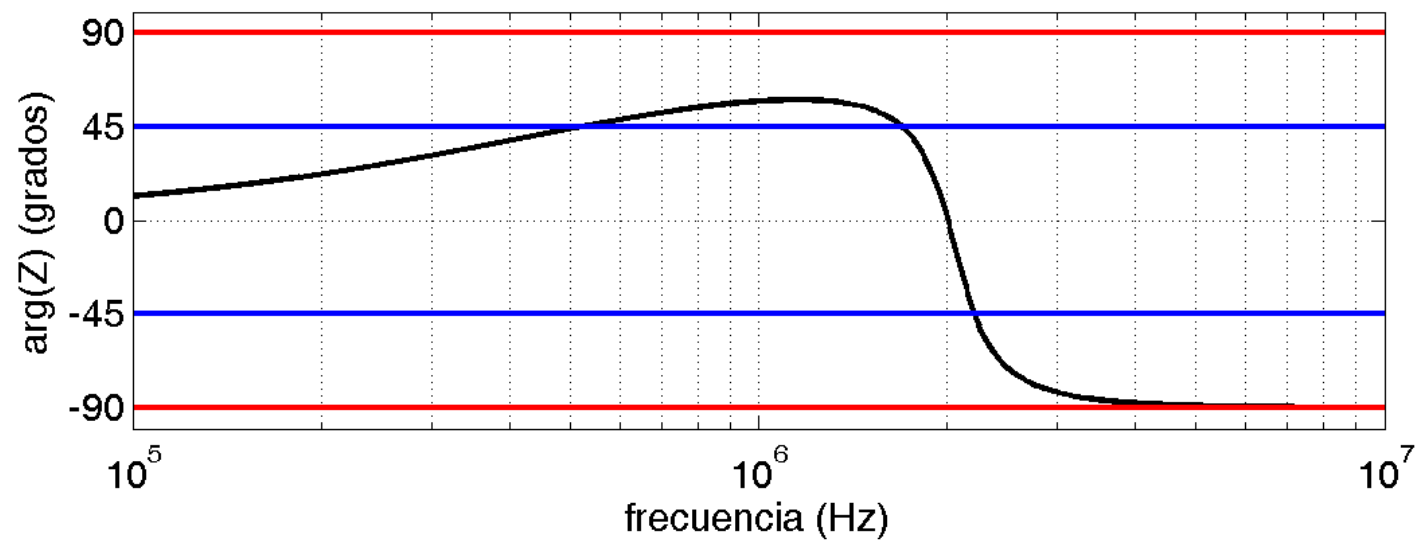
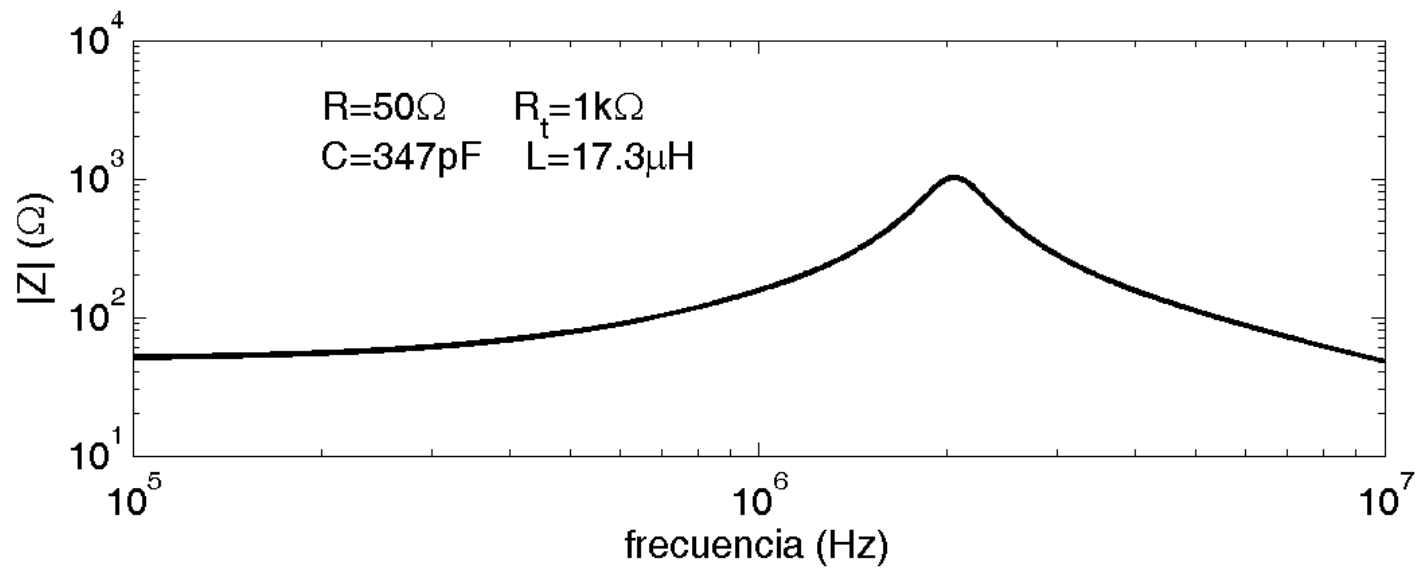
- Es decir, a la frecuencia de resonancia el circuito transforma la resistencia  $R$  en una resistencia  $R_t$  que es  $(Q_t^2 + 1)$  veces mayor

## EJEMPLO:

Queremos transformar una impedancia de carga  $R$  de  $50 \Omega$  en una impedancia de  $1 \text{ k}\Omega$  a la frecuencia de  $2 \text{ MHz}$ .



- $\omega_0 = 2\pi f_0 = 4\pi \cdot 10^6 \text{ rad/s}$
- $Q_t^2 + 1 = \frac{R_t}{R} = 20 \Leftrightarrow Q_t = 4,36$
- $L = \frac{RQ_t}{\omega_0} = 17,3 \mu\text{H}$
- $C = \frac{Q_t}{\omega_0 R_t} = 347 \text{ pF}$
- o también:  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \Leftrightarrow C = \frac{1}{\omega_0^2 L + \frac{R^2}{L}} = 347 \text{ pF}$
- $B \approx \frac{f_0}{Q_t} = 458 \text{ kHz}$



## POTENCIA SUMINISTRADA A LA CARGA:

- Corriente por la rama  $RL$ :

$$I_R = \frac{V_0}{R + j\omega_0 L}$$

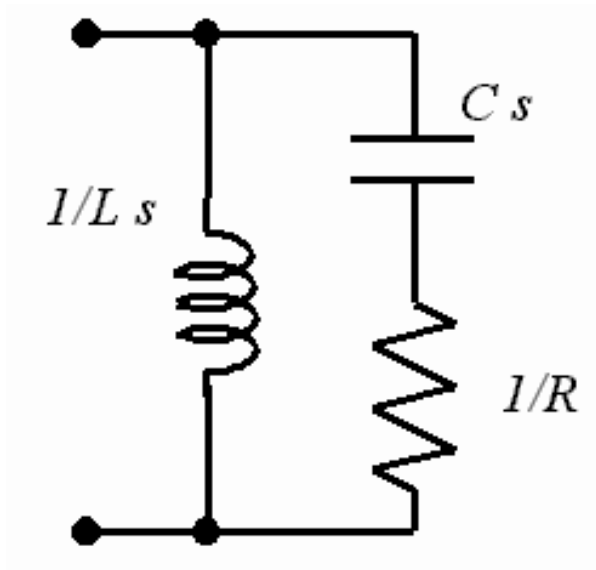
$$\begin{aligned} |I_R| &= \sqrt{|I_R|^2} = \sqrt{I_R \cdot I_R^*} = \sqrt{\frac{V_0^2}{(R + j\omega L)(R - j\omega L)}} = \\ &= \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \omega_0^2 L^2}} = \frac{V_0}{R\sqrt{1 + Q_t^2}} = \frac{V_0}{R_t} \sqrt{Q_t^2 + 1} \end{aligned}$$

- Potencia suministrada a  $R$ :

$$P_R = |I_R|^2 R = \frac{V_0^2}{R_t^2} (Q_t^2 + 1) R = \frac{V_0^2}{R_t}$$

- La potencia suministrada a  $R$  es la misma que se suministraría a  $R_t$

## 3.5.- CIRCUITO (RC)||L



- Admitancia:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R + 1/(j\omega C)} = \frac{R}{R^2 + 1/(\omega^2 C^2)} + j \left( \frac{1/(\omega C)}{R^2 + 1/(\omega^2 C^2)} - \frac{1}{\omega L} \right)$$

- Resonancia:

$$\text{Im}(Y(j\omega_0)) = 0 \iff \frac{1}{L} = \frac{1/C}{R^2 + 1/(\omega_0^2 C^2)} \iff \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC - C^2 R^2}}$$

- Frecuencia de resonancia:  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC - C^2 R^2}}$
- Impedancia en la frecuencia de resonancia:

$$Y(j\omega_0) = \frac{R}{R^2 + 1/(\omega_0^2 C^2)} = \frac{R}{R^2 + L/C - R^2} = \frac{RC}{L} \Leftrightarrow Z(j\omega_0) = \frac{L}{RC}$$

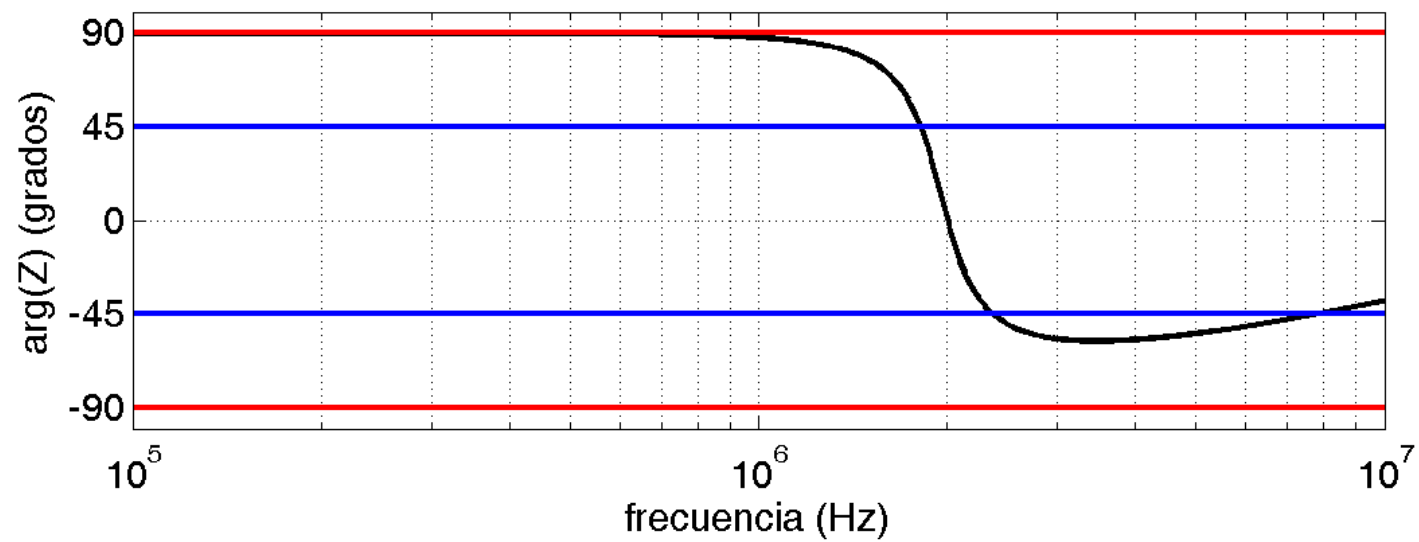
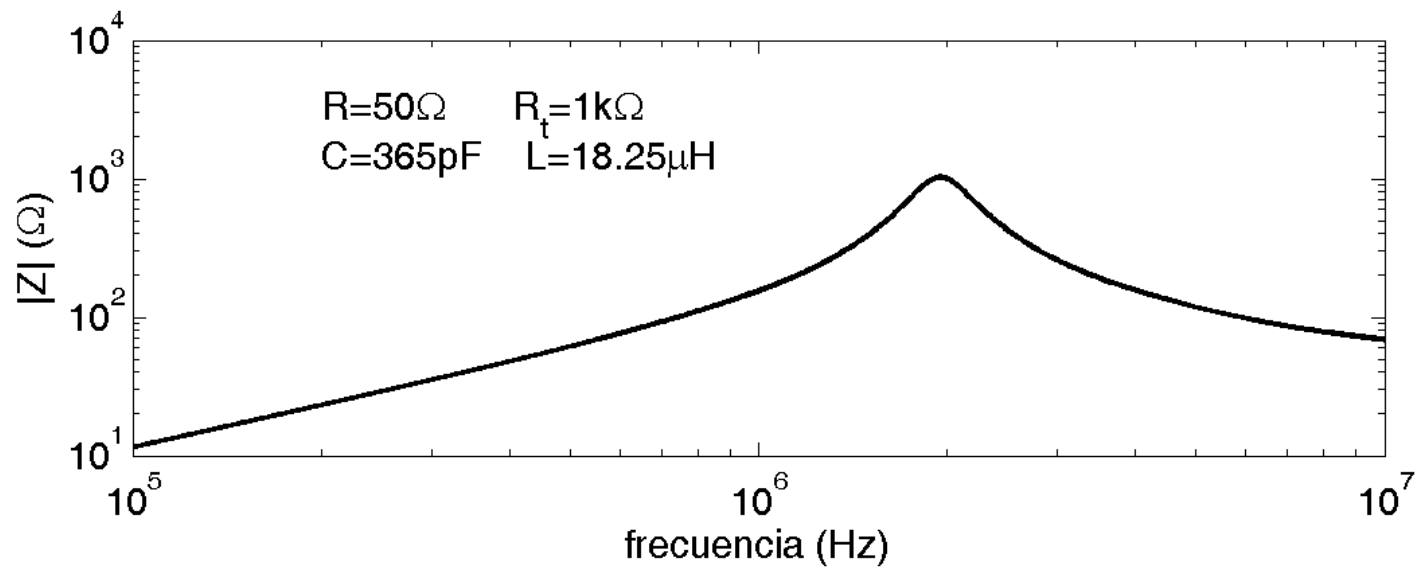
- Observamos que la red transforma la impedancia:  $R_t = \frac{L}{RC}$
- El factor de calidad del condensador en  $\omega_0$  es:

$$Q_t = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

- La impedancia equivalente (en  $\omega_0$ ) puede expresarse como:

$$R_t = R + \frac{1}{\omega_0^2 C^2 R} = R \left( 1 + \frac{1}{R^2 \omega_0^2 C^2} \right) = R(Q_t^2 + 1)$$

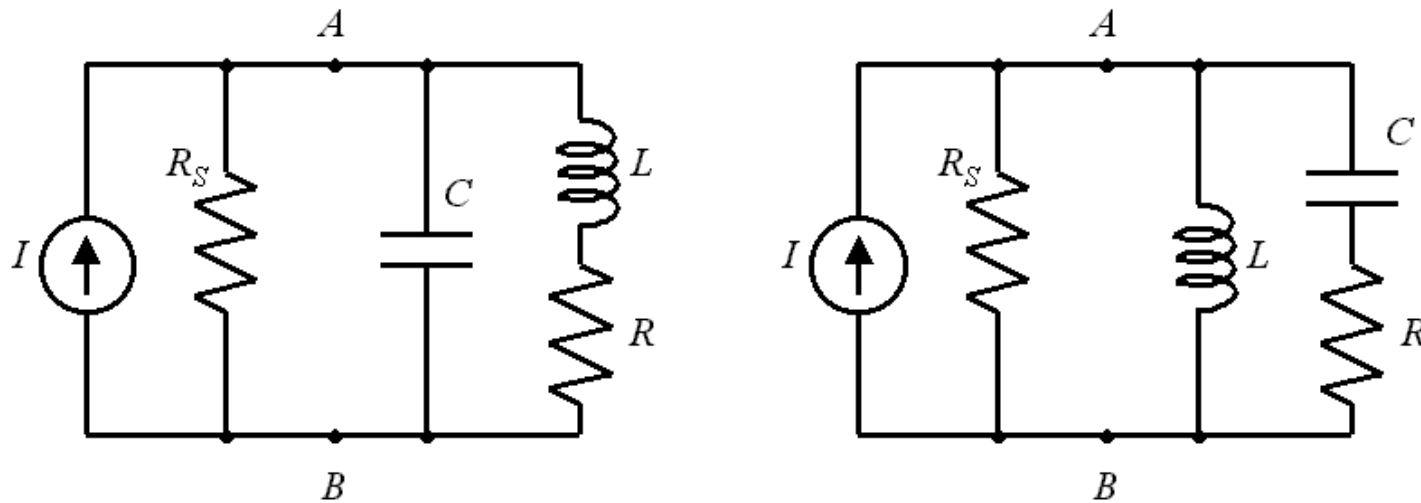
- Es decir, a la frecuencia de resonancia el circuito transforma la resistencia  $R$  en una resistencia  $R_t$  que es  $(Q_t^2 + 1)$  veces mayor (siempre y cuando la resistencia parásita de la bobina se pueda despreciar, es decir,  $Q_L > Q_t$ )



## EFECTO DE LA RESISTENCIA DE LA FUENTE:

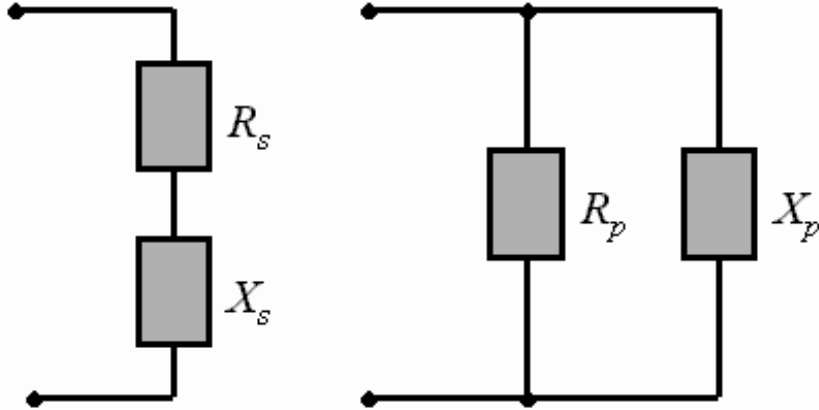
- A la frecuencia de resonancia, un circuito  $RL||C$  o  $CR||L$  presenta una impedancia equivalente  $R_t = R(Q_t^2 + 1)$
- Si la fuente presenta una resistencia finita  $R_s$ , la impedancia vista entre los extremos  $A$  y  $B$  es  $R'_t = R_s || R_t$ , y esto afecta al factor de calidad  $Q$  y al ancho de banda  $B$ :

$$Q'_t = Q_t \frac{R'_t}{R_t} \quad \text{disminuye} \qquad B' = B \frac{R_t}{R'_t} \quad \text{aumenta}$$





## 3.6.- TRANSFORMACIÓN PARALELO-SERIE



$$Z = R_s + jX_s \quad Q_s = \frac{X_s}{R_s}$$

$$Y = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p} \quad Q_p = \frac{R_p}{X_p}$$

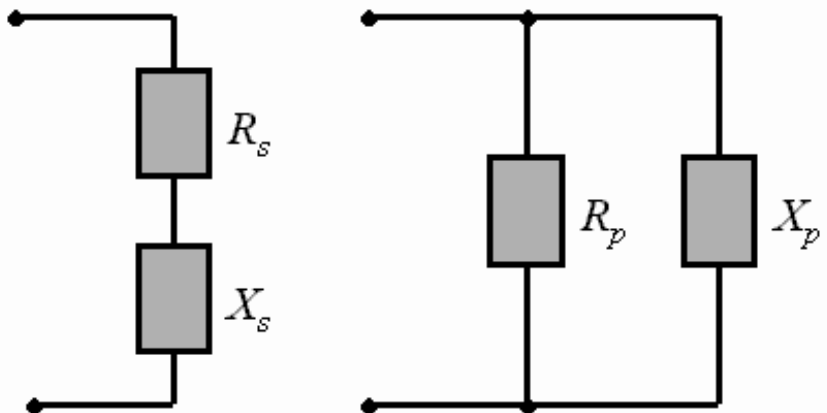
- Supongamos que queremos encontrar el circuito serie equivalente al circuito paralelo dado por  $R_p$  y  $X_p$
- $R_{se}$  y  $X_{se}$  equivalentes serán las partes real e imaginaria de la impedancia del circuito:

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p}} = \frac{X_p^2 R_p + jR_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2}$$

$$R_{se} = \frac{X_p^2 R_p}{R_p^2 + X_p^2} = R_p \frac{1}{Q_p^2 + 1}$$

$$X_{se} = \frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2} = X_p \frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1}$$

$$Q_{se} = \frac{X_{se}}{R_{se}} = \frac{X_p Q_p^2}{R_p} = Q_p$$



$$Z = R_s + jX_s \quad Q_s = \frac{X_s}{R_s}$$

$$Y = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p} \quad Q_p = \frac{R_p}{X_p}$$

- Supongamos que queremos encontrar el circuito paralelo equivalente al circuito serie dado por  $R_s$  y  $X_s$
- $1/R_{pe}$  y  $1/X_{pe}$  equivalentes serán las partes real e imaginaria de la admitancia del circuito:

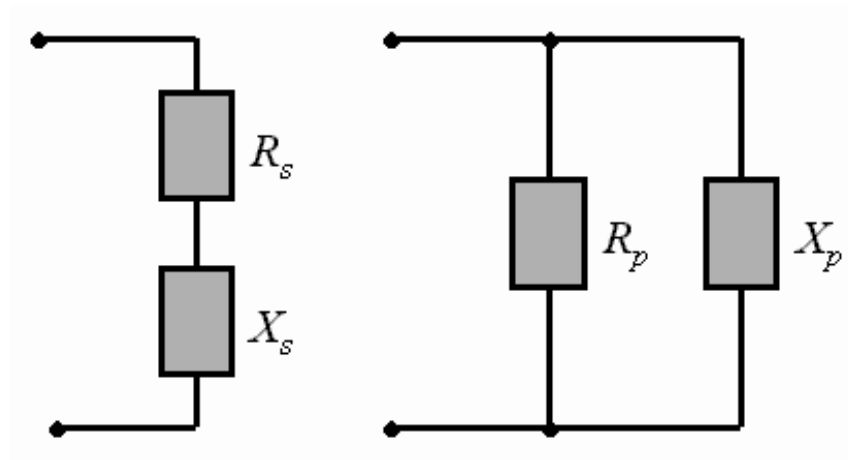
$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R_s + jX_s} = \frac{R_s - jX_s}{R_s^2 + X_s^2}$$

$$R_{pe} = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} = R_s (Q_s^2 + 1)$$

$$X_{pe} = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} = X_s \frac{Q_s^2 + 1}{Q_s^2}$$

$$Q_{pe} = \frac{R_{pe}}{X_{pe}} = \frac{R_s Q_s^2}{X_s} = Q_s$$

# RESUMEN CONVERSION PARALELO-SERIE:



Circuito paralelo equivalente a red serie:

$$Q_s = \frac{X_s}{R_s} = Q_{pe}$$

Si  $Q \leq 10$ :

$$R_{pe} = R_s (Q_s^2 + 1)$$

$$X_{pe} = X_s \frac{Q_s^2 + 1}{Q_s^2}$$

Si  $Q > 10$ :

$$R_{pe} = R_s Q_s^2$$

$$X_{pe} = X_s$$

Circuito serie equivalente a red paralelo:

$$Q_p = \frac{R_p}{X_p} = Q_{se}$$

Si  $Q \leq 10$ :

$$R_{se} = R_p / (Q_p^2 + 1)$$

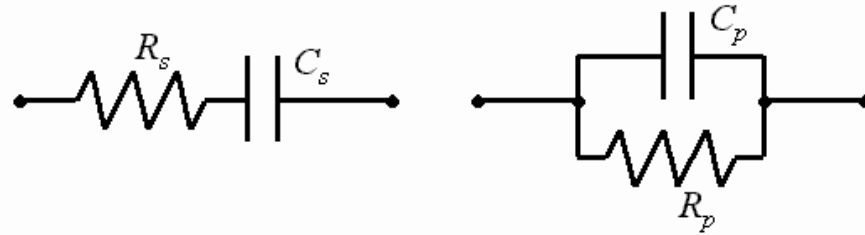
$$X_{se} = X_p \frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1}$$

Si  $Q > 10$ :

$$R_{se} = R_p / Q_p^2$$

$$X_{se} = X_p$$

# RESUMEN CONVERSION PARALELO-SERIE PARA REDES $RC$ :



$$X_s = \frac{1}{\omega C_s} \quad Q_s = \frac{1}{\omega C_s R_s}$$

Circuito paralelo equivalente a red serie:

$$Q_{pe} = Q_s$$

Si  $Q \leq 10$ :

$$R_{pe} = R_s (Q_s^2 + 1)$$

$$C_{pe} = C_s \frac{Q_s^2}{Q_s^2 + 1}$$

Si  $Q > 10$ :

$$R_{pe} = R_s Q_s^2$$

$$C_{pe} = C_s$$

$$X_p = \frac{1}{\omega C_p} \quad Q_p = \omega C_p R_s$$

Circuito serie equivalente a red paralelo:

$$Q_{se} = Q_p$$

Si  $Q \leq 10$ :

$$R_{se} = R_p / (Q_p^2 + 1)$$

$$C_{se} = C_p \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2}$$

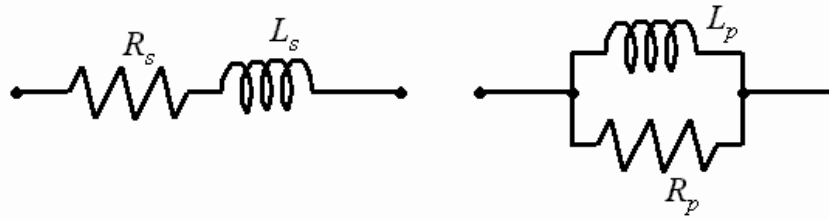
Si  $Q > 10$ :

$$R_{se} = R_p / Q_p^2$$

$$C_{se} = C_p$$

Ojo: la conversión depende de la frecuencia ( $Q$  depende de  $\omega$ )

# RESUMEN CONVERSION PARALELO-SERIE PARA REDES $RL$ :



$$X_s = \omega L_s \quad Q_s = \frac{\omega L_s}{R_s}$$

Circuito paralelo equivalente a red serie:

$$Q_{pe} = Q_s$$

Si  $Q \leq 10$ :

$$R_{pe} = R_s (Q_s^2 + 1)$$

$$L_{pe} = L_s \frac{Q_s^2 + 1}{Q_s^2}$$

Si  $Q > 10$ :

$$R_{pe} = R_s Q_s^2$$

$$L_{pe} = L_s$$

$$X_p = \omega L_p \quad Q_p = \frac{R_p}{\omega L_p}$$

Circuito serie equivalente a red paralelo:

$$Q_{se} = Q_p$$

Si  $Q \leq 10$ :

$$R_{se} = R_p / (Q_p^2 + 1)$$

$$L_{se} = L_p \frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1}$$

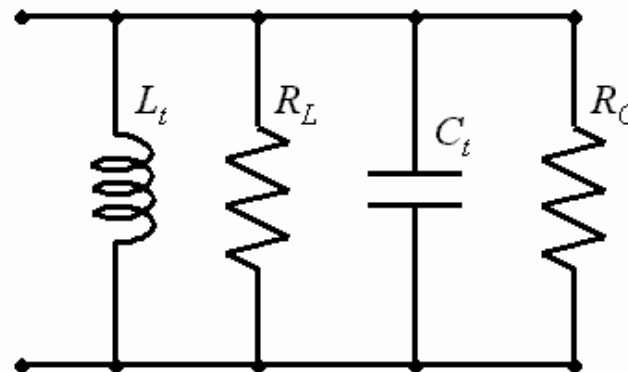
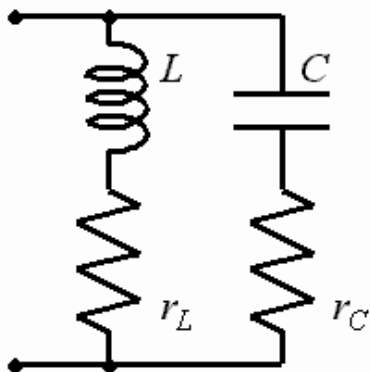
Si  $Q > 10$ :

$$R_{se} = R_p / Q_p^2$$

$$L_{se} = L_p$$

Ojo: la conversión depende de la frecuencia ( $Q$  depende de  $\omega$ )

# EJEMPLO: $L||C$ CON RESISTENCIAS SERIE $r_L$ Y $r_C$



$$Q_L = \frac{\omega L}{r_L}$$

$$Q_C = \frac{1}{\omega C r_C}$$

$$R_L = r_L (Q_L^2 + 1)$$

$$L_t = L \frac{Q_L^2 + 1}{Q_L^2}$$

$$R_C = r_C (Q_C^2 + 1)$$

$$C_t = C \frac{Q_C^2}{Q_C^2 + 1}$$

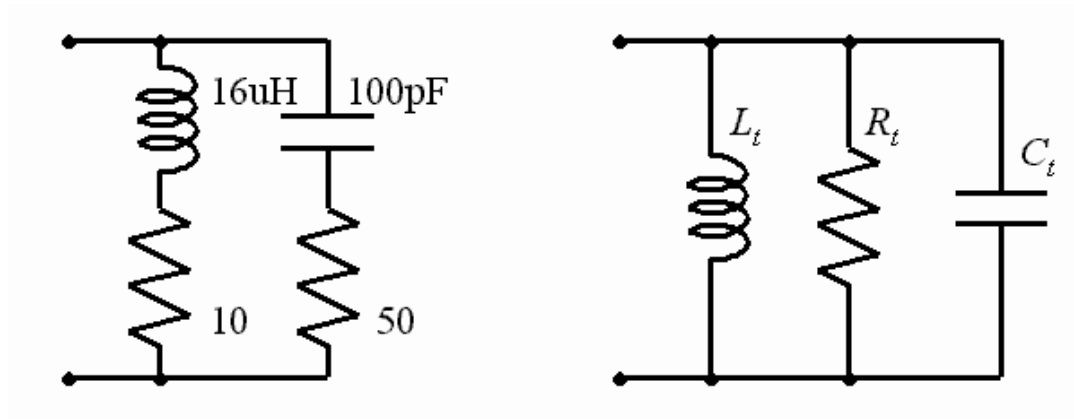
$$R_t = \frac{R_L R_C}{R_L + R_C}$$

$$Q_t = \frac{R_t}{\omega L_t} = \omega C_t R_t$$

$$\omega_0 \approx \sqrt{\frac{1}{L_t C_t}}$$

$$B \approx \frac{f_0}{Q_t}$$

## EJEMPLO: Analizar la red RLC de la figura



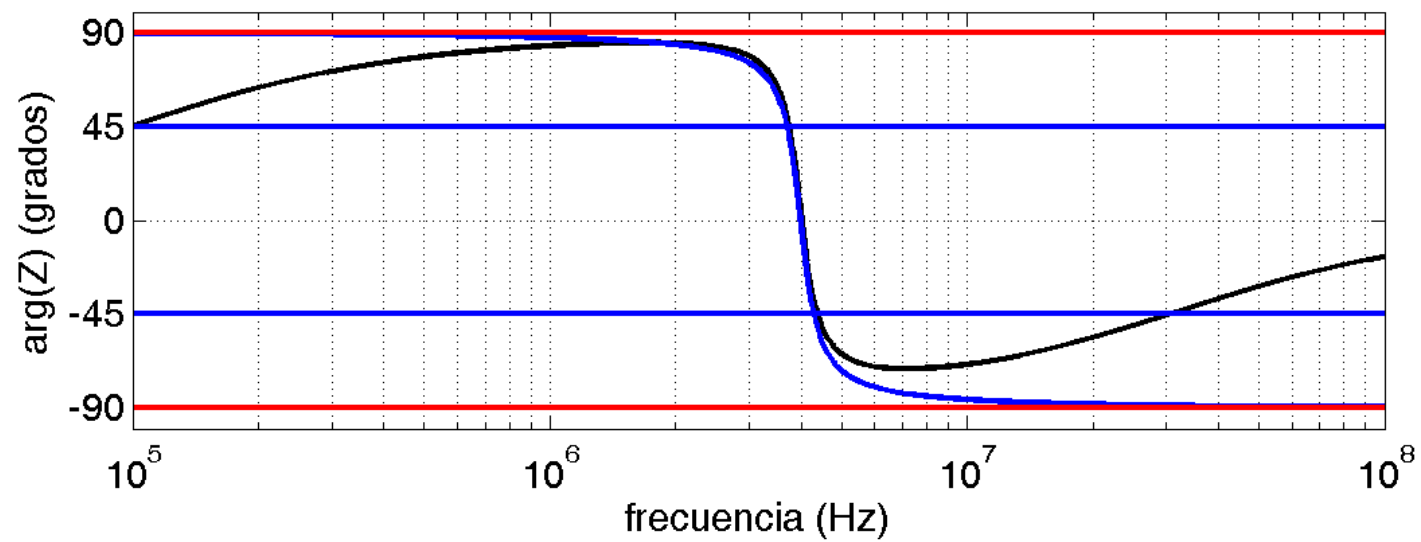
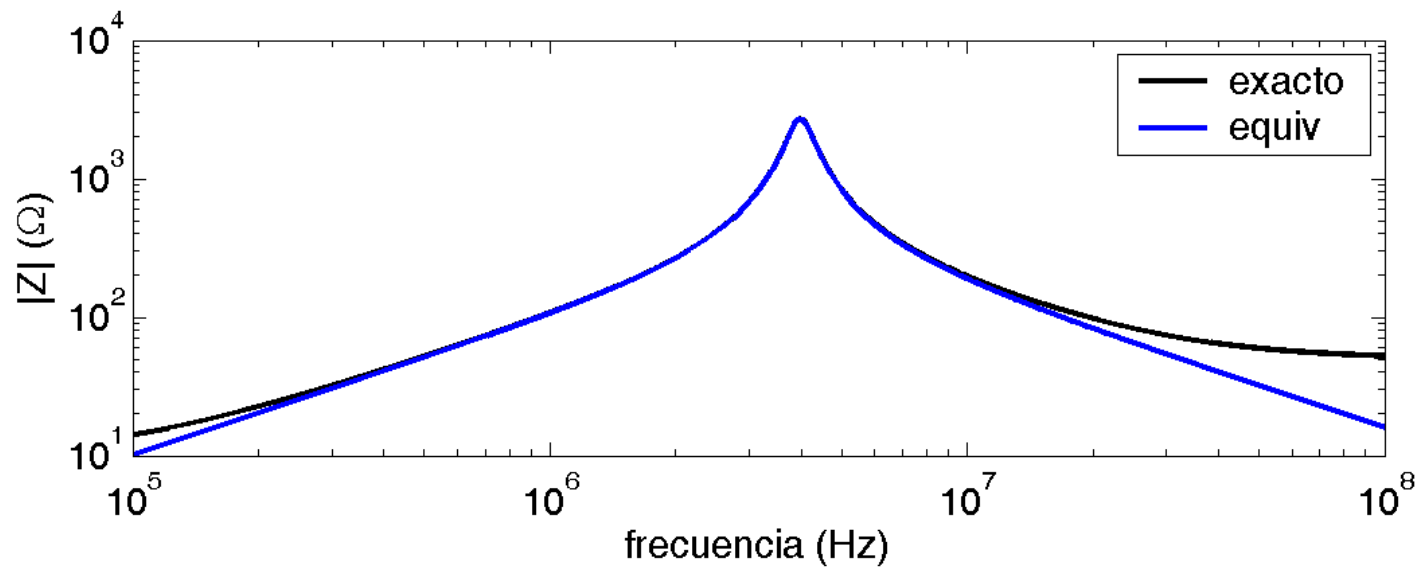
$$\omega_0 \approx \sqrt{\frac{1}{LC}} = 25,0\text{M rad/s} \quad Q_L = \frac{\omega L}{r_L} = 40 \quad Q_C = \frac{1}{\omega C r_C} = 8$$

$$R_L = r_L Q_L^2 = 16\text{k}\Omega \quad L_t = L = 16\mu\text{H}$$

$$R_C = r_C (Q_C^2 + 1) = 3,25\text{k}\Omega \quad C_t = C \frac{Q_c^2}{Q_c^2 + 1} = 98\text{pF}$$

$$\omega_0 \approx \sqrt{\frac{1}{L_t C_t}} = 25,25\text{M rad/s} \quad f_0 = 4,02\text{MHz}$$

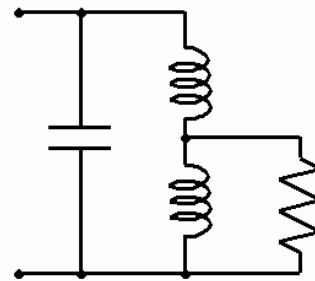
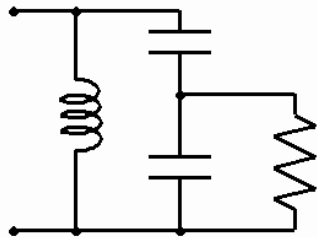
$$R_t = 2,70\text{k}\Omega \quad Q_t = \frac{R_t}{\omega_0 L_t} = 6,68 \quad B = 601\text{kHz}$$



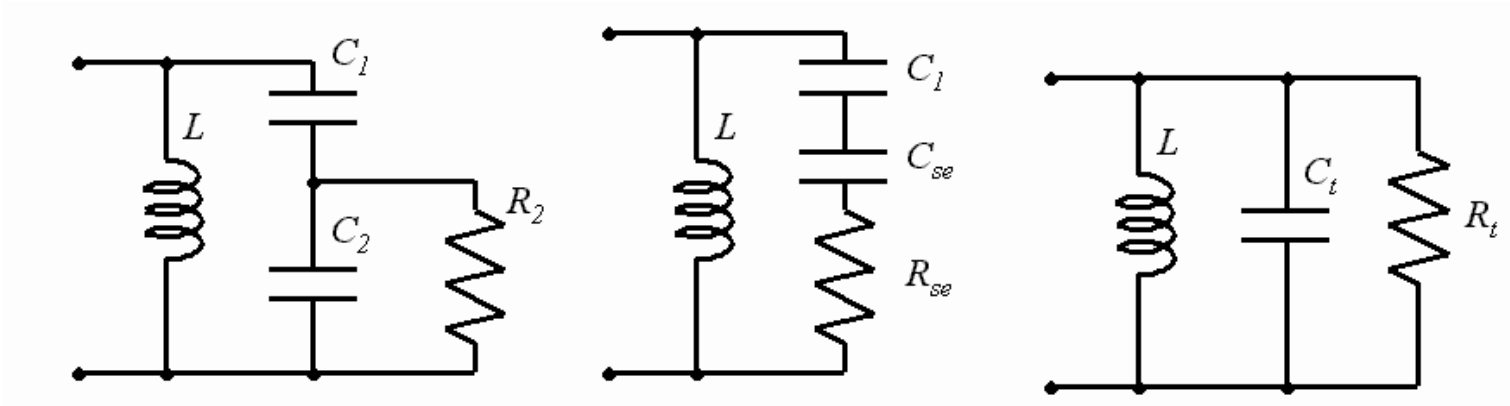


## 3.7.- CIRCUITOS RESONANTES CON DERIVACIÓN

- Circuitos  $RL||C$  y  $RC||L$  interesantes (transforman impedancias)
- Sin embargo, una vez establecidos  $R$ ,  $R_L$  y  $\omega_0$ , los valores  $Q$  y  $B$  quedan fijados
- Sería conveniente añadir un grado de libertad que permita también establecer el ancho de banda  $B$  (o el factor de calidad  $Q$ )
- Solución: circuitos resonantes con derivación (o “pinchados”)
  - circuito con condensador pinchado (tapped capacitor)
  - circuito con bobina pinchada (tapped inductor)
- Son circuitos más flexibles, pero también más complejos (análisis exacto complicado)
- Por otra parte, elegir valores exactos de  $L$  y  $C$  va a ser imposible (valores disponibles, tolerancias, etc.)
- Puesto que queremos controlar  $B$ , se supone que queremos diseñar circuitos de banda estrecha ( $Q$  alto); si  $Q > 10$  podemos usar expresiones aproximadas



## CIRCUITO “TAPPED CAPACITOR”:



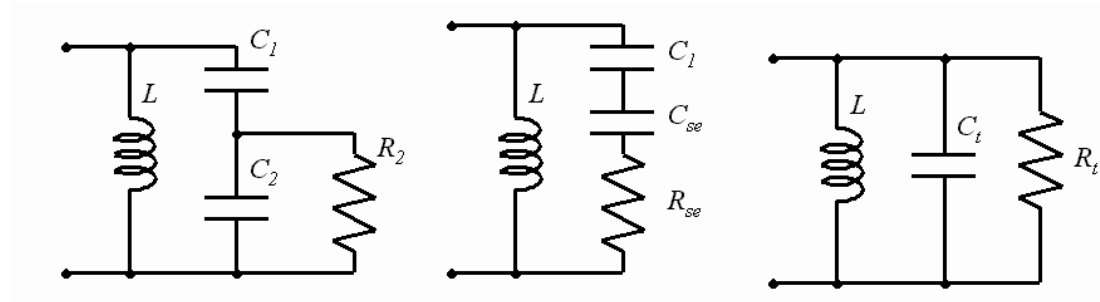
- Análisis del circuito:
  - Conversión paralelo-serie de  $C_2$  y  $R_2$  a  $C_{se}$  y  $R_{se}$  (factor de calidad  $Q_p = \omega_0 C_2 R_2$ )
  - Agrupación de  $C_{se}$  y  $C_1$  en serie ( $C'$ )
  - Conversión serie-paralelo de  $C'$  y  $R_{se}$  a  $C_t$  y  $R_t$  (factor de calidad  $Q_t = \omega_0 C_t R_t$ )
- Diseño de la red tapped capacitor: dados  $R_2$ ,  $R_t$ ,  $f_0$  y  $B$ , hay que calcular  $L$ ,  $C_1$  y  $C_2$ :

$$Q_t = \frac{f_0}{B} \quad C_t = \frac{Q_t}{\omega_0 R_t} \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C_t} \quad C' = \frac{Q_t^2 + 1}{Q_t^2} C_t$$

$$R_{se} = \frac{R_t}{Q_t^2 + 1} = \frac{R_2}{Q_p^2 + 1} \quad N \equiv \sqrt{\frac{R_t}{R_2}} \quad Q_p = \sqrt{\frac{Q_t^2 + 1}{N^2} - 1}$$

$$C_2 = \frac{Q_p}{\omega_0 R_2} \quad C_{se} = \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2} C_2 \quad C_1 = \frac{C_{se} C'}{C_{se} - C'}$$

## EJEMPLO DE CIRCUITO “TAPPED CAPACITOR”:



- Queremos diseñar un circuito que transforme una impedancia de  $100\ \Omega$  en  $8100\ \Omega$  a la frecuencia de  $1.5\ \text{MHz}$ , con un ancho de banda de  $100\ \text{kHz}$

$$R_2 = 100\ \Omega \quad R_t = 8100\ \Omega \quad f_0 = 1,5 \cdot 10^6\ \text{Hz} \quad B = 10^5\ \text{Hz}$$

$$L? \quad C_1? \quad C_2?$$

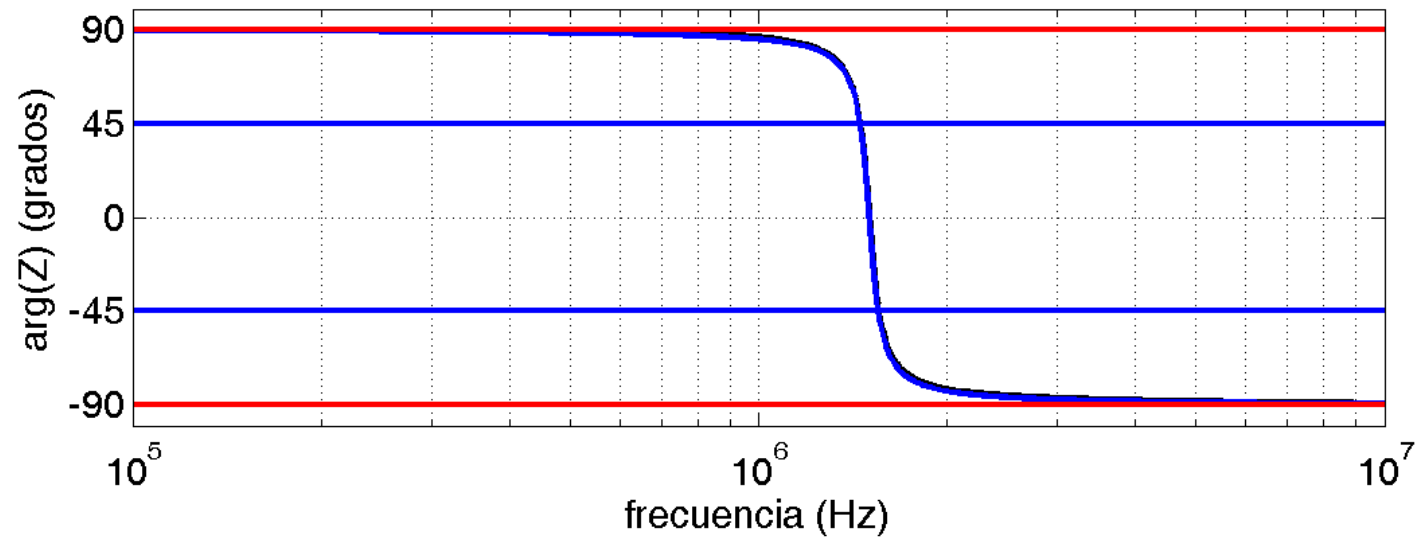
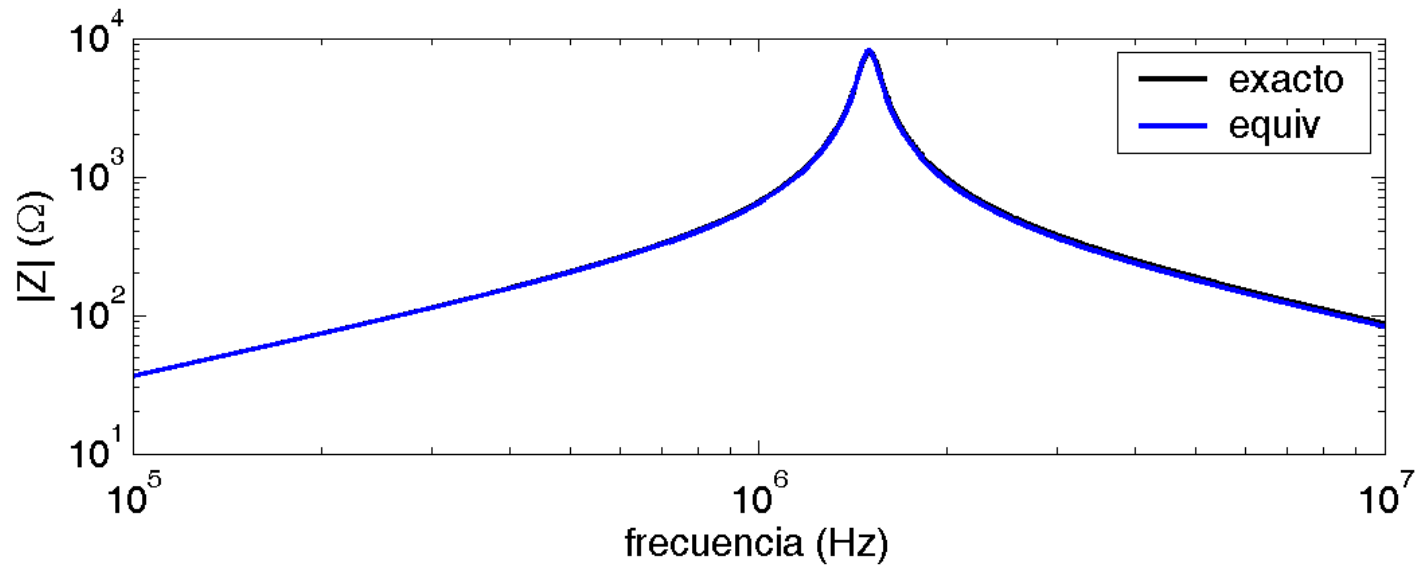
- Diseño:

$$Q_t = \frac{f_0}{B} = 15 \quad C_t = C' = \frac{Q_t}{\omega_0 R_t} = 196,5\ \text{pF} \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C_t} = 57,3\ \mu\text{H}$$

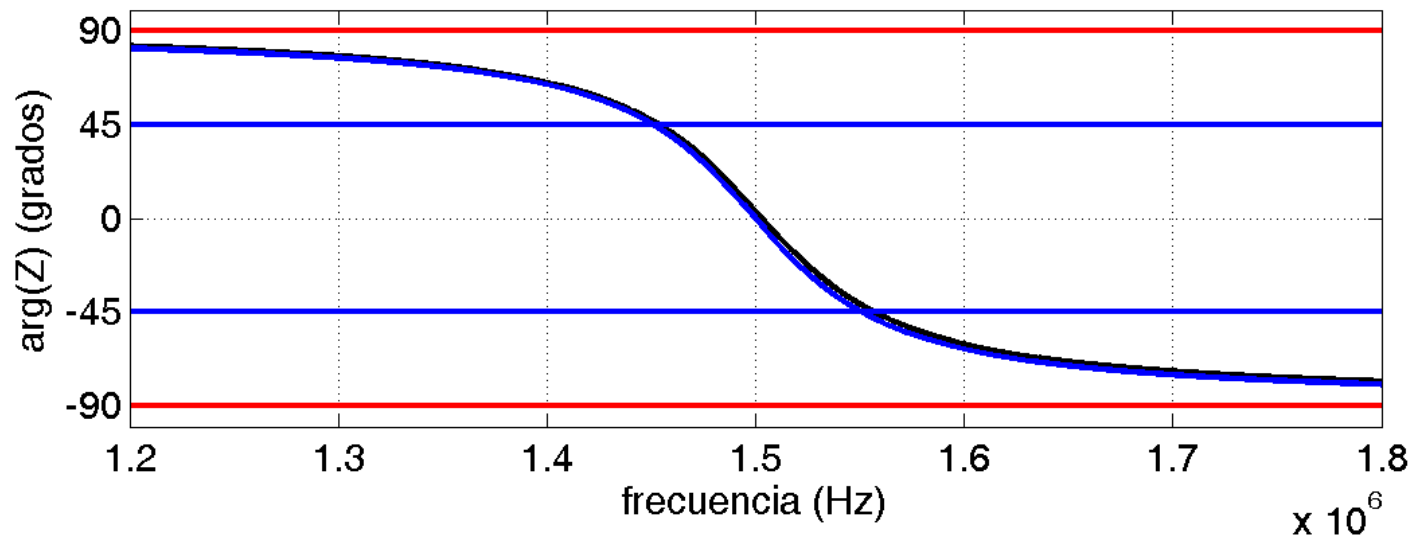
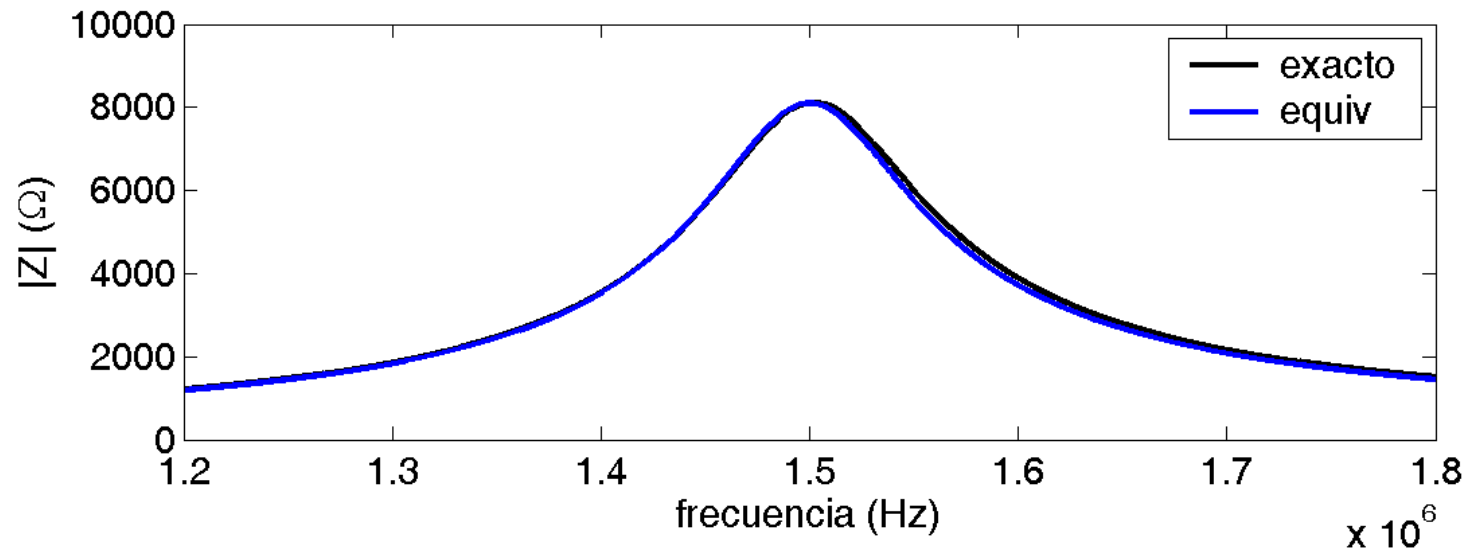
$$N = \sqrt{\frac{R_t}{R_2}} = 9 \quad Q_p = \sqrt{\frac{Q_t^2}{N^2} - 1} = 1,333$$

$$C_2 = \frac{Q_p}{\omega_0 R_2} = 1,414\ \text{nF} \quad C_{se} = \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2} C_2 = 2,210\ \text{nF} \quad C_1 = \frac{C_{se} C_t}{C_{se} - C_t} = 215,7\ \text{pF}$$

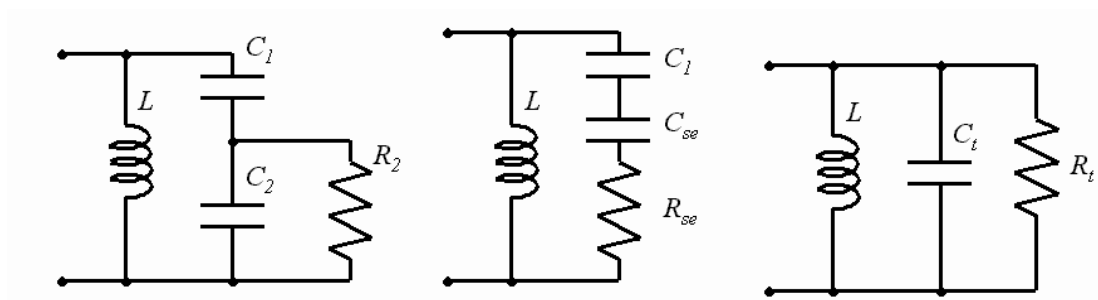
# Impedancia del circuito tapped capacitor del ejemplo



# Impedancia del circuito tapped capacitor (detalle)



Diseño para  $Q_t > 10$  y  $Q_p > 10$ :



- Si  $Q_t$  y  $Q_p$  son grandes, se pueden hacer aproximaciones:

$$Q_t = \frac{f_0}{B} \quad C_t = \frac{Q_t}{\omega_0 R_t} \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C_t} \quad N \equiv \sqrt{\frac{R_t}{R_2}}$$

$$C' = \frac{Q_t^2 + 1}{Q_t^2} C_t \approx C_t \quad Q_p = \sqrt{\frac{Q_t^2 + 1}{N^2} - 1} \approx \frac{Q_t}{N}$$

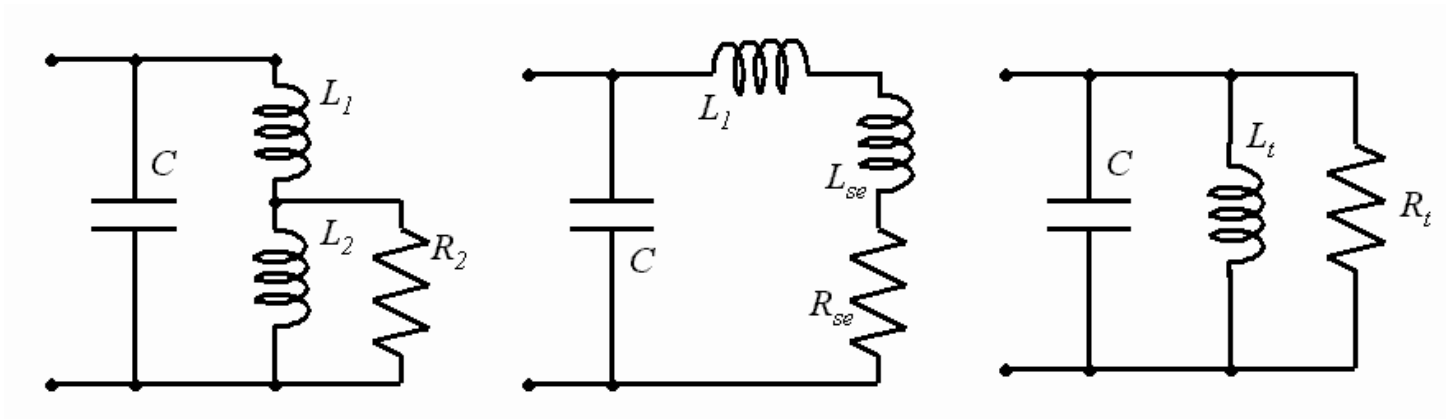
$$C_2 = \frac{Q_p}{\omega_0 R_2} \approx \frac{Q_t/N}{\omega_0 R_t/N^2} = N C_t \quad C_{se} = \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2} C_2 \approx C_2 \quad C_1 \approx \frac{C_2 C_t}{C_2 - C_t} \approx \frac{N}{N-1} C_t$$

- Resumiendo: para  $Q_t > 10$  y  $Q_p > 10$ :

$$Q_t = \frac{f_0}{B} \quad C_t = \frac{Q_t}{\omega_0 R_t} \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C_t} \quad N \equiv \sqrt{\frac{R_t}{R_2}}$$

$$Q_p \approx \frac{Q_t}{N} \quad C_2 \approx N C_t \quad C_1 \approx \frac{N}{N-1} C_t$$

# CIRCUITO “TAPPED INDUCTOR”:



- Análisis del circuito:
  - Conversión paralelo-serie de  $L_2$  y  $R_2$  a  $L_{se}$  y  $R_{se}$  (factor de calidad  $Q_p = R_2/(\omega_0 L_2)$ )
  - Agrupación de  $L_{se}$  y  $L_1$  en serie ( $L'$ )
  - Conversión serie-paralelo de  $L'$  y  $R_{se}$  a  $L_t$  y  $R_t$  (factor de calidad  $Q_t = R_t/(\omega_0 L')$ )
- Diseño de la red tapped inductor: dados  $R_2$ ,  $R_t$ ,  $f_0$  y  $B$ , hay que calcular  $C$ ,  $L_1$  y  $L_2$ :

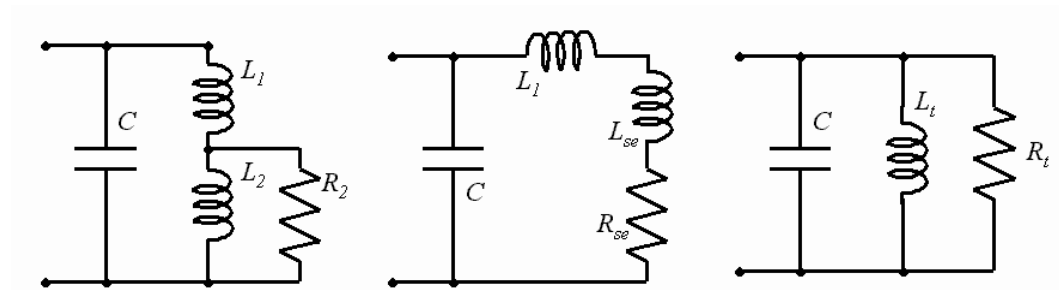
$$Q_t = \frac{f_0}{B} \quad L_t = \frac{R_t}{\omega_0 Q_t} \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L_t} \quad L' = \frac{Q_t^2}{Q_t^2 + 1} L_t$$

$$R_{se} = \frac{R_t}{Q_t^2 + 1} = \frac{R_2}{Q_p^2 + 1} \quad N \equiv \sqrt{\frac{R_t}{R_2}} \quad Q_p = \sqrt{\frac{Q_t^2 + 1}{N^2} - 1}$$

$$L_2 = \frac{R_2}{\omega_0 Q_p} \quad L_{se} = \frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1} L_2 \quad L_1 = L' - L_{se}$$

- Si  $Q_p > 10$ :  $Q_p \approx Q_t/N$      $L_2 \approx L_t/N$      $L_1 \approx L_t(N - 1)/N$

## EJEMPLO DE CIRCUITO “TAPPED INDUCTOR”:



- Queremos diseñar un circuito que transforme una impedancia de  $1\text{ k}\Omega$  en  $10\text{ k}\Omega$  a la frecuencia de  $10.7\text{ MHz}$ , con un ancho de banda de  $200\text{ kHz}$

$$R_2 = 1\text{ k}\Omega \quad R_t = 10\text{ k}\Omega \quad f_0 = 10,7 \cdot 10^6\text{ Hz} \quad B = 2 \cdot 10^5\text{ Hz} \quad C? \quad L_1? \quad L_2?$$

- Diseño:

$$Q_t = \frac{f_0}{B} = 53,5 \quad L_t = L' = \frac{R_t}{\omega_0 Q_t} = 2,7802\mu\text{H} \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L_t} = 79,579\text{ pF} \quad N = \sqrt{\frac{R_t}{R_2}} = 3,1623$$

$$Q_p = \sqrt{\frac{Q_t^2}{N^2} - 1} = 16,888 \quad L_2 = \frac{R_2}{\omega_0 Q_p} = 880,76\text{ nH}$$

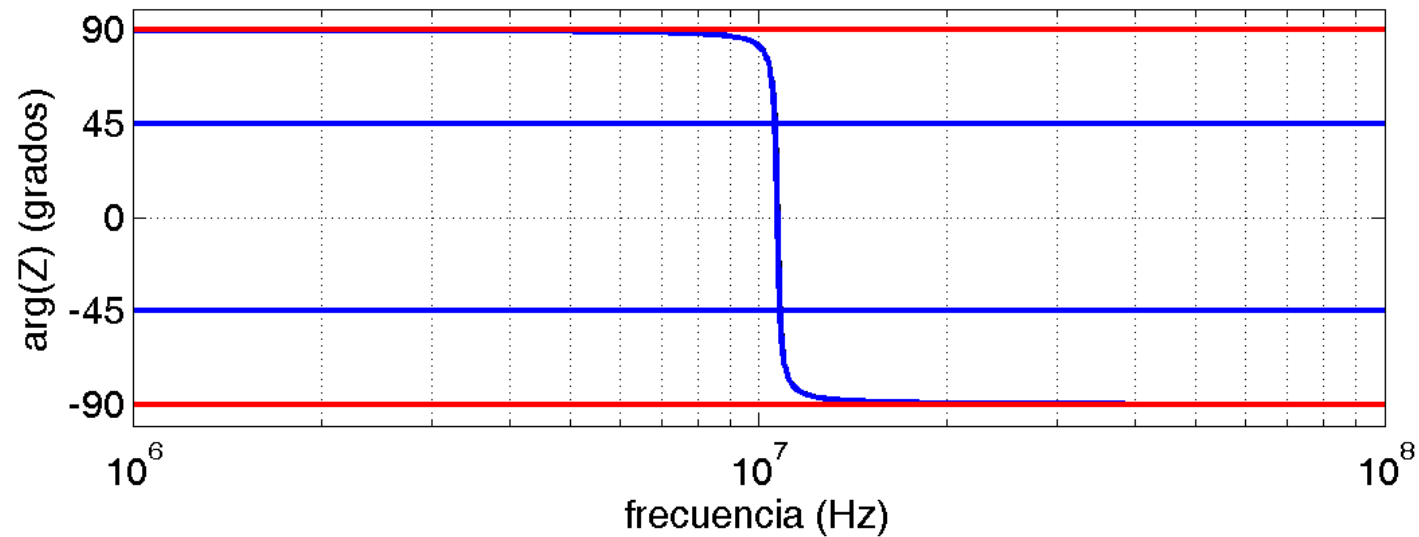
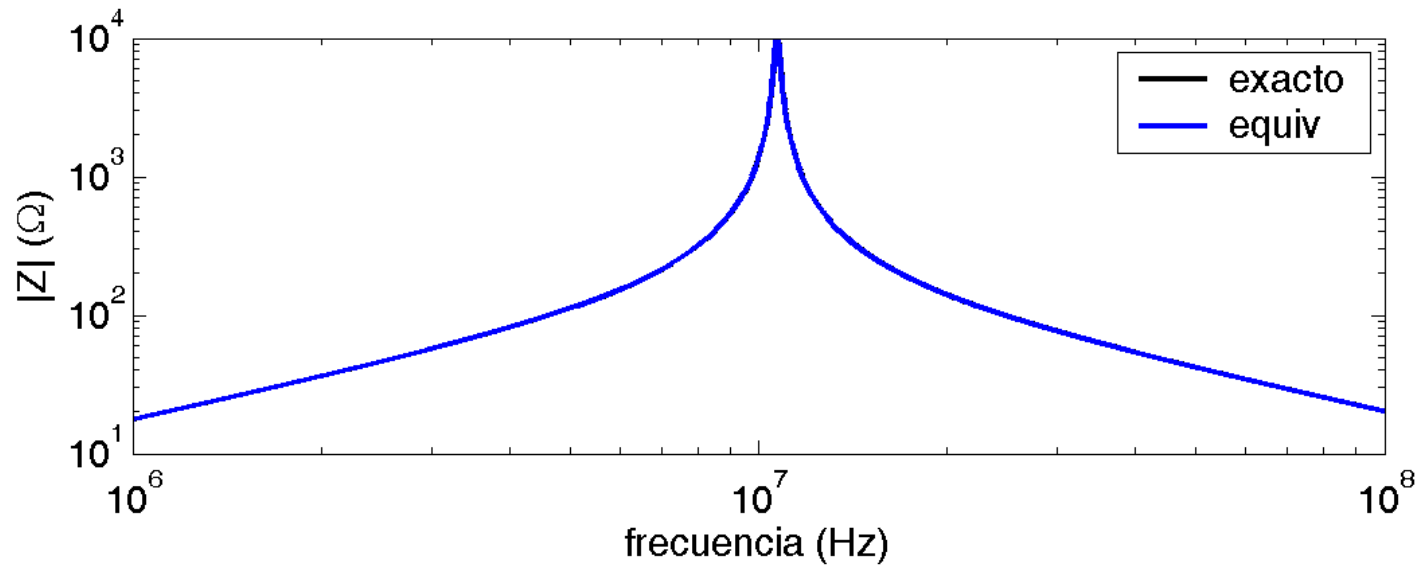
$$L_{se} = \frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1} L_2 = 877,68\text{ nH} \quad L_1 = L_t - L_{se} = 1,9025\mu\text{H}$$

- Diseño aproximado ( $Q_p > 10$ ):

$$Q_p \approx \frac{Q_t}{N} = 16,918 > 10 \quad L_2 \approx \frac{L_t}{N} = 879,17\text{ nH} \quad L_1 \approx \frac{N-1}{N} L_t = 1,9010\mu\text{H}$$



# Impedancia del circuito tapped inductor del ejemplo



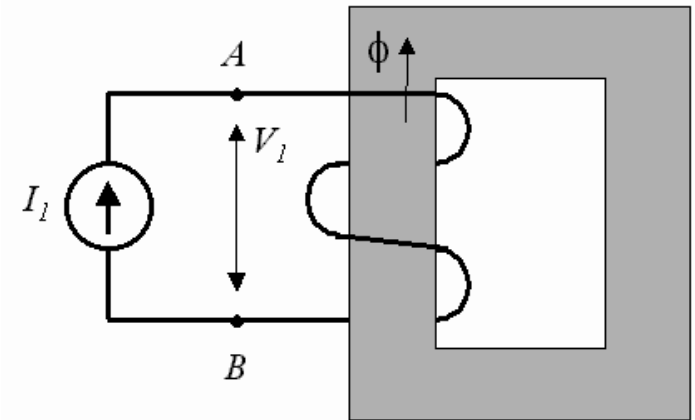
## 3.8.- TRANSFORMADORES

### BOBINA SIMPLE EN TOROIDE DE FERRITA

- Supongamos una bobina enrollada sobre un núcleo de ferrita toroidal, conectada a una fuente de corriente que proporciona  $I_1$
- El flujo magnético  $\phi_1$  inducido por  $I_1$  es:

$$\phi = K N_1 I_1$$

donde  $K$  es una constante que depende de las dimensiones y características de la bobina y  $N_1$  el número de vueltas



- El flujo inducido da lugar a una diferencia de potencial  $V_1$  (ley de Faraday):

$$V_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt}$$

- Sustituyendo  $\phi_1$  por su valor, se obtiene la relación entre  $I_1$  y  $V_1$  para la bobina:

$$V_1 = K N_1^2 \frac{dI_1}{dt} = L_1 \frac{dI_1}{dt}$$

donde podemos identificar el coeficiente de autoinducción:

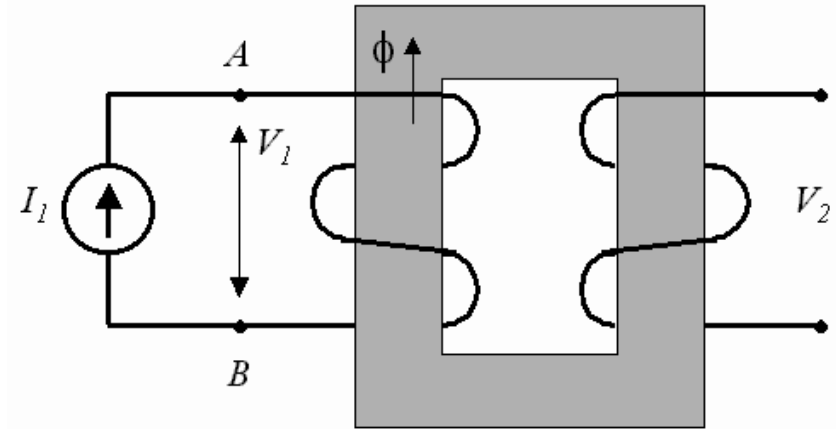
$$L_1 = K N_1^2$$

# TRANSFORMADOR CON SECUNDARIO ABIERTO

- Supongamos una segunda bobina enrollada sobre el núcleo de ferrita toroidal
- El flujo magnético  $\phi_2$  en el secundario es:

$$\phi_2 = k\phi_1$$

donde  $k$  es el *coeficiente de acoplamiento* entre el primario y el secundario ( $0 < k < 1$ )



- La diferencia de potencial  $V_2$  debida al flujo  $\phi_2$  es:

$$V_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 k \frac{d\phi_1}{dt} = k \frac{N_2}{N_1} V_1$$

y definiendo la *razón de vueltas* como  $n \equiv N_1/N_2$ , queda:

$$\frac{V_2}{V_1} = k \frac{N_2}{N_1} = \frac{k}{n}$$

- La relación entre  $I_1$  y  $V_2$  viene dada por:

$$V_2 = k \frac{N_2}{N_1} V_1 = k K N_2 N_1 \frac{dI_1}{dt} = M \frac{dI_1}{dt}$$

donde hemos definido la *inductancia mutua*  $M$  como:

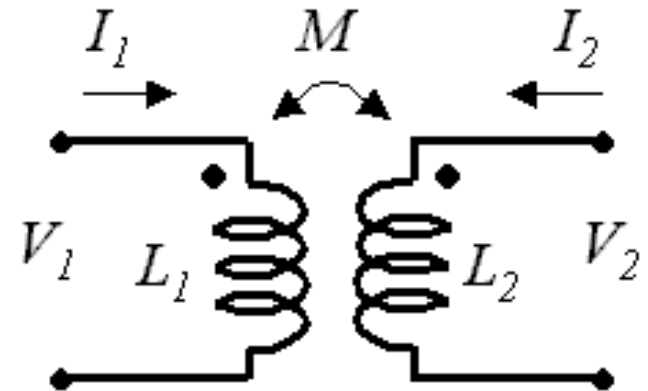
$$M \equiv k N_1 N_2 K = k \frac{L_1}{n}$$

# TENSIONES Y CORRIENTES EN PRIMARIO Y SECUNDARIO

En general, tanto  $I_1$  como  $I_2$  contribuyen a  $V_1$  (a través de  $L_1$  y  $M$ , respectivamente), y también a  $V_2$  (a través de  $M$  y  $L_2$ , respectivamente):

$$V_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt}$$

$$V_2 = M \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt}$$



$$L_1 = K N_1^2$$

$$L_2 = k N_2^2 = \frac{L_1}{n^2}$$

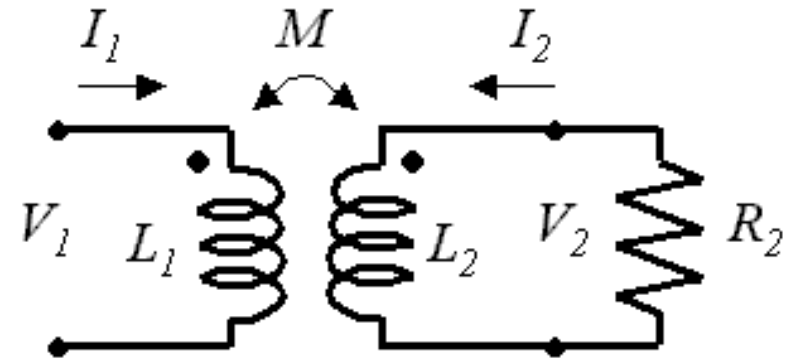
$$M = k N_1 N_2 K = k \sqrt{L_1 L_2} = k \frac{L_1}{n}$$

# TRANSFORMADOR IDEAL CON RESISTENCIA EN EL SECUNDARIO

$$V_2 = -I_2 R_2 \quad \Leftrightarrow \quad M \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_2 I_2 = 0$$

Si  $Q$  es grande (podemos despreciar  $R_2 I_2$ ):

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{L_2}{M} = -\frac{K N_2^2}{k K N_1 N_2} = -\frac{1}{kn}$$



Transformación de tensiones y corrientes:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n}{k} \quad \frac{I_1}{I_2} = -\frac{1}{kn}$$

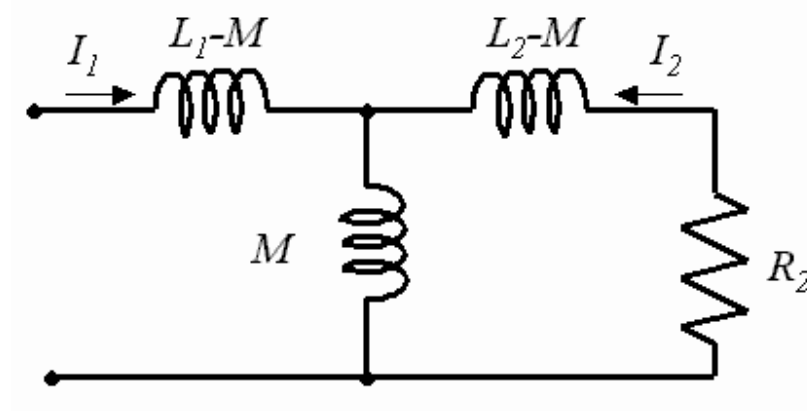
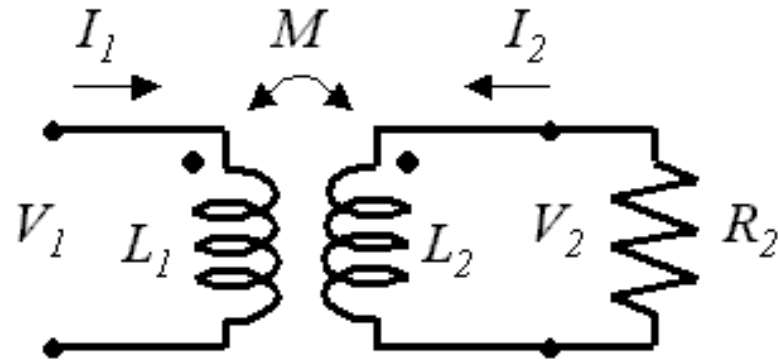
Transformación de impedancias:

$$R_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{\frac{n}{k} V_2}{-\frac{1}{kn} I_2} = n^2 R_2 \quad R_{out} = \frac{-V_2}{I_2} = \frac{-\frac{k}{n} V_1}{-kn I_1} = \frac{R_s}{n^2}$$

# MODELO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR

$$V_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt}$$

$$V_2 = M \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt}$$



Impedancia del circuito:

$$\begin{aligned} Z_t(j\omega) &= \frac{(R_2 + j\omega(L_2 - M))j\omega M}{R_2 + j\omega(L_2 - M) + j\omega M} + j\omega(L_1 - M) = \frac{(R_2 + j\omega L_2)j\omega M + \omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2} + j\omega L_1 - j\omega M = \\ &= j\omega M + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2} + j\omega L_1 - j\omega M = \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2} + j\omega L_1 \end{aligned}$$

- Impedancia del modelo equivalente:

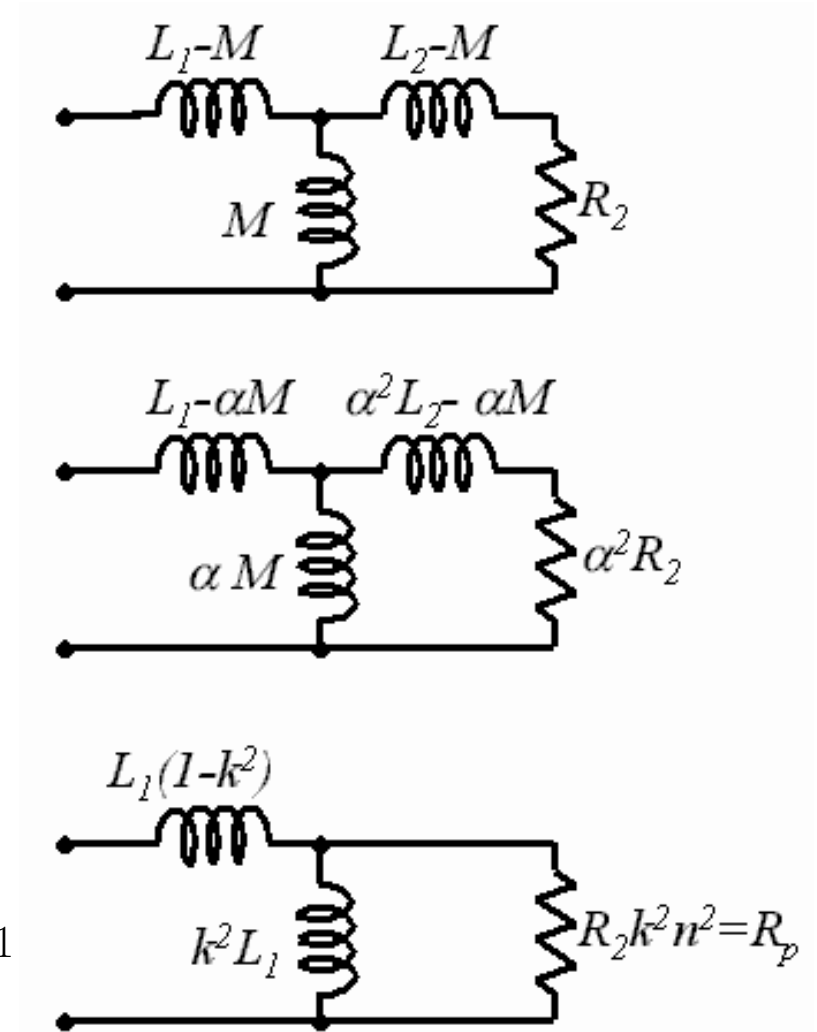
$$Z_t(j\omega) = \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2} + j\omega L_1$$

- Si sustituimos  $M$  por  $\alpha M$ ,  $L_2$  por  $\alpha^2 L_2$  y  $R_2$  por  $\alpha^2 R_2$ , la impedancia no varía (para cualquier valor de  $\alpha$ )
- Para el  $\alpha$  particular que cumple:

$$\alpha^2 L_2 - \alpha M = 0$$

nos queda:

$$\alpha = \frac{M}{L_2} = \frac{kL_1/n}{L_1/n^2} = kn \quad \alpha M = \frac{M^2}{L_2} = k^2 L_1$$



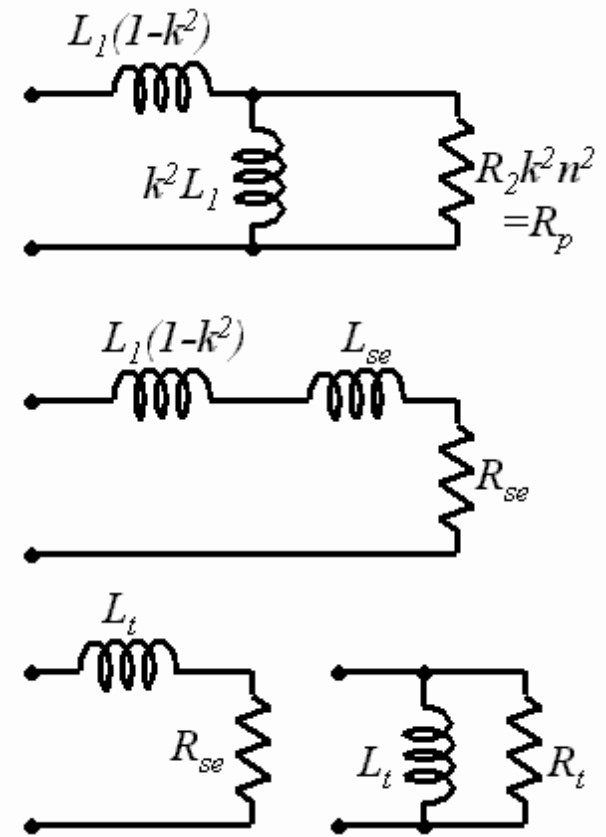
- Conversión paralelo a serie:

$$Q_p = \frac{R_p}{\omega k^2 L_1} = \frac{n^2 R_2}{\omega L_1}$$

$$R_{se} = R_p \frac{1}{Q_p^2 + 1} = \frac{k^2 n^2 R_2}{Q_p^2 + 1}$$

$$L_{se} = L_1 k^2 \frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1}$$

$$L_t = (1 - k^2)L_1 + L_{se} = L_1 \frac{Q_p^2 + 1 - k^2}{Q_p^2 + 1}$$



- Conversión serie a paralelo:

$$Q_t = \frac{\omega L_t}{R_{se}} \quad (Q_t > 10) \quad R_t \approx Q_t^2 R_{se}$$

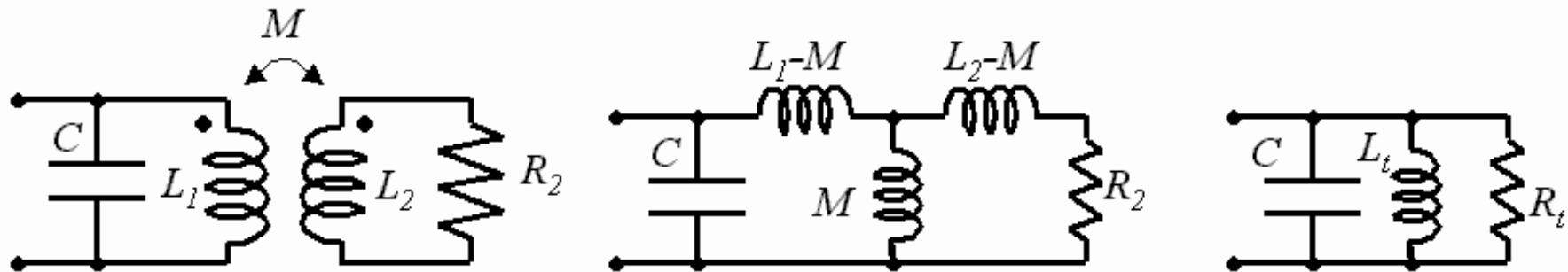
- Otras fórmulas (útiles para diseño):

$$Q_t = \frac{\omega L_t}{R_{se}} = \frac{\omega L_1 (Q_p^2 + 1 - k^2) / (Q_p^2 + 1)}{k^2 n^2 R_2 / (Q_p^2 + 1)} = \frac{\omega L_1 (Q_p^2 + 1 - k^2)}{k^2 n^2 \omega L_1 Q_p / n^2} = \frac{Q_p^2 + 1 - k^2}{Q_p k^2}$$

$$k^2 = \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p Q_t + 1} \quad Q_p = Q_t \left( \frac{k^2}{2} + \sqrt{\frac{k^4}{4} + \frac{k^2 - 1}{Q_t^2}} \right) \quad k^2 \geq \frac{2}{Q_t^2} \left( \sqrt{Q_t^2 + 1} - 1 \right) \quad Q_p \geq \frac{\sqrt{Q_t^2 + 1} - 1}{Q_t}$$



# TRANSFORMADOR MONOSINTONIZADO



- Si introducimos un condensador en el primario para sintonizar obtenemos un *transformador monosintonizado*
- Proporciona adaptación de impedancias ( $R_2$  a  $R_t$ )
- Permite ajustar la frecuencia de resonancia  $\omega_0$
- A través de  $Q_t$  permite ajustar el ancho de banda  $B$
- Gracias al transformador, proporciona aislamiento entre los circuitos primario y secundario
- Permite el cambio de polaridad (sentido de bobinado del primario y el secundario)
- Consideraremos  $Q_t > 10$

# DISEÑO DE TRANSFORMADOR MONOSINTONIZADO

- Dadas las especificaciones  $f_0$ ,  $B$ ,  $R_2$ ,  $R_t$  se pide determinar  $C$ ,  $L_1$ ,  $n$  y  $k$
- Sobra un grado de libertad (habrá que fijar algún parámetro de forma arbitraria)
- Diseño: primero calculamos  $Q_t$ ,  $C$  y  $L_t$ :

$$Q_t = \frac{f_0}{B} \quad C = \frac{Q_t}{R_t \omega_0} \quad L_t = \frac{1}{\omega_0^2 C}$$

- Elegimos arbitrariamente  $k$  (entre  $k_{min}$  y 1) o bien elegimos  $Q_p$  (entre  $Q_{p-min}$  y  $Q_t$ )

$$Q_p = Q_t \left( \frac{k^2}{2} + \sqrt{\frac{k^4}{4} + \frac{k^2 - 1}{Q_t^2}} \right) \quad k^2 = \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p Q_t + 1}$$

- Obtenemos  $L_1$  y  $n$ :

$$L_1 = L_t \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2 + 1 - k^2} \quad Q_p = \frac{n^2 R_2}{\omega_0 L_1} \Leftrightarrow n = \sqrt{\frac{Q_p \omega_0 L_1}{R_2}}$$

- El transformador especificado por  $L_1$ ,  $n$  y  $k$  o bien por  $L_1$ ,  $L_2$  y  $M$ :

$$L_2 = \frac{L_1}{n^2} \quad M = k \frac{L_1}{n}$$

## EJEMPLO DE DISEÑO

- Dadas las especificaciones  $f_0 = 3,18$  MHz,  $B = 159$  kHz,  $R_2 = 50\Omega$ ,  $R_t = 2k\Omega$  se pide determinar  $C$ ,  $L_1$ ,  $n$  y  $k$
- Calculamos  $Q_t$ ,  $C$  y  $L_t$ :

$$Q_t = \frac{f_0}{B} = 20 \quad C = \frac{Q_t}{R_t \omega_0} = 500\text{pF} \quad L_t = \frac{1}{\omega_0^2 C} = 5\mu\text{H}$$

- Elegimos arbitrariamente  $Q_p = 3$  (entre  $Q_{p-\min} \approx 1$  y  $Q_t = 20$ ) y calculamos  $k$ :

$$k = \sqrt{\frac{Q_p^2 + 1}{Q_p Q_t + 1}} = 0,405$$

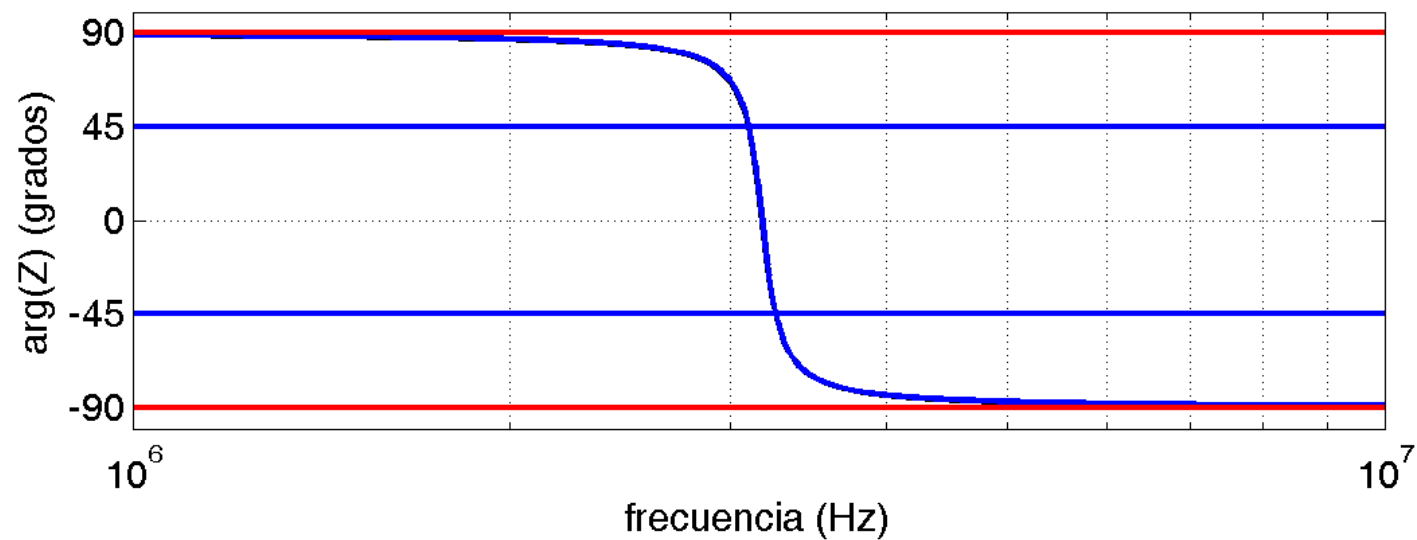
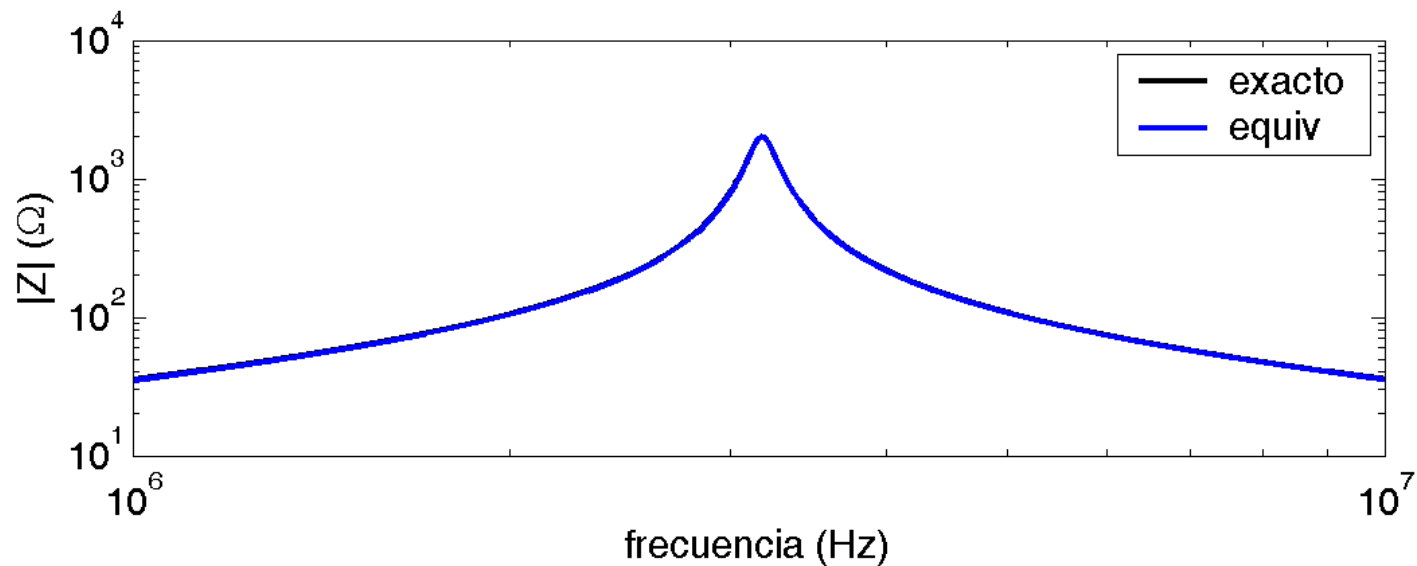
- Obtenemos  $L_1$  y  $n$ :

$$L_1 = L_t \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2 + 1 - k^2} = 5,08\mu\text{H} \quad n = \sqrt{\frac{Q_p \omega_0 L_1}{R_2}} = 2,47$$

- Calculamos  $L_2$  y  $M$ :

$$L_2 = \frac{L_1}{n^2} = 0,833\mu\text{H} \quad M = k \frac{L_1}{n} = 0,833\mu\text{H}$$

# Impedancia del transformador monosintonizado del ejemplo



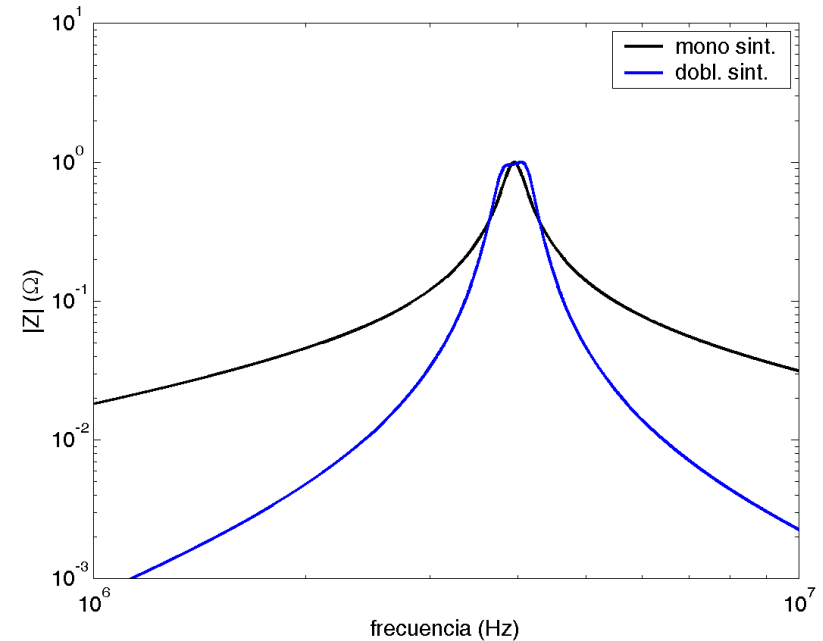
# TRANSFORMADOR DOBLEMENTE SINTONIZADO

Problemas de los circuitos monosintonizados:

- Banda de paso no plana
- Curva de selectividad no adecuada:
  - -20 dB/dec a cada lado del pico

Soluciones:

- Cascada de filtros
- Filtros cerámicos o a cristal
- Filtros de onda acústica de superficie
- Transformador doblemente sintonizado
  - Condensador en el primario
  - Condensador en el secundario
  - Mejor ajuste de respuesta en frecuencia
  - Usado para filtro en IF



# TRANSFORMADOR DOBLEMENTE SINTONIZADO

Suposiciones:

- Primario y secundario idénticos:

$$R_s = R_L \quad C_p = C_s$$

$$L_p = L_s \quad n = 1 \quad M = kL$$

- $Q > 10; f_0 \gg B$

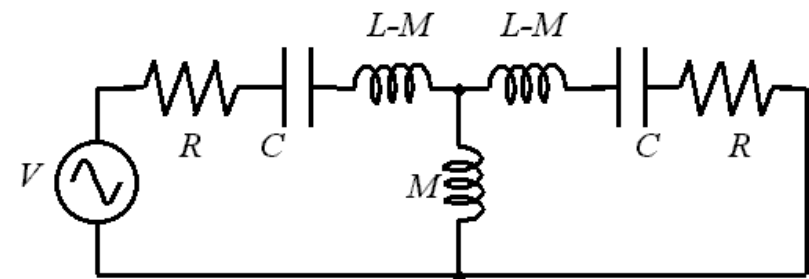
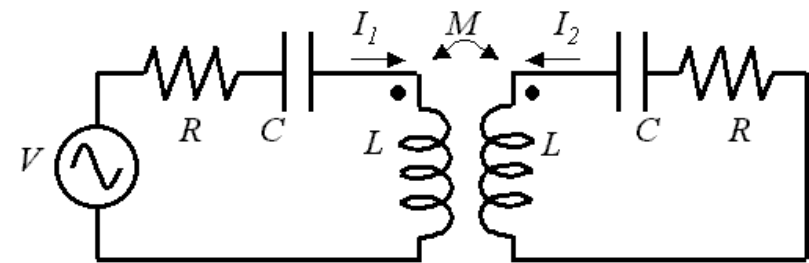
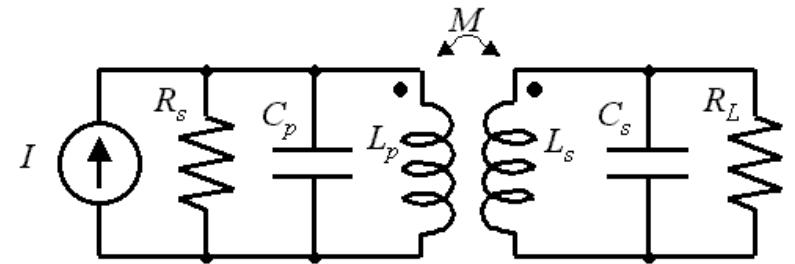
$$X_L = \omega L \quad X_C = 1/\omega C$$

$$V = [R + j(X_L - X_C)] I_1 - jkX_L I_2$$

$$0 = -jkX_L I_1 + [R + j(X_L - X_C)] I_2$$

$$I_1 = V \frac{R + j(X_L - X_C)}{[R + j(X_L - X_C)]^2 + k^2 X_L^2}$$

$$I_2 = V \frac{X_L}{[R + j(X_L - X_C)]^2 + k^2 X_L^2}$$



$$Z_t(j\omega) = \frac{V}{I_1} = R + j(X_L - X_C) - \frac{k^2 X_L^2}{R + j(X_L - X_C)}$$

$$Z_t(j\omega) = R + j(X_L - X_C) + k^2 X_L^2 \frac{R - j(X_L - X_C)}{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Condición de resonancia:

$$X_L = X_C \Leftrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

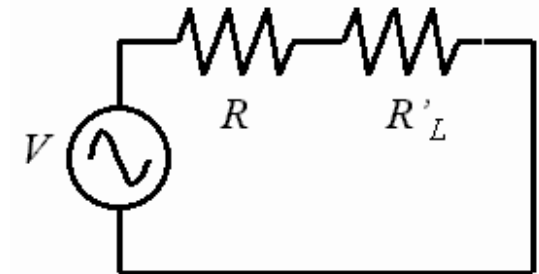
Impedancia a la frecuencia de resonancia:

$$Z_t(j\omega_0) = R + \frac{k^2 X_L^2}{R} = R + \frac{\omega_0^2 k^2 L^2}{R}$$

Máxima transferencia de potencia  $\Rightarrow R'_L = R$ :

$$\frac{\omega_0^2 k^2 L^2}{R} = R \Leftrightarrow k_c = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{1}{Q}$$

Acoplamiento crítico si  $k_c = 1/Q$



- Si  $k \leq k_c$  la impedancia (módulo) presenta un único pico
- Si  $k = k_c$  (acoplamiento crítico) el pico presenta anchura máxima
- Si  $k > k_c$  aparecen dos picos (sobreacoplamiento)
- Hay una caída de 40 dB/déc a ambos lados (doblemente sintonizado)
- Frecuencia de los picos ( $f_a$  y  $f_b$ ) cuando hay sobreacoplamiento:

$$f_b - f_a = \sqrt{k^2 Q^2 - 1} \frac{f_0}{Q}$$

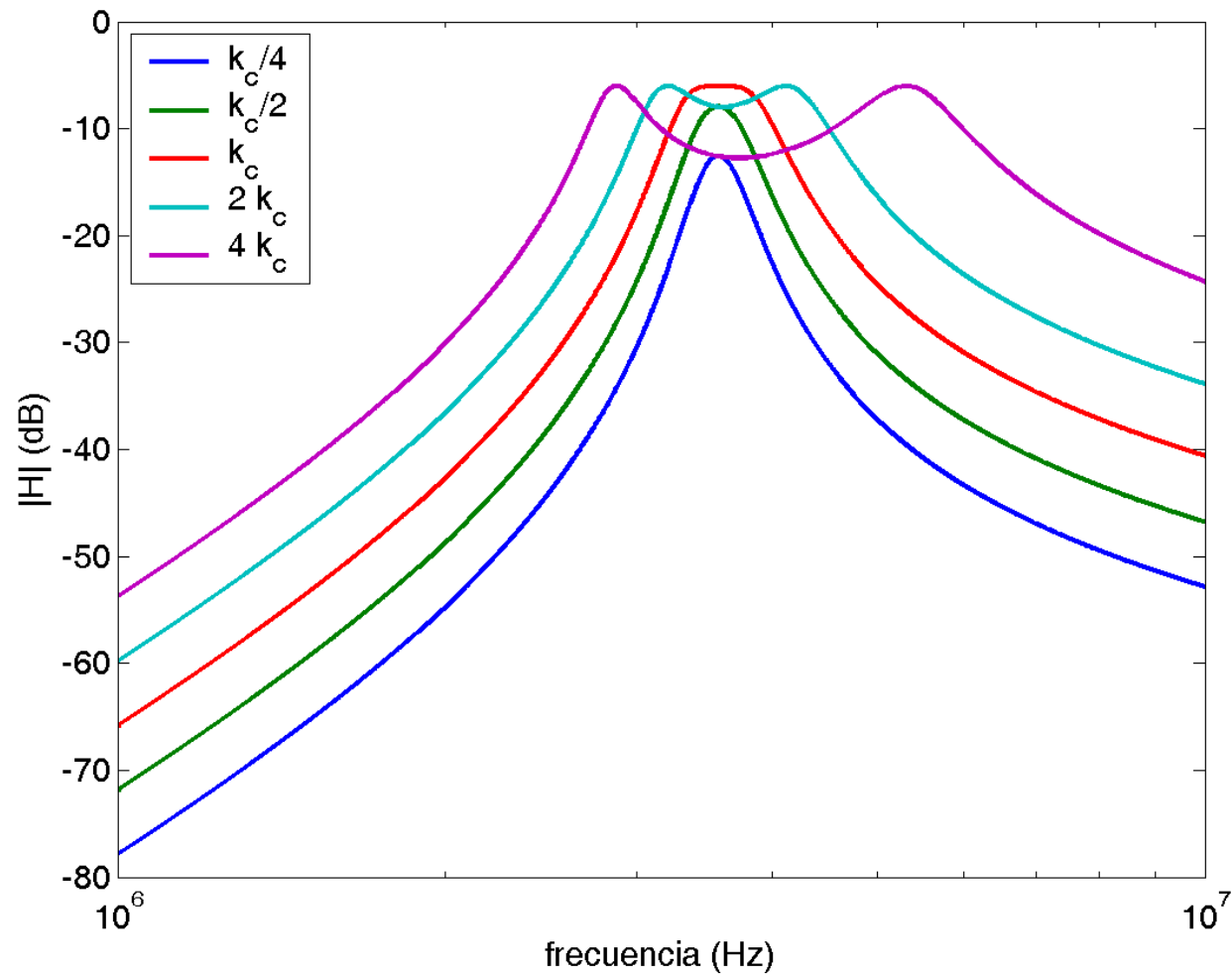
- Rizado cuando hay sobreacoplamiento:

$$\frac{\text{máx}(|Z|)}{Z(j\omega_0)} = 0,5 \left( kQ - \frac{1}{kQ} \right)$$



# TRANSF. DOBLEM. SINTONIZADO: FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

$R = 50\Omega$ ;  $L = 16\mu\text{H}$ ;  $C = 125\text{ pF}$ ;  $k_c = 0,14$ ;  $Q = 7,16$ ;  $f_0 = 3,56\text{ MHz}$



## 3.9.- MÁXIMA TRANSFERENCIA DE POTENCIA

- Supongamos una fuente de señal, con  $R_s$ , que debe transferir potencia a una carga  $R_L$
- Pretendemos que haya máxima transferencia de potencia
- Potencia transferida a la carga:

$$P_L = V_L I = \frac{V_s R_L}{R_s + R_L} \frac{V_s}{R_s + R_L} = V_s^2 \frac{R_L}{(R_s + R_L)^2}$$

- Máxima transferencia de potencia:

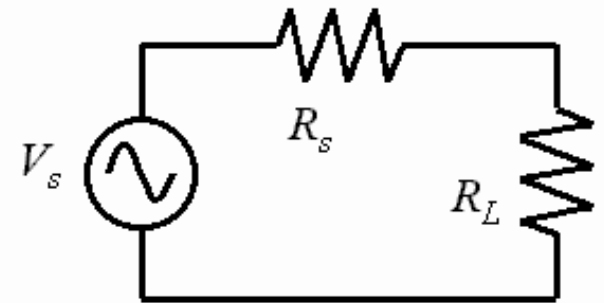
$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = 0$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = V_s^2 \frac{(R_s + R_L) - 2R_L}{(R_s + R_L)^3} = V_s^2 \frac{R_s - R_L}{(R_s + R_L)^3}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R_s = R_L$$

- La máxima transferencia de potencia a la carga se consigue cuando la resistencia de carga es igual a la resistencia de la fuente
- Potencia máxima transferida a la carga ( $R_L = R_s$ ):

$$P_{L-max} = V_s^2 \frac{R_s}{(R_s + R_s)^2} = \frac{V_s^2}{4R_s}$$



# POTENCIA SUMINISTRADA POR LA FUENTE

- Máxima potencia que puede suministrar la fuente (fuente en cortocircuito):

$$P_0 = \frac{V_s^2}{R_s}$$

- Potencia transferida a la carga:

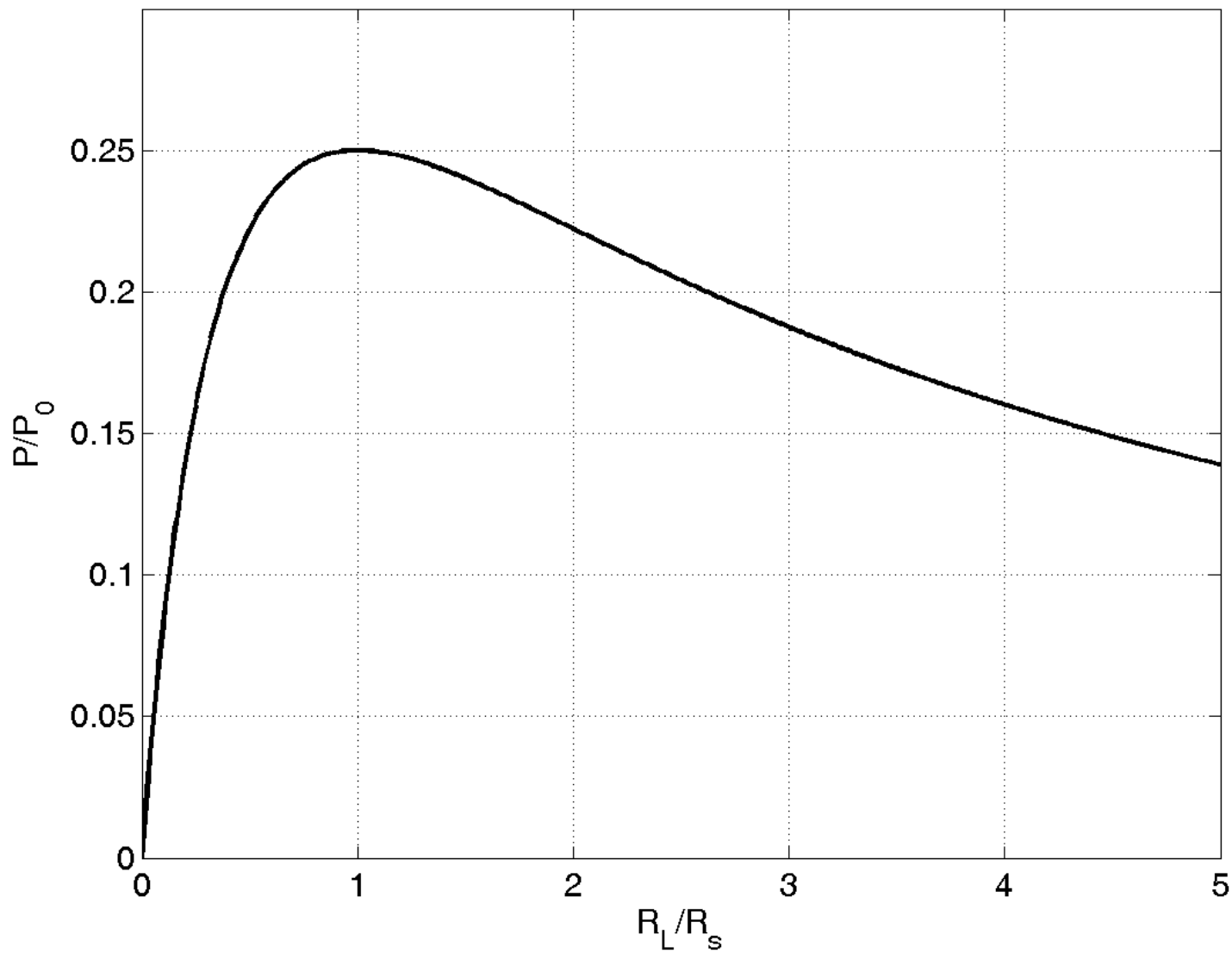
$$P_L = V_s^2 \frac{R_L}{(R_s + R_L)^2} = \frac{V_s^2}{R_s} \frac{R_s R_L}{(R_s + R_L)^2} = P_0 \frac{R_s R_L}{(R_s + R_L)^2}$$

- Máxima transferencia de potencia ( $R_L = R_s$ ):

$$P_{L-max} = P_0 \frac{R_s R_s}{(R_s + R_s)^2} = \frac{P_0}{4}$$

- En condiciones de máxima transferencia de potencia, podemos transferir a la carga 1/4 de la potencia máxima de la fuente

# POTENCIA TRANSFERIDA A LA CARGA



# MÁXIMA TRANSF. DE POTENCIA: IMPEDANCIA COMPLEJA

- Si la impedancia de la fuente y de la carga son complejas ( $Z_s = R_s + jX_s$ ;  $Z_L = R_L + jX_L$ ) la potencia suministrada a la carga sería:

$$P_L = |I_L|^2 \text{Re}(Z_L) = \frac{V_s}{Z_s + Z_L} \frac{V_s}{Z_s^* + Z_L^*} R_L = \frac{V_s^2 R_L}{((R_s + R_L) + j(X_s + X_L))((R_s + R_L) - j(X_s + X_L))}$$

$$P_L = \frac{V_s^2 R_L}{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}$$

- Condición de máxima transferencia de potencia:

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = 0 \quad \frac{\partial P_L}{\partial X_L} = 0$$

- Derivadas parciales:

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = V_s^2 \frac{R_s^2 - R_L^2 + (X_s + X_L)^2}{((R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2)^2} \quad \frac{\partial P_L}{\partial X_L} = -V_s^2 R_L \frac{X_s + X_L}{((R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2)^2}$$

- Condición de máxima transferencia de potencia:

$$\left. \begin{array}{l} \partial P_L / \partial R_L = 0 \\ \partial P_L / \partial X_L = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_L = R_s \\ X_L = -X_s \end{array} \right\} \Leftrightarrow Z_L = Z_s^*$$

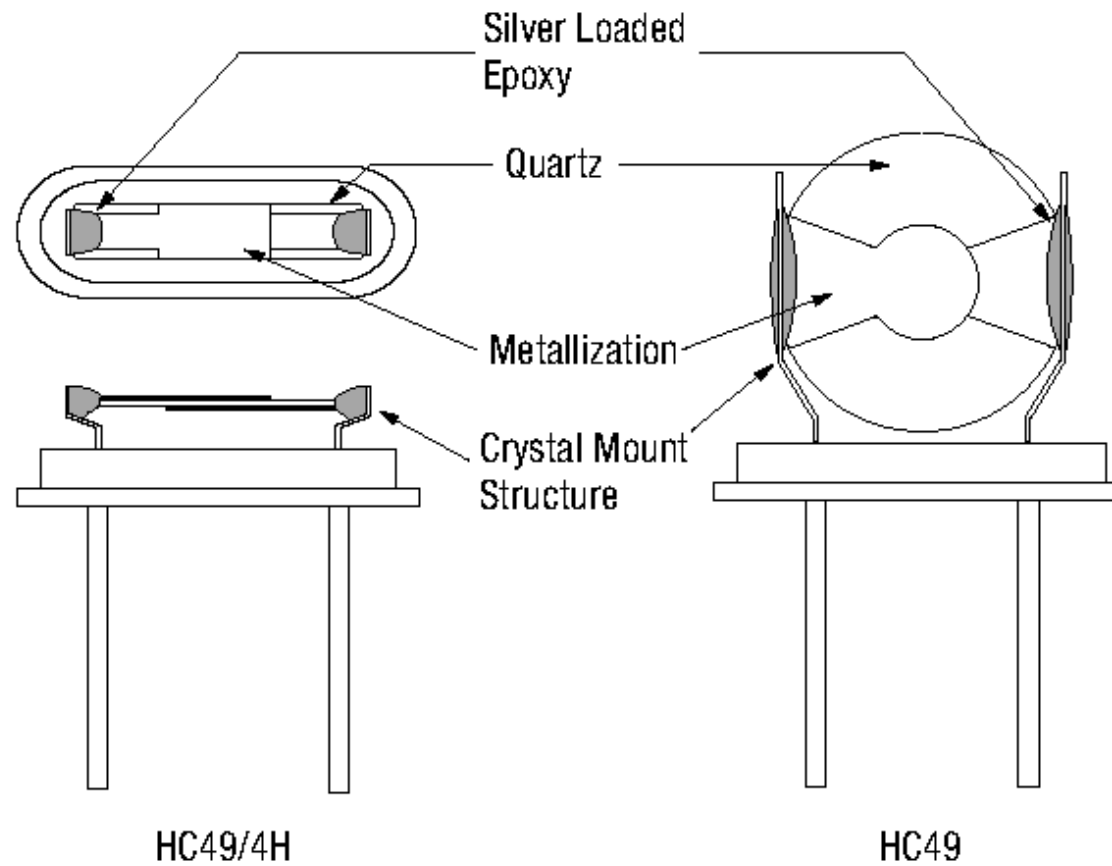
- Problema de transferencia de potencia con impedancia compleja:
  - $Z_L = Z_L(j\omega)$ ;  $Z_s = Z_s(j\omega)$ : dependencia con la frecuencia
  - Transferencia de potencia máxima únicamente a  $\omega_0$
  - Adaptación sin reflexión requiere que las impedancias  $Z_s$  y  $Z_L$  sean iguales (*reflectionless match*)
  - Adaptación con máxima transferencia de potencia requiere que las impedancias  $Z_s$  y  $Z_L$  sean complejas conjugadas (*conjugate match*)
  - La verificación simultánea de ambas condiciones es únicamente posible si  $Z_s$  y  $Z_L$  son reales ( $R_L = R_s$ )
- En la práctica, para conseguir máxima transferencia de potencia y evitar reflexiones en una banda amplia se aplica la condición *reflectionless match* y se procura que la parte reactiva de la fuente sea lo menor posible

## 3.10.- CRISTALES DE CUARZO

- El cuarzo (y otros cristales) tiene propiedades piezoeléctricas:
  - Una deformación mecánica produce desplazamientos de cargas y la aparición de un potencial eléctrico
  - La aplicación de un potencial eléctrico produce deformaciones
- Si se aplica un voltaje senoidal, éste da lugar a una deformación mecánica senoidal (oscilación mecánica; onda acústica)
- Existen frecuencias de resonancia:
  - Frecuencias a las que la impedancia presenta máximos o mínimos
  - Frecuencia fundamental ( $f_0$ ) y sobretonos ( $3f_0, 5f_0, \dots$ )
- Alrededor de cada frecuencia de resonancia el cristal se comporta como una red RLC con:
  - $Q$  alto (del orden de  $10^5$ )
  - Gran estabilidad térmica (del orden de 0.1 ppm/K)
- Rango de frecuencias: de 20 kHz a 50 MHz (hasta 300 MHz en sobretono)
- Usados para osciladores, filtros en IF y filtros en SSB

# CONSTRUCCIÓN DEL CRISTAL

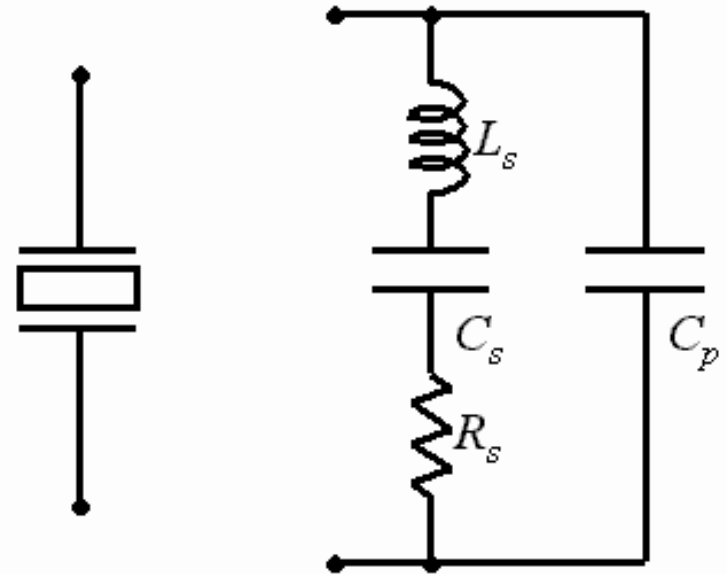
Se corta una lámina de cuarzo con un determinado ángulo con respecto al eje de simetría del cristal y se metalizan las caras





# CIRCUITO EQUIVALENTE DEL CRISTAL DE CUARZO

- Alrededor de cada frecuencia de resonancia, el cristal se comporta como una red RLC con un  $Q$  alto
- El circuito equivalente incluye:
  - $C_s$  y  $L_s$  asociadas a la resonancia del cristal (dependen de las características elásticas del cristal)
  - $R_s$  que representa las pérdidas (térmicas) del cristal (y modelan el factor de calidad finito)
  - $C_p$  que representa la capacidad debida a las metalizaciones



$$Z(j\omega) = \frac{1}{(C_p + C_s)s} \cdot \frac{L_s C_s s^2 + R_s C_s s + 1}{L_s \frac{C_p C_s}{C_p + C_s} s^2 + R_s \frac{C_p C_s}{C_p + C_s} s + 1}$$

$$Z(j\omega) = \frac{1}{(C_p + C_s)s} \cdot \frac{L_s C_s s^2 + R_s C_s s + 1}{L_s \frac{C_p C_s}{C_p + C_s} s^2 + R_s \frac{C_p C_s}{C_p + C_s} s + 1}$$

- Alrededor de la frecuencia fundamental (o de los sobretonos) el cristal presenta dos frecuencias de resonancia:
  - Cuando se minimiza el numerador (frecuencia de resonancia serie,  $f_s$ ): la impedancia toma un valor mínimo
  - Cuando se minimiza el denominador (frecuencia de resonancia paralelo,  $f_p$ ): la impedancia toma un valor máximo

$$f_s \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}} \quad f_p \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s \frac{C_s C_p}{C_s + C_p}}} = f_s \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p}} \quad \Delta f = f_p - f_s = f_s \left( \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p}} - 1 \right)$$

- Puesto que  $C_p \gg C_s$  ambas frecuencias están muy próximas
- Las impedancias a las frecuencias de resonancia son:

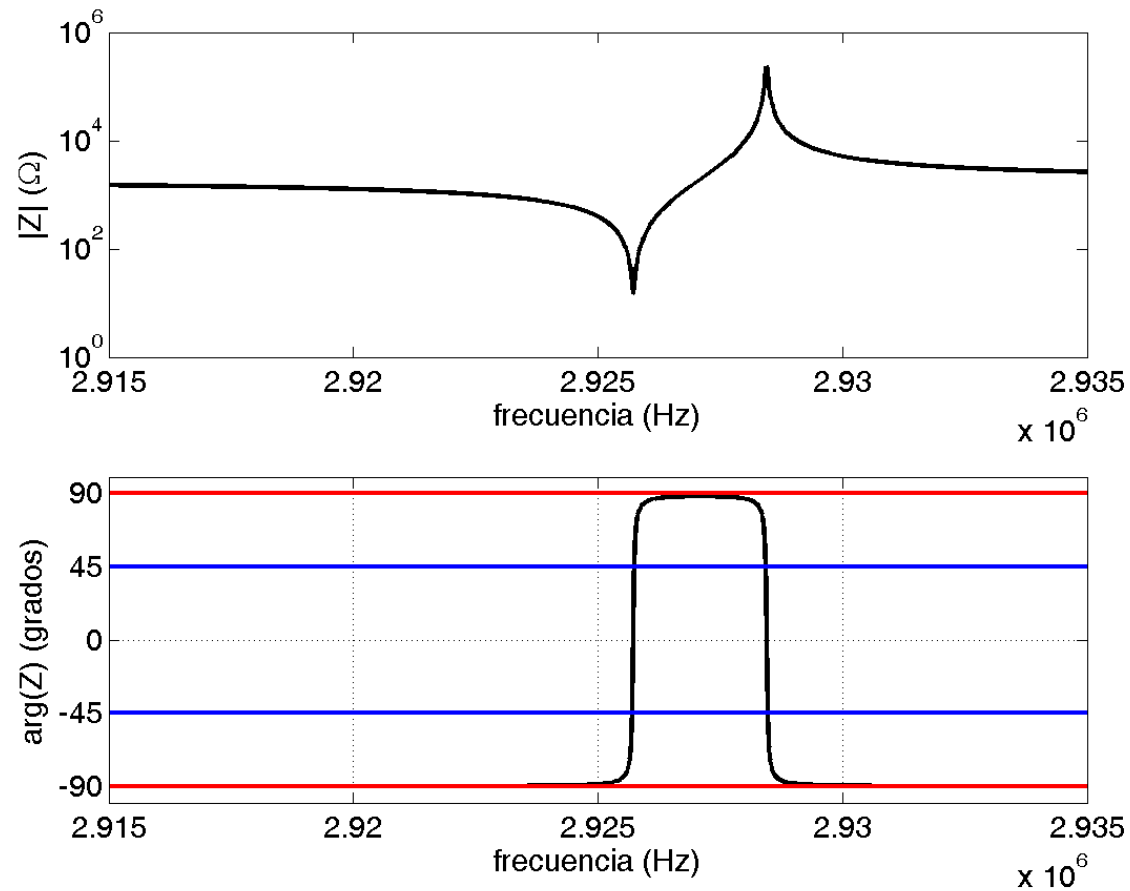
$$Z(j\omega_s) \approx R_s \quad Z(j\omega_p) \approx \frac{L_s C_s}{C_p (C_p + C_s) R_s}$$

- Comportamiento en frecuencia:
  - Para  $f < f_s$  y  $f > f_p$  comportamiento capacitivo
  - Entre  $f_s$  y  $f_p$  comportamiento inductivo
  - En  $f_s$  y en  $f_p$  comportamiento resistivo
  - Alrededor de las frecuencias de resonancia, transición muy rápida de la fase (de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$  alrededor de  $f_s$  y de  $\pi/2$  a  $-\pi/2$  alrededor de  $f_p$ )
- En la frecuencia fundamental se usan los modos de resonancia serie o paralelo
- En sobretono, se suele utilizar resonancia serie

# RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL CRISTAL

$$R_s = 15\Omega; L_s = 54,8 \text{ mH}; C_s = 0,054 \text{ pF}; C_p = 29 \text{ pF};$$

$$f_s = 2,9257 \text{ MHz}; f_p = 2,9284 \text{ MHz}; \Delta f = 2,72 \text{ kHz}; Q = 67173$$



# SINTONÍA DEL CRISTAL

- Añadiendo al cristal capacidades o autoinducciones en serie o en paralelo se pueden modificar ligeramente las frecuencias de resonancia  $f_s$  y  $f_p$
- Condensador en serie, de capacidad  $C_1$ :

$$f'_s = f_s \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p + C_1}} \quad f'_p \approx f_p \quad R'_s = R_s \left(1 + \frac{C_p}{C_1}\right)^2$$

- Condensador en paralelo, de capacidad  $C_1$ :

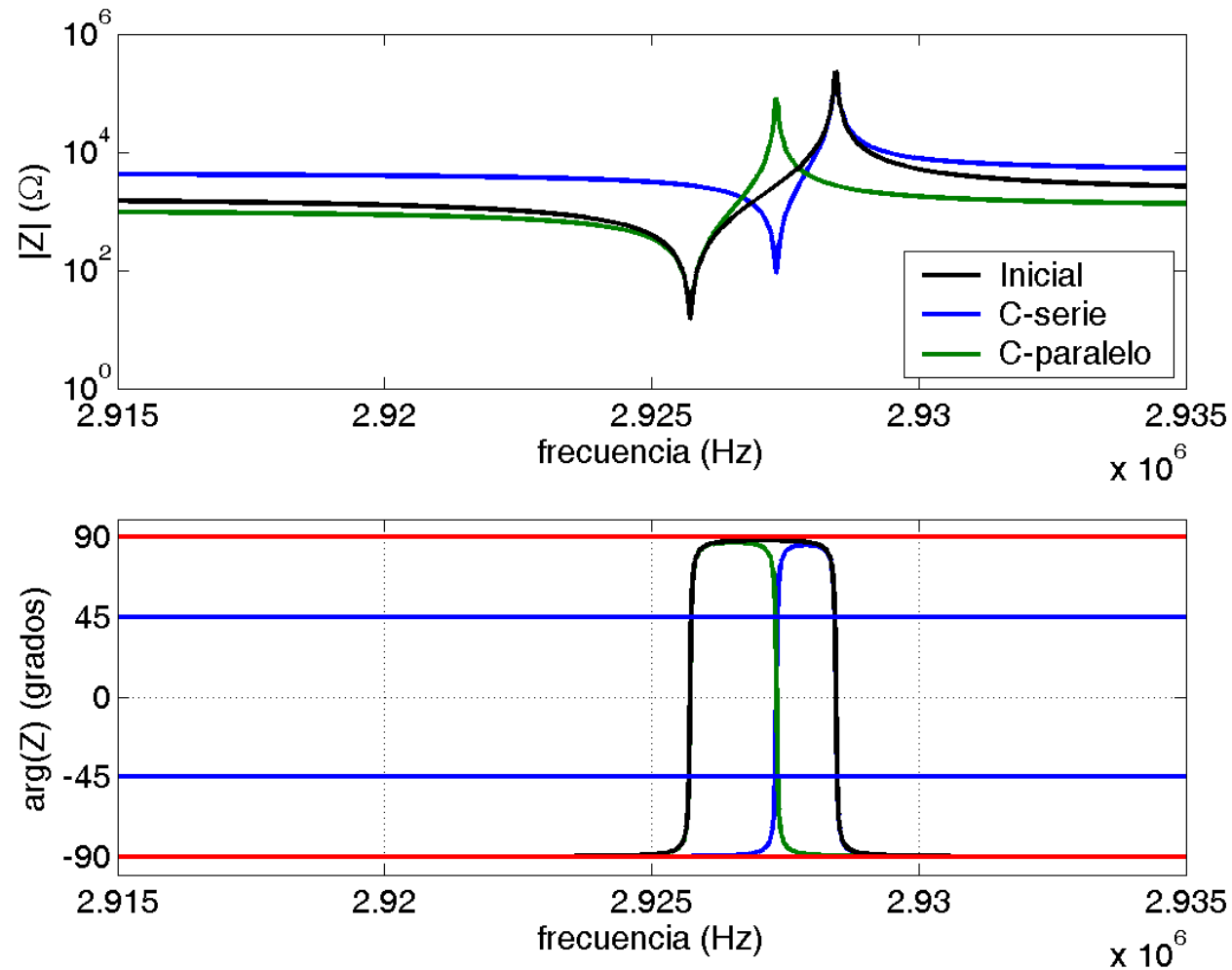
$$f'_s \approx f_s \quad f'_p \approx f_s \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p + C_1}}$$

La impedancia en la resonancia paralelo disminuye

- Las bobinas en serie o en paralelo con el cristal alteran las características de la respuesta en frecuencia (presentarán comportamiento inductivo a altas frecuencias o a bajas frecuencias, respectivamente) apareciendo nuevas resonancias
- Las bobinas en paralelo incrementan  $f_p$  (y no modifican  $f_s$ )
- Las bobinas en serie reducen  $f_s$  (y no modifican  $f_p$ )

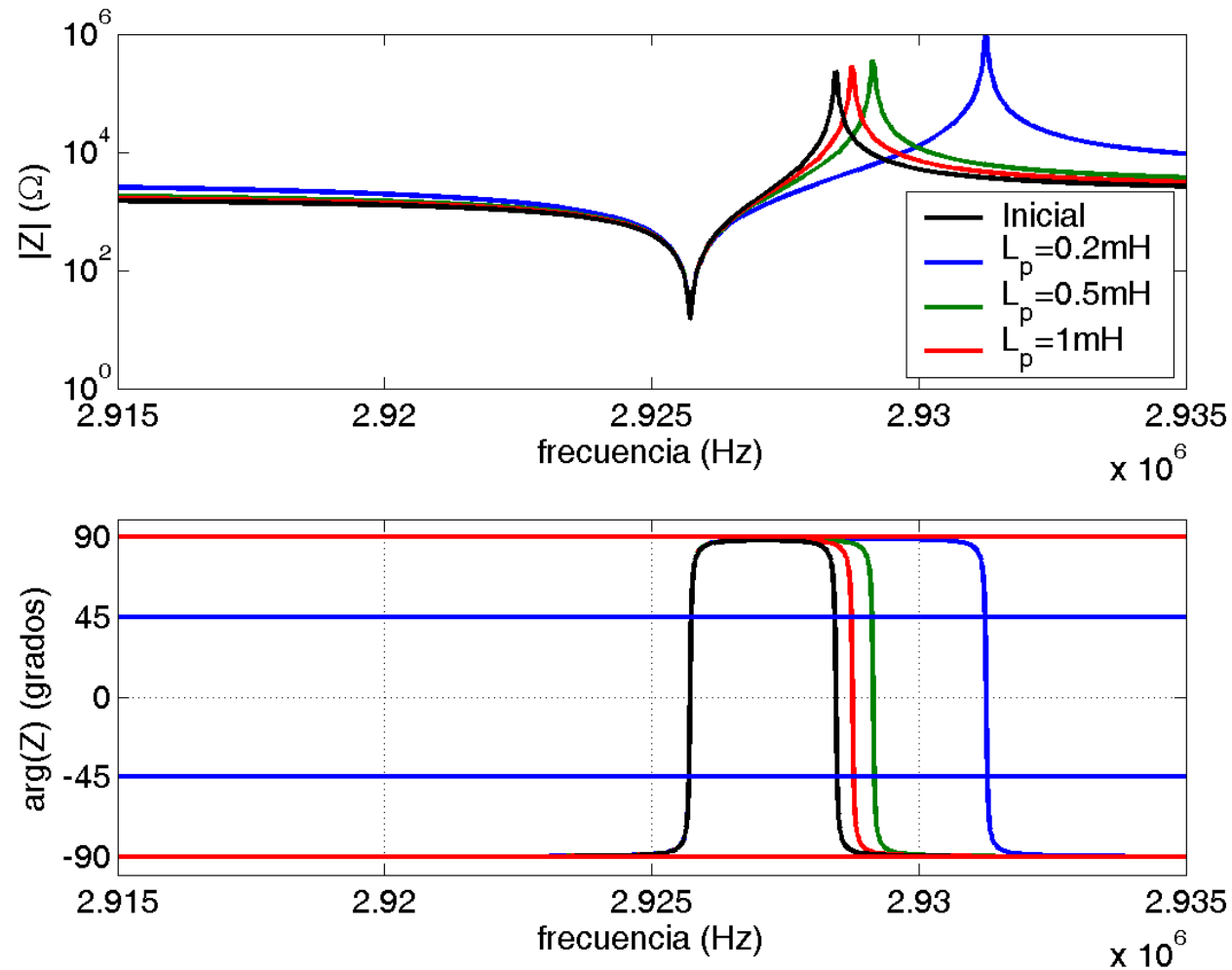
# SINTONÍA DEL CRISTAL CON CAPACIDADES

$$R_s = 15\Omega; L_s = 54,8 \text{ mH}; C_s = 0,054 \text{ pF}; C_p = 29 \text{ pF}; C_1 = 20 \text{ pF}$$



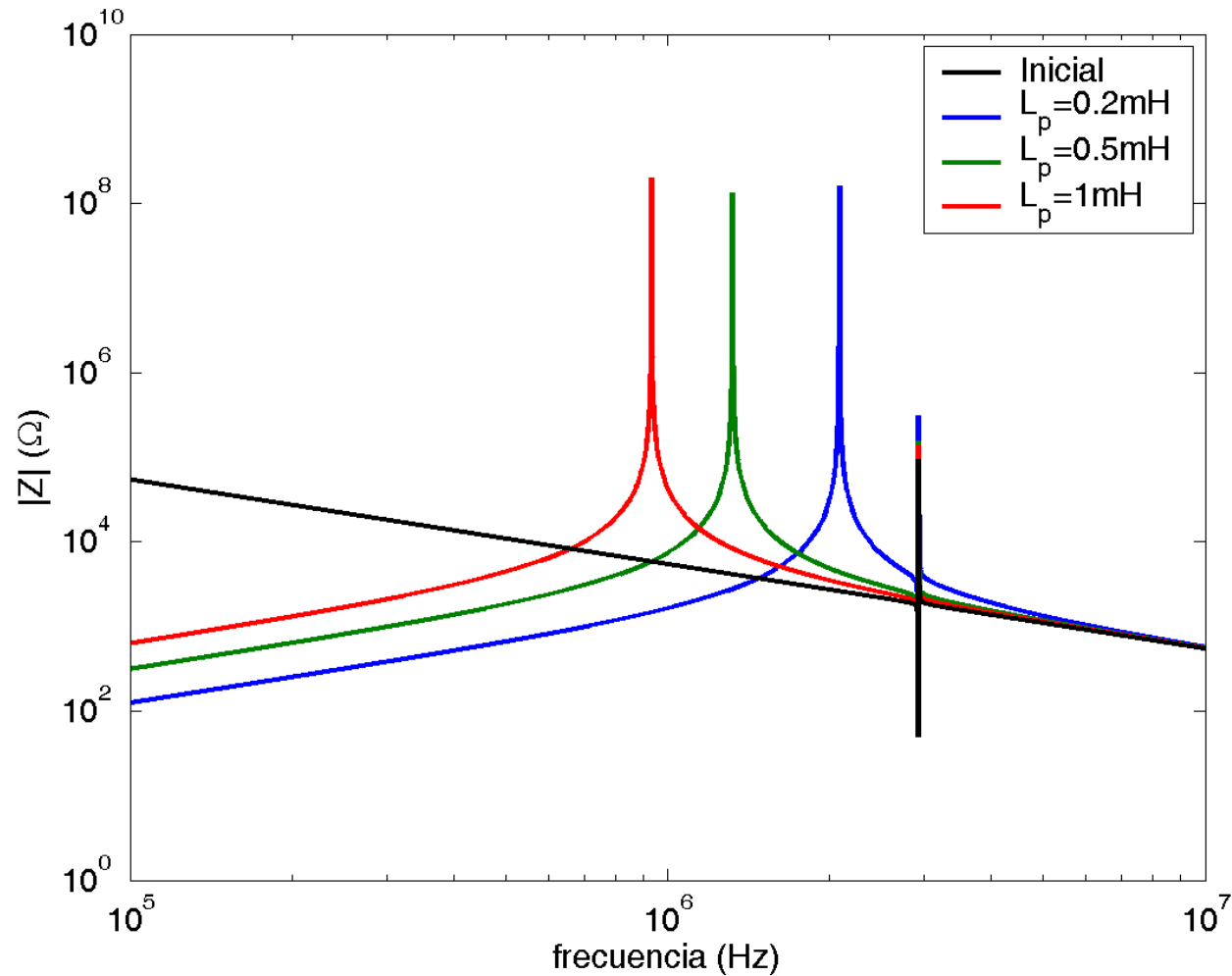
# SINTONÍA DEL CRISTAL CON AUTOINDUCCIONES PARALELO

$$R_s = 15\Omega; L_s = 54,8 \text{ mH}; C_s = 0,054 \text{ pF}; C_p = 29 \text{ pF}; L_{\text{paral}}$$



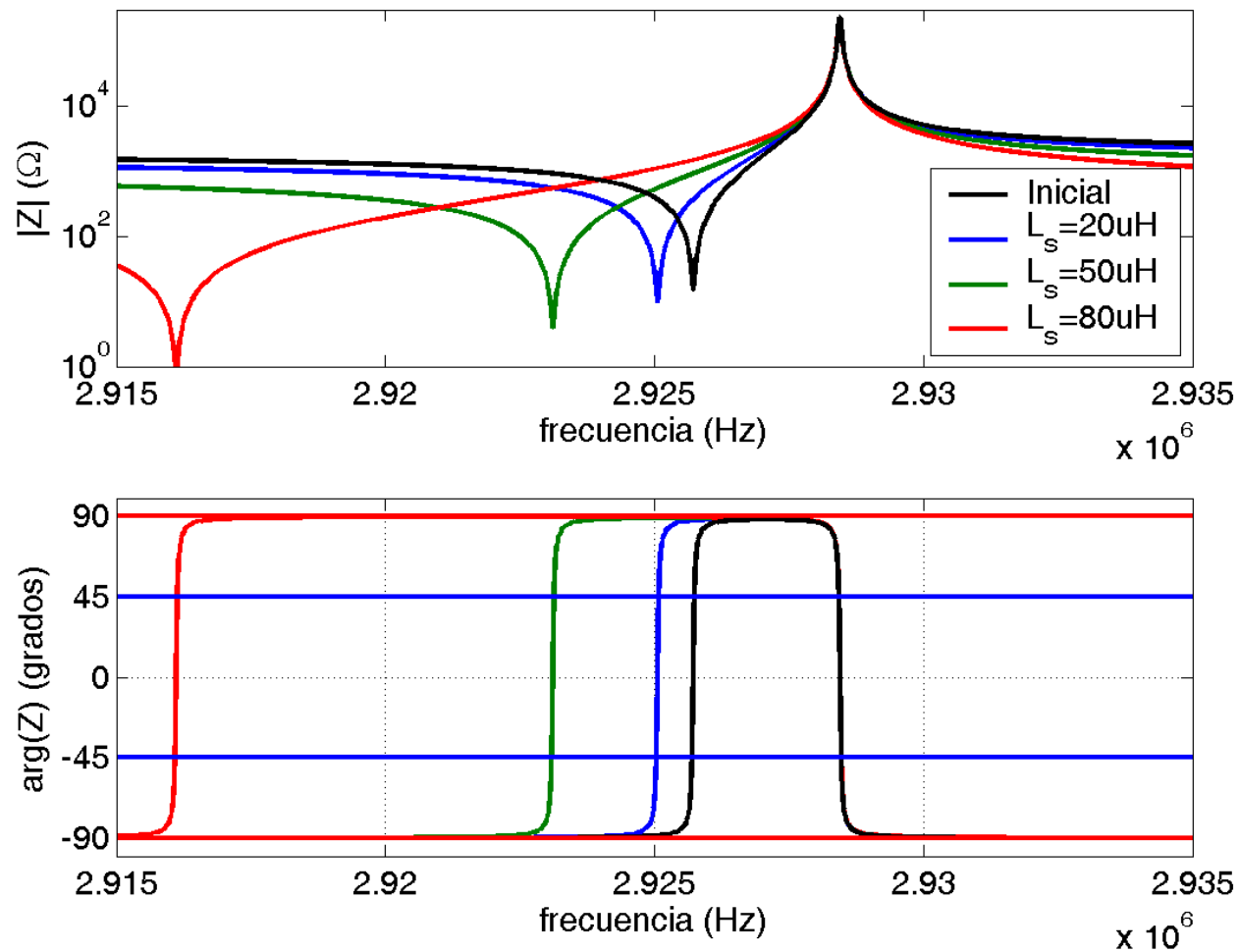
# SINTONÍA DEL CRISTAL CON AUTOINDUCCIONES PARALELO

$$R_s = 15\Omega; L_s = 54,8 \text{ mH}; C_s = 0,054 \text{ pF}; C_p = 29 \text{ pF}; L_{\text{paral}}$$



# SINTONÍA DEL CRISTAL CON AUTOINDUCCIONES SERIE

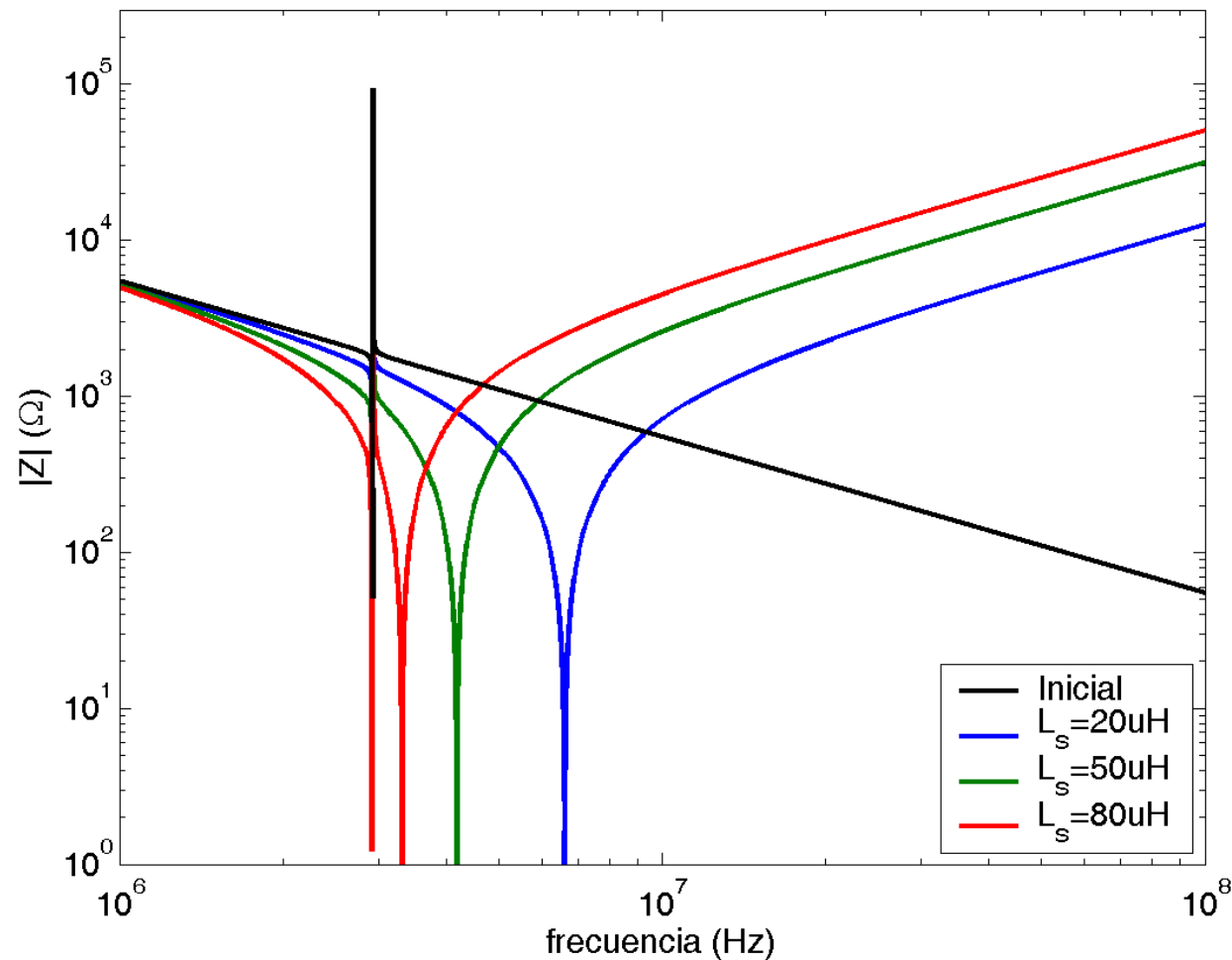
$$R_s = 15\Omega; L_s = 54,8 \text{ mH}; C_s = 0,054 \text{ pF}; C_p = 29 \text{ pF}; L_{serie}$$





# SINTONÍA DEL CRISTAL CON AUTOINDUCCIONES SERIE

$$R_s = 15\Omega; L_s = 54,8 \text{ mH}; C_s = 0,054 \text{ pF}; C_p = 29 \text{ pF}; L_{serie}$$



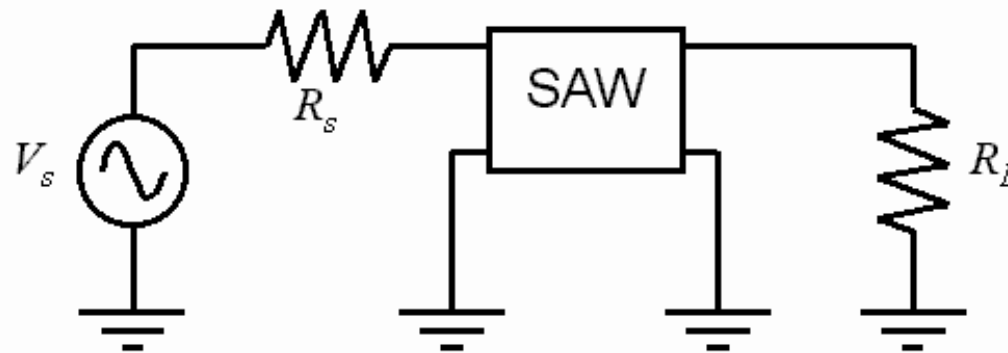
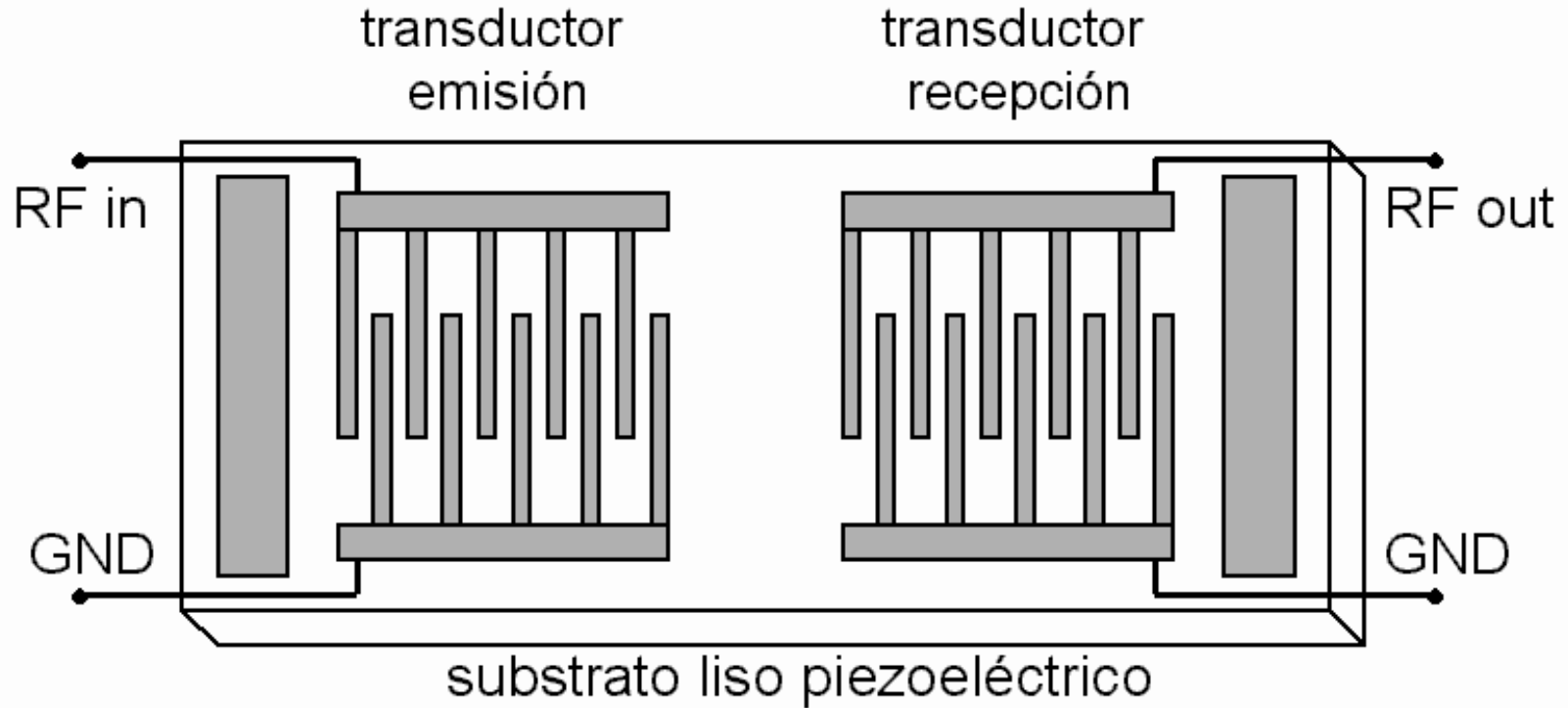
## 3.11.- FILTROS DE ONDA ACÚSTICA DE SUPERFICIE

- Los cristales de cuarzo basan el funcionamiento en el intercambio de energía entre la señal eléctrica suministrada y una vibración mecánica (onda acústica) que se propaga en el cristal
- Las resonancias eléctricas son debidas a resonancias de la onda acústica
- El cristal debe hacerse más fino para incrementar la frecuencia de resonancia:

$$c \approx 3000\text{m/s} \quad \lambda = \frac{c}{f} \quad \text{para } f_0 = 50\text{MHz} \quad \lambda = 60\mu\text{m}$$

- Por ello, es difícil hacer cristales de cuarzo con  $f_0$  de varias decenas de MHz
- Solución para altas frecuencias: resonadores de onda acústica de superficie (SAW, *Surface Acoustic Wave*)
- Dispositivo: estructura resonante en la superficie de un cristal, constituida por un sustrato sobre el que se depositan unos electrodos (con técnicas de circuitos integrados)
- Sustrato de niobato de litio ( $\text{Li Nb O}_3$ ) o tantalato de litio ( $\text{Li Ta O}_3$ )
- La geometría y dimensiones de los electrodos determinan las resonancias y la respuesta en frecuencia
- Se alcanzan frecuencias de resonancia de cientos de MHz
- El diseño es complejo pero permite flexibilidad en el diseño de la respuesta en frecuencia
- Dispositivos compactos (del orden de  $\lambda$ )

# ESTRUCTURA DE UN RESONADOR DE ONDA ACÚSTICA SUPERFICIAL



## **Tema 4:**

# **AMPLIFICADORES SINTONIZADOS EN RADIO FRECUENCIA**

# Tema 4: AMPLIFICADORES SINTONIZADOS EN RF

4.1.- Introducción

4.2.- Transistores BJT y MOSFET (repass)

4.3.- Amplificadores en pequeña señal

4.4.- Modelo en parámetros  $Y$

4.5.- Estabilidad del amplificador

- Criterio de Linvill  $C$
- Criterio de Stern  $K$
- Obtención de estabilidad
- Realimentación

4.6.- Ganancia de potencia en amplificación

4.7.- Diseño con dispositivo incondicionalmente estable

- Con realimentación
- Sin realimentación

4.8.- Diseño con dispositivo potencialmente inestable

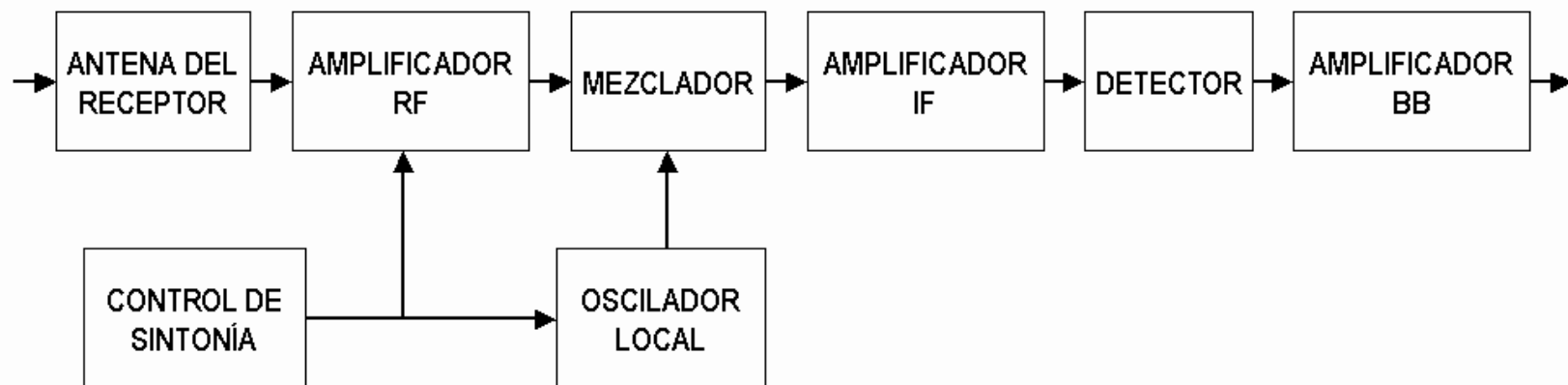
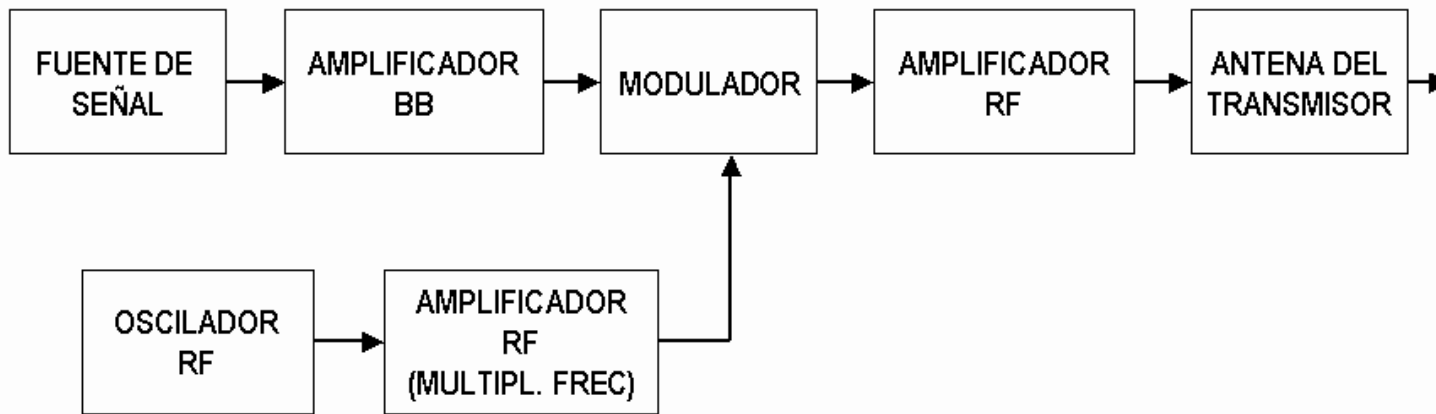
- Estabilización sin realimentación con  $G_S$  fijo
- Estabilización sin realimentación con  $G_S$  y  $G_L$  libres

4.9.- Diseño de etapa amplificadora sintonizada

- Adaptación de impedancias y polarización
- Procedimiento de diseño

# 4.1.- INTRODUCCIÓN

- En radiocomunicaciones se necesitan amplificadores sintonizados: (en transmisor y receptor)
- Amplificadores sintonizados ( $Q$  grande), grandes ganancias
- La estabilidad puede ser un problema: oscilaciones no deseables
- Objetivo del tema: diseño y análisis de amplificadores sintonizados en RF



## 4.2.- TRANSISTORES BJT Y MOSFET (repass)

### EL TRANSISTOR BJT:

- BJT: Bipolar Junction Transistor  
(transistor bipolar de unión)
- Regiones de operación:

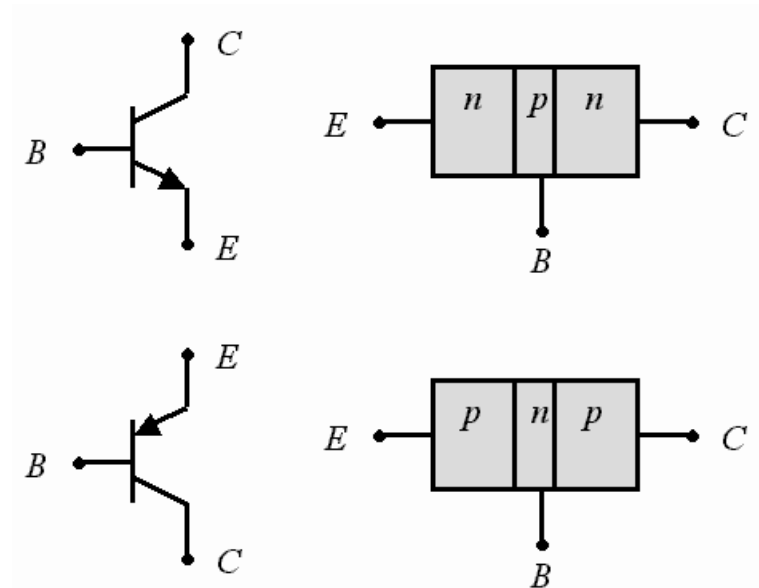
Activa  $V_{BE} > 0, V_{BC} < 0$  (en npn)

Saturación  $V_{BE} > 0, V_{BC} > 0$  (en npn)

Corte  $V_{BE} < 0, V_{BC} < 0$  (en npn)

Activa inversa:  $V_{BE} < 0, V_{BC} > 0$  (en npn)

- Comportamiento físico del transistor:
  - Activa, saturación, corte, activa inversa
- Uso del transistor BJT
  - En electrónica analógica: activa
  - En electrónica digital: corte y saturación

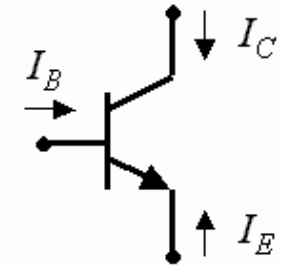


- Comportamiento físico: ecuaciones de Ebers Moll:

$$I_E = -I_{ES} \left( e^{V_{BE}/V_T} - 1 \right) + \alpha_R I_{CS} \left( e^{V_{BC}/V_T} - 1 \right)$$

$$I_C = \alpha_F I_{ES} \left( e^{V_{BE}/V_T} - 1 \right) - I_{CS} \left( e^{V_{BC}/V_T} - 1 \right)$$

donde  $V_T = kT/q$  ( $V_T \approx 25$  mV a  $T$  ambiente)



- En activa,  $V_{BE} > 0$  y  $V_{BC} < 0$

$$I_E \approx -I_{ES} e^{V_{BE}/V_T} \quad I_C \approx \alpha_F I_{ES} e^{V_{BE}/V_T}$$

$$I_B = -I_E - I_C = \left( \frac{1}{\alpha_F} - 1 \right) I_C = \frac{I_C}{\beta_F} \quad \beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F}$$

- En activa podemos describir el comportamiento con estas ecuaciones:

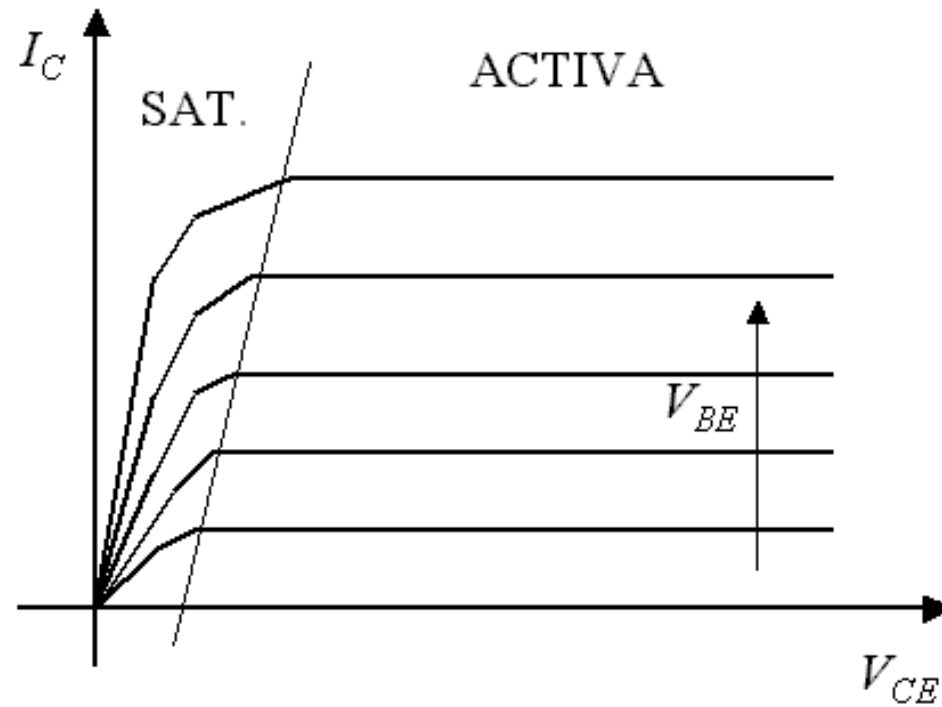
$$I_C = \beta_F I_B \quad I_C = I_S e^{V_{BE}/V_T}$$

donde  $I_S$  y  $\beta_F$  son parámetros dependientes del dispositivo

- En activa, la corriente de colector se controla mediante la tensión base-emisor (o mediante la corriente de base)

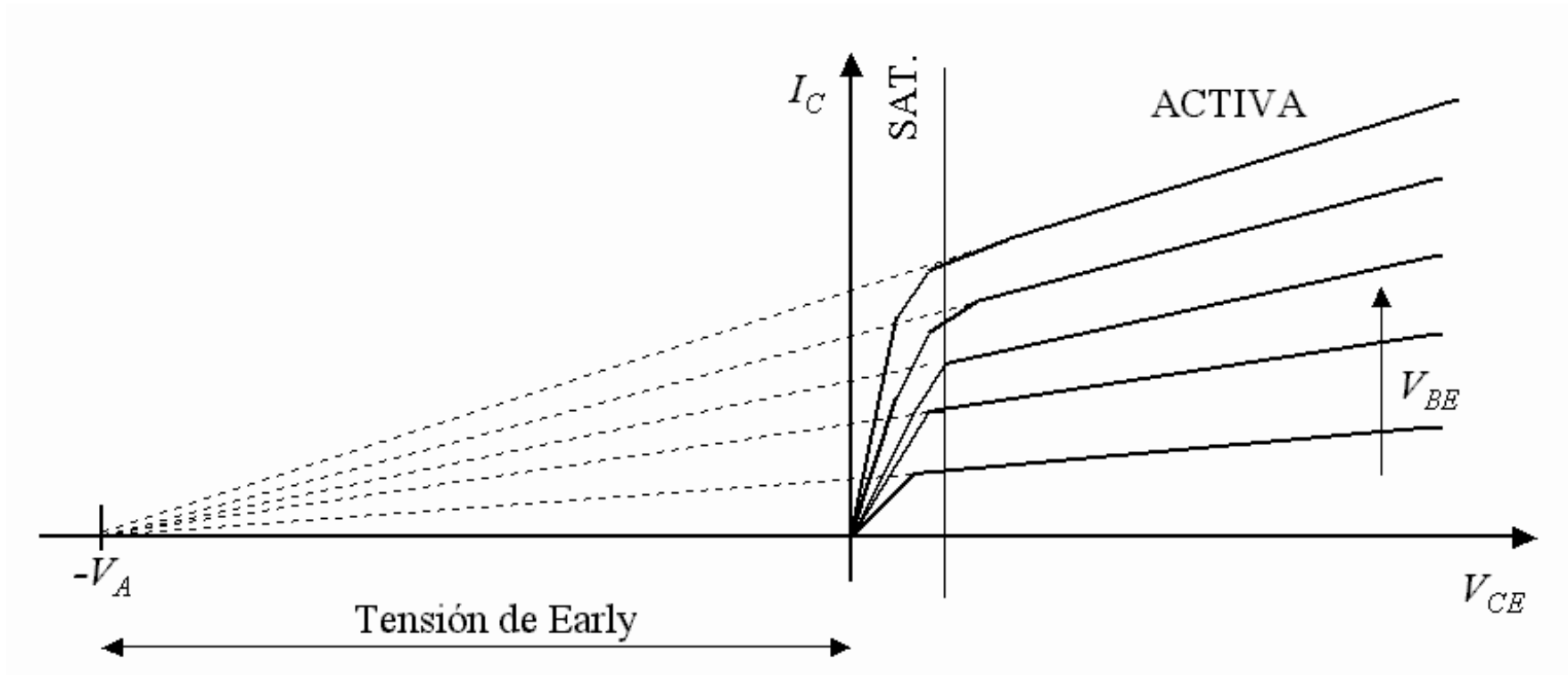


- Operación en activa:  $I_C$  depende de  $V_{BE}$



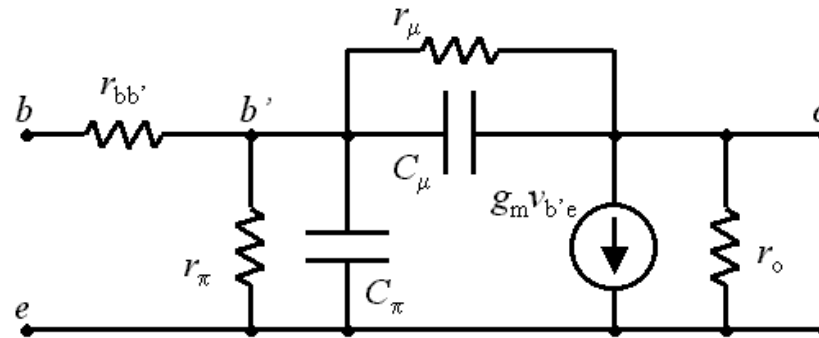
- Efecto Early (modulación de anchura de la base)

$$I_C = I_S e^{V_{BE}/V_T} \left( 1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right)$$



# MODELO DE PEQUEÑA SEÑAL DEL BJT:

- El modelo de pequeña señal se obtiene linealizando en torno al punto de polarización
- Modelo en parámetros  $\pi$  (a partir de física del dispositivo)



- $r_{bb'}$ : resistencia distribuida de base (pequeña)
- $r_{\mu}$ : resistencia unión CB polarizada en inverso (muy grande)
- $C_{\mu}$ : capacidad de unión CB polarizada en inverso (capacidad de transición)
- $r_{\pi}$ : relación entre  $v_{be}$  e  $i_b$
- $C_{\pi}$ : capacidad de unión BE polarizada en directo (capacidad de difusión más capacidad de transición)
- $g_m$ : transconductancia, relación entre  $v_{be}$  e  $i_c$
- $r_o$ : relación entre  $v_{ce}$  e  $i_c$  (modela efecto Early)

$$\frac{1}{r_o} = \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \quad g_m = \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \quad \frac{1}{r_{\pi}} = \frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}}$$

- Los parámetros  $g_m$ ,  $r_\pi$  y  $r_o$  dependen del punto de polarización:

$$\boxed{g_m = \frac{I_C^0}{V_T}} \quad \boxed{r_\pi = \frac{\beta}{g_m}} \quad \boxed{r_o = \frac{V_A}{I_C^0}}$$

- La capacidad  $C_\mu$  corresponde a la capacidad de transición de una unión pn polarizada en inversa:

$$C_\mu = \frac{C_{\mu 0}}{\left(1 + \frac{V_{CB}}{\Psi_0}\right)^n}$$

donde  $n$  depende del perfil de dopado ( $C_\mu$  del orden de 1 pF)

- La capacidad  $C_\pi$  incluye la capacidad de difusión y la de transición:

$$C_\pi = C_d + C_{je} = \tau_F g_m + 2C_{je0}$$

donde  $\tau_F$  es el tiempo de tránsito de los portadores en la base ( $C_\pi$  del orden de decenas de pF)

- Las capacidades condicionan el comportamiento en alta frecuencia (se pueden despreciar a baja frecuencia pero influyen a alta frecuencia)
- A partir de una cierta frecuencia, la ganancia en corriente  $\beta$  disminuye:

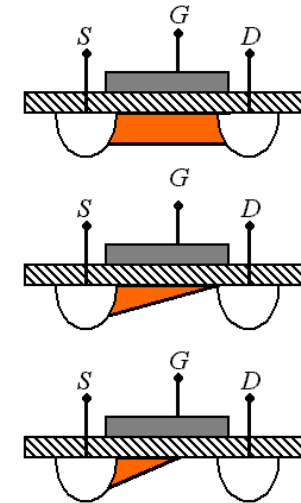
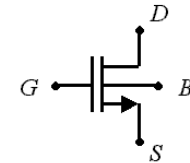
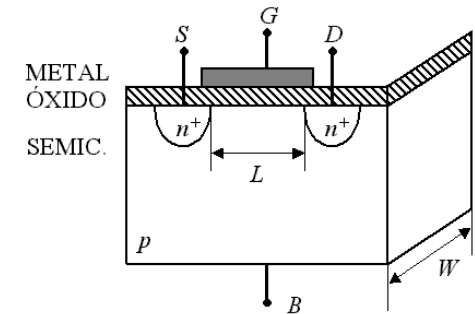
$$|\beta(f)| = \frac{f_T}{f}$$

siendo  $f_T$  la *frecuencia de transición* (para la que  $|\beta| = 1$ )

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} \approx \frac{1}{2\pi\tau_F}$$

# EL TRANSISTOR MOSFET:

- MOSFET: Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor (transistor de efecto campo metal-óxido-semiconductor)
- Dispositivo de 4 terminales:
  - Sustrato o cuerpo (Bulk o Body, B)
  - Puerta (Gate, G)
  - Fuente (Source, S)
  - Drenador (Drain, D)
- Comportamiento físico del transistor:
  - Si la tensión  $V_{GS}$  supera el umbral  $V_T$ , se crea un canal con portadores libres (por efecto campo)
  - Si la tensión  $V_{GD}$  supera el umbral  $V_T$ , el canal llega hasta el drenador
  - Cuando hay canal entre fuente y drenador, hay conducción óhmica (en triodo u óhmico)
  - Si no hay canal, no conduce (en corte)
  - Si  $V_{GS} > V_T$ , pero  $V_{GD} < V_T$  el canal no llega al drenador y todos los portadores del canal llegan al drenador: (en saturación). La corriente de drenador controlada por  $V_{GS}$
- En electrónica analógica, se usa en saturación
- Comportamiento análogo al BJT con varias diferencias:
  - Dispositivo de puerta aislada
  - $g_m$  menor
  - Dependencia  $I_D(V_{GS})$  distinta a  $I_C(V_{BE})$



- Regiones de funcionamiento:

Saturación  $V_{GS} > V_T, V_{GD} < V_T$  (MOSFET de canal n)

Óhmica  $V_{GS} > V_T, V_{GD} > V_T$  (MOSFET de canal n)

Corte  $V_{GS} < V_T, V_{GD} < V_T$  (MOSFET de canal n)

- En zona de comportamiento óhmico:

$$I_D = \frac{\mu_n C_{ox} W}{L} \left( (V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right) \approx \frac{\mu_n C_{ox} W}{L} (V_{GS} - V_T) V_{DS}$$

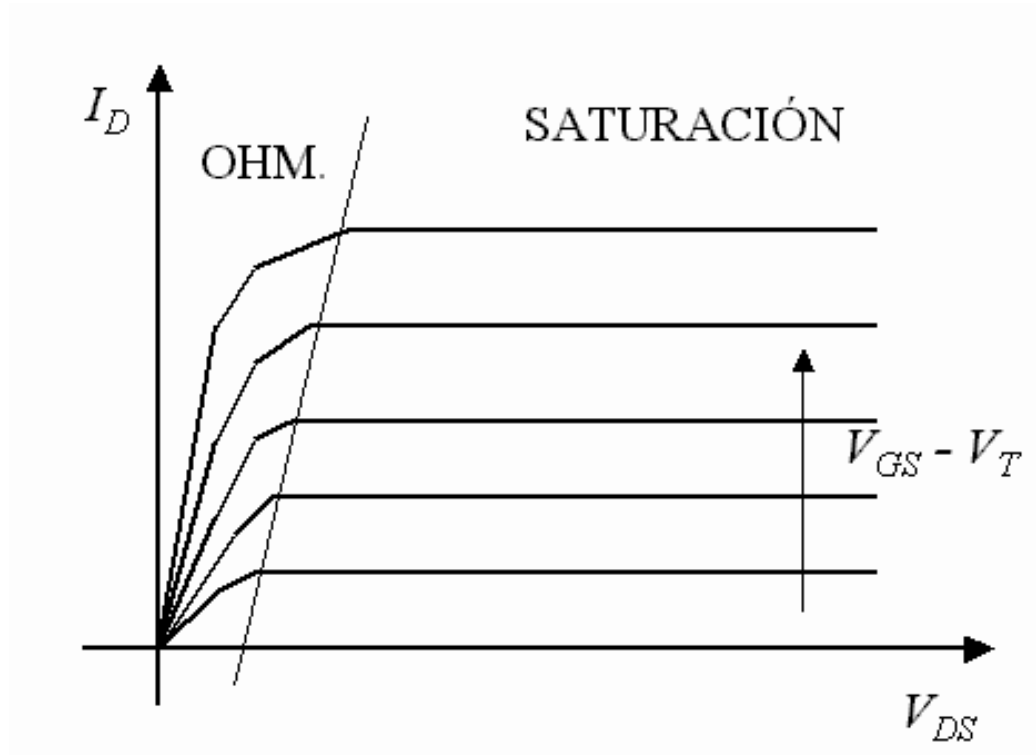
- En zona de saturación:

$$I_D = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2L} (V_{GS} - V_T)^2 = I_{D0} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_T} \right)^2 \quad \text{siendo} \quad I_{D0} \equiv \frac{\mu_n C_{ox} W}{2L} V_T^2$$

donde:

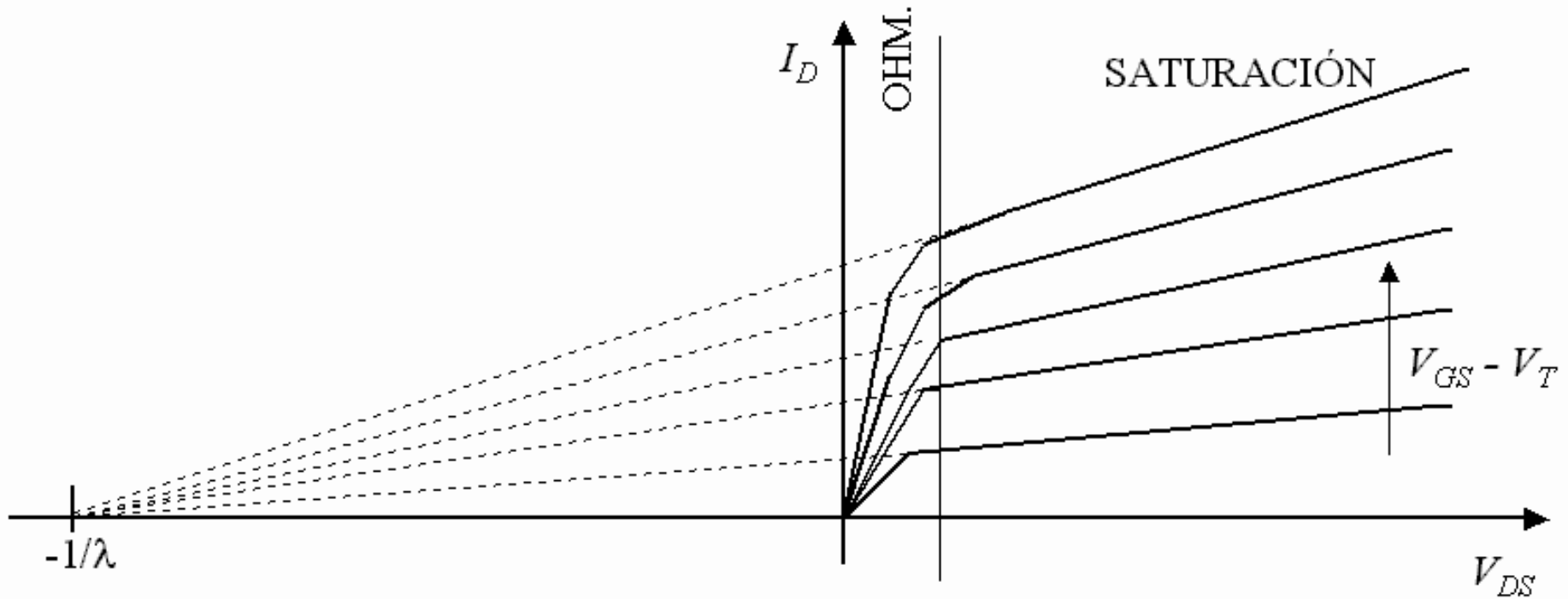
- $\mu_n$  (o  $\mu_p$ ) es la movilidad de los portadores (electrones/huecos en MOSFET de canal n/p)
- $C_{ox} = \epsilon_{ox} / d_{ox}$  es la capacidad del óxido
- $W$  es la anchura del canal
- $L$  es la longitud del canal
- Efecto Body: la tensión umbral  $V_T$  depende de la tensión sustrato-fuente (normalmente el sustrato estará cortocircuitado con la fuente o a la tensión más baja del circuito)

- Operación en saturación:  $I_D$  depende de  $V_{GS}$



- Efecto de modulación de longitud del canal (equivalente a efecto Early)

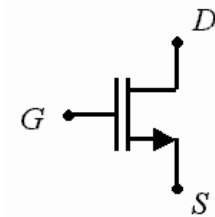
$$I_D = I_{D0} \left( 1 - \frac{V_{GS}}{V_T} \right)^2 (1 + \lambda V_{DS})$$



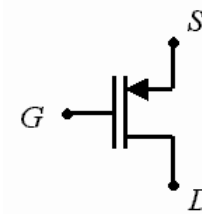


## Tipos de MOSFET

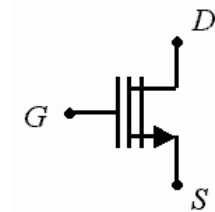
- En cuanto al tipo de canal:
  - De canal n (sustrato p, fuente y drenador n)
  - De canal p (sustrato n, fuente y drenador p)
- En cuanto a la tensión umbral:
  - Si para  $V_{GS} = 0$  hay canal, se llama MOSFET de *deplexión*, de *empobrecimiento*, o de tipo *on* (ocurre si  $V_T < 0$  en MOSFET de canal n, o si  $V_T > 0$  en MOSFET de canal p)
  - Si para  $V_{GS} = 0$  no hay canal, se llama MOSFET de *realce*, de *acumulación*, o de tipo *off* (ocurre si  $V_T > 0$  en MOSFET de canal n, o si  $V_T < 0$  en MOSFET de canal p)



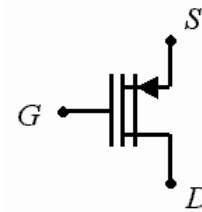
MOSFET de canal n de realce



MOSFET de canal p de realce



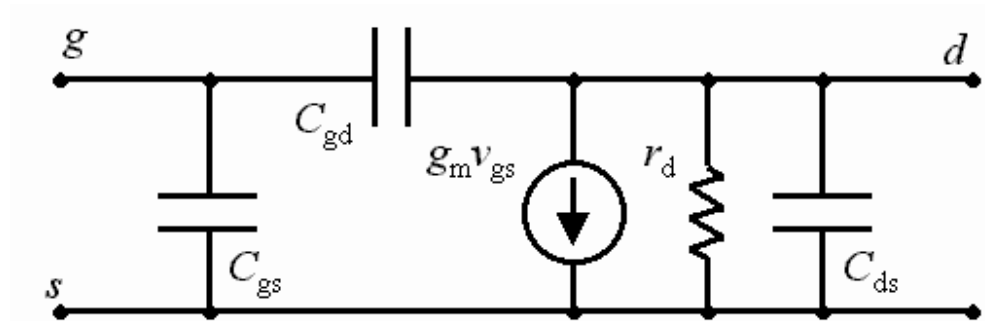
MOSFET de canal n de deplexión



MOSFET de canal p de deplexión

# MODELO DE PEQUEÑA SEÑAL DEL MOSFET:

- El modelo de pequeña señal se obtiene linealizando en torno al punto de polarización
- Para simplificar supondremos sustrato y fuente cortocircuitados (capacidades a sustrato y  $g_{mb}v_{sb}$  se eliminan)



- $C_{gs}$ : capacidad del canal (debida a la estructura MOS; grande)
- $C_{gd}$ : capacidad del canal (debida a la estructura MOS; grande)
- $C_{ds}$ : capacidad drenador-sustrato (que está cortocircuitado con fuente)
- $g_m$ : transconductancia, relación entre  $v_{gs}$  e  $i_d$
- $r_d$ : relación entre  $v_{ds}$  e  $i_d$  (modela efecto modulación de longitud del canal)

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \quad \frac{1}{r_d} = \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}$$

$$I_D = I_{D0} \left(1 - \frac{V_{GS}}{V_T}\right)^2 (1 + \lambda V_{DS})$$

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \quad \frac{1}{r_d} = \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}$$

- Los parámetros  $g_m$  y  $r_d$  dependen del punto de polarización:

$$g_m = \frac{2I_D^0}{V_{GS} - V_T}$$

$$r_d = \frac{1}{\lambda I_D^0}$$

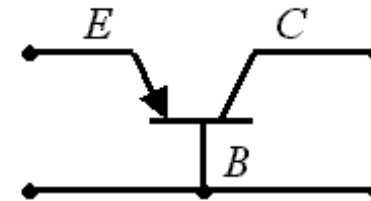
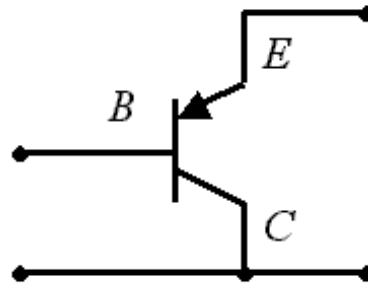
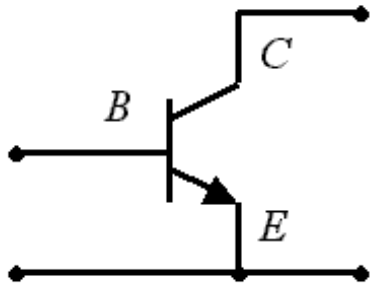
- La capacidad  $C_{gs}$  corresponde a la capacidad de la estructura MOS en el canal (y es del orden de algunos pF):

$$C_{gs} = \frac{2}{3} W L C_{ox}$$

- Las capacidades  $C_{gd}$  y  $C_{ds}$  son varias veces menores que  $C_{gs}$
- Las capacidades condicionan el comportamiento en alta frecuencia (se pueden despreciar a baja frecuencia pero influyen a alta frecuencia)
- La frecuencia de transición es:

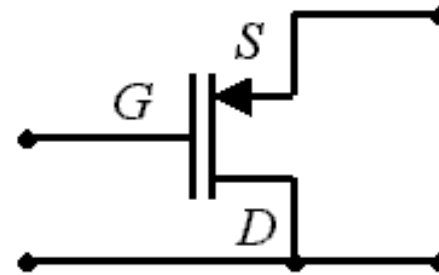
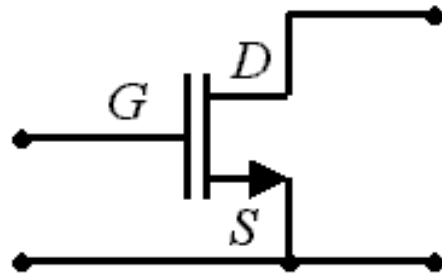
$$f_T = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{C_{gs}}$$

# CONFIGURACIONES AMPLIFICADORAS CON BJT:



	emisor común	colector común	base común
impedancia de entrada	media	alta	baja
impedancia de salida	alta	baja	muy alta
ganancia de corriente	$h_{fe}$	$h_{fe} + 1$	$\lesssim 1$
ganancia de voltaje	alta	$\lesssim 1$	alta
ganancia de potencia	muy alta	media	alta
frecuencia de corte	$f_{hfe}$	$f_{hfc} \approx f_{hfe}$	$f_{hfb} \approx h_{fe} f_{hfe}$

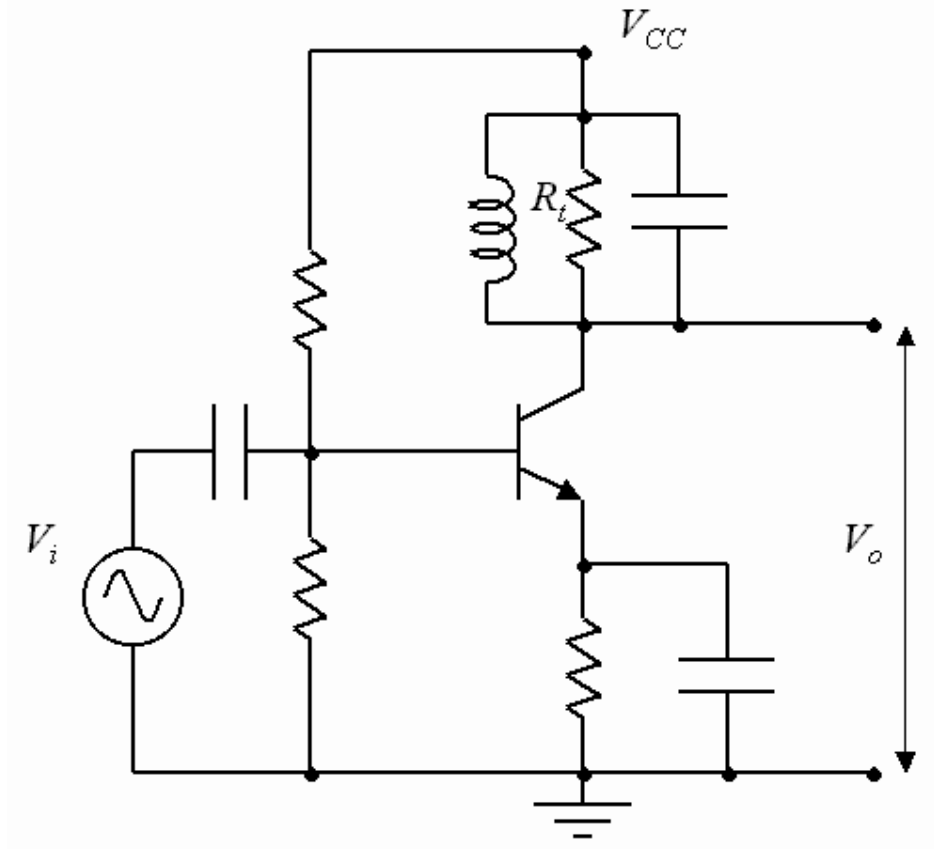
# CONFIGURACIONES AMPLIFICADORAS CON MOSFET:



	fuente común	drenador común
impedancia de entrada	muy alta	muy alta
impedancia de salida	media	baja
ganancia de voltaje	alta	$\lesssim 1$
frecuencia de corte	$g_m / (2\pi C_{gs})$	$g_m / (2\pi C_{ds})$

## 4.3.- AMPLIFICADORES EN PEQUEÑA SEÑAL

- Amplificador en *pequeña señal* implica:
  - (1) Amplitudes suficientemente pequeñas para que los dispositivos activos se puedan modelar mediante modelos lineales
  - (2) El voltaje de salida es proporcional al voltaje de entrada
- ¿Cuál es el límite dentro del cual puedo considerar que un BJT o un MOSFET operan en pequeña señal?
- Estudio de linealidad en un amplificador EC sintonizado



- Suposiciones:
  - Capacidades internas del transistor suficientemente pequeñas a  $f_0$
  - Capacidades de desacoplo suficientemente grandes a  $f_0$
  - Despreciamos efecto Early
  - Resistencias de polarización  $R_{b1}$  y  $R_{b2}$  suficientemente grandes
  - A la frecuencia de resonancia  $f_0$ , impedancia de carga  $R_t$
- Ganancia en  $f_0$ :

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = -g_m R_t$$

- Si aumentamos la amplitud de  $V_i$  deja de tener comportamiento lineal y abandonamos la zona de operación en pequeña señal:
  - Desplazamiento del punto de polarización
  - Ganancia dependiente de la amplitud de la señal de entrada
  - Aparición de armónicos

- Supongamos entrada:

$$v_{BE} = V_{BE} + V_i \cos(\omega t)$$

- La intensidad de colector viene dada por las ecuaciones de Ebers Moll:

$$I_C = \alpha I_{ES} \exp(v_{BE}/V_T) = \alpha I_{ES} \exp(V_{BE}/V_T) \cdot \exp(V_i \cos(\omega t)/V_T) = I_C^0 \exp(x \cos(\omega t))$$

donde se ha definido  $x \equiv V_i/V_T$

- La función  $\exp(x \cos(\omega t))$  es periódica y por tanto admite un desarrollo en serie de Fourier:

$$\exp(x \cos(\omega t)) = I_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(x) \cos(n\omega t)$$

siendo  $I_n(x)$  las funciones de Bessel modificadas de primera especie

- La intensidad de colector queda:

$$I_C = I_C^0 \left( I_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(x) \cos(n\omega t) \right)$$

- En pequeña señal ( $x \rightarrow 0$ ):

$$\lim_{x \rightarrow 0} I_0(x) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} I_1(x) = x/2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} I_n(x) = \frac{x^n}{n! 2^n}$$

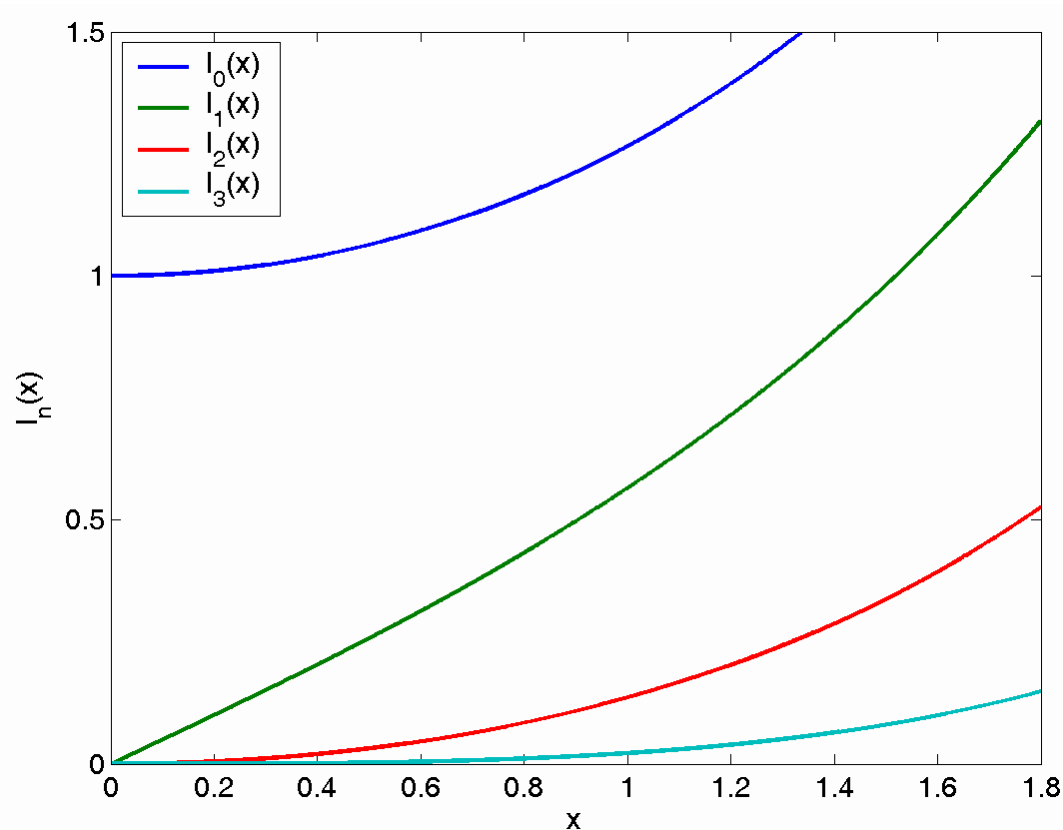
$$I_C \approx I_C^0 \left( 1 + x \cos(\omega t) + \frac{x^2}{4} \cos(2\omega t) + \dots \right) \approx I_C^0 + \frac{V_i}{V_T} I_C^0 \cos(\omega t) = I_C^0 + g_m V_i \cos(\omega t)$$

$$V_C = V_C^0 - g_m R_t V_i \cos(\omega t) \quad A_v = -g_m R_t$$



Análisis en gran señal:  $I_C = I_C^0 (I_0(x) + 2 \sum I_n(x) \cos(n\omega t))$

- El término  $I_0(x)$  produce un desplazamiento del punto de polarización:
  - Para  $x = 0,5$ ,  $I_C$  se incrementa un 6.3 %; para  $x = 1$ ,  $I_C$  se incrementa un 26.6 %
- El término  $2I_1(x)$  hace que la ganancia dependa de la amplitud de la señal de entrada:
  - Para  $x = 0,5$ ,  $A_v$  se incrementa un 3.2 %; para  $x = 1$ ,  $A_v$  se incrementa un 13.0 %
- La ganancia dependiente de la amplitud da lugar a una distorsión. La distorsión tolerable determina el límite tolerable de amplitud de entrada (para  $V_i = 25$  mV, amplitudes incrementadas 1dB)
- Los términos  $2I_n(x)$  con  $n \geq 2$  dan lugar a armónicos de frecuencias  $n\omega$  (filtrados)



# Análisis en gran señal para un MOSFET

$$I_D = K(v_{GS} - V_T)^2 \quad v_{GS} = V_{GS} + V_i \cos(\omega t)$$

$$I_D = K ((V_{GS} - V_T) + V_i \cos(\omega t))^2$$

$$I_D = K(V_{GS} - V_T)^2 + KV_i^2 \cos^2(\omega t) + 2K(V_{GS} - V_T)V_i \cos(\omega t)$$

$$I_D = I_D^0 + \frac{1}{2}KV_i^2 + \frac{1}{2}KV_i^2 \cos(2\omega t) + \frac{2I_D^0}{(V_{GS} - V_T)}V_i \cos(\omega t)$$

$$I_D = I_D^0 + \frac{1}{2}KV_i^2 + \frac{1}{2}KV_i^2 \cos(2\omega t) + g_m V_i \cos(\omega t)$$

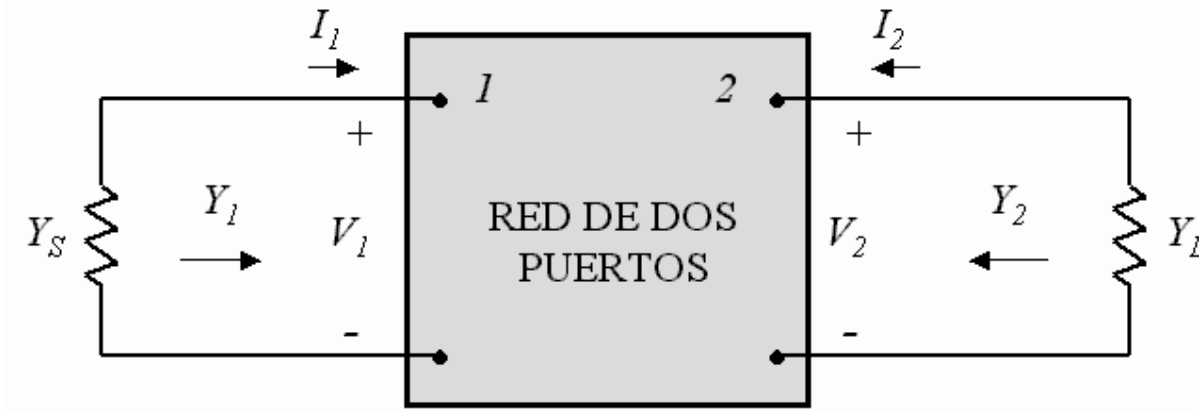
- Un valor grande de  $V_i$  (comparado con  $(V_{GS} - V_T)$ ) tiene dos efectos:
  - Desplaza el punto de polarización del MOSFET
  - Da lugar a la aparición de un armónico de frecuencia  $2\omega$
- Sin embargo, no afecta a la ganancia para la componente  $\omega$
- En la práctica, las no linealidades se hacen importantes para  $V_i$  superiores a 400 mV (en BJT para 25 mV)

## 4.4.- MODELO EN PARÁMETROS $Y$

Modelos de pequeña señal:

- Basados en la física del dispositivo:
  - Aplicables en un rango amplio de frecuencias
  - Valores fijos en este rango de frecuencias
  - Adecuados para análisis mediante ordenador
- Modelo en parámetros  $Y$  (parámetros de admitancia)
  - Modelo de cuadripolo (dispositivo con entrada y salida)
  - Útil para análisis de estabilidad y ganancia
  - Útil para análisis de realimentación
  - Los parámetros toman valores complejos específicos para cada frecuencia

# PARÁMETROS DE ADMITANCIA DE UN CUADRIPOLO



Cualquier dispositivo lineal de dos puertos se puede describir mediante las ecuaciones:

$$I_1 = V_1 y_i + V_2 y_r = -V_1 Y_S$$

$$I_2 = V_1 y_f + V_2 y_o = -V_2 Y_L$$

donde  $Y_S$  e  $Y_L$  son las admitancias de la fuente y de la carga, respectivamente, y donde  $y_i$ ,  $y_r$ ,  $y_f$  e  $y_o$  son los parámetros de admitancia en cortocircuito del dispositivo:

$$y_i \equiv \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad y_r \equiv \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad y_f \equiv \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad y_o \equiv \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

(admitancias de entrada, de transferencia inversa, de transferencia directa y de salida)

$$I_1 = V_1 y_i + V_2 y_r = -V_1 Y_S$$

$$I_2 = V_1 y_f + V_2 y_o = -V_2 Y_L$$

Ganancia de tensión y corriente, y admitancias de entrada y salida ( $A_V$ ,  $A_I$ ,  $Y_1$  e  $Y_2$ ):

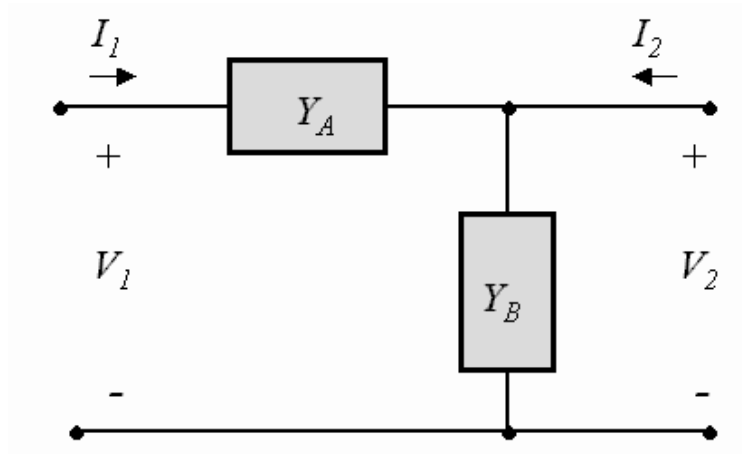
$$A_V \equiv \frac{V_2}{V_1} = \frac{-y_f}{y_o + Y_L} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{-y_r}{y_i + Y_S}$$

$$A_I \equiv \frac{I_2}{I_1} = \frac{y_f Y_L}{y_i y_o - y_f y_r + y_i Y_L}$$

$$Y_1 \equiv \frac{I_1}{V_1} = y_i - \frac{y_r y_f}{y_o + Y_L}$$

$$Y_2 \equiv \frac{I_2}{V_2} = y_o - \frac{y_r y_f}{y_i + Y_S}$$

## Ejemplo de cálculo de parámetros $Y$



Parámetros de admitancias de la red:

$$y_i = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = Y_A \quad y_r = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = -Y_A$$

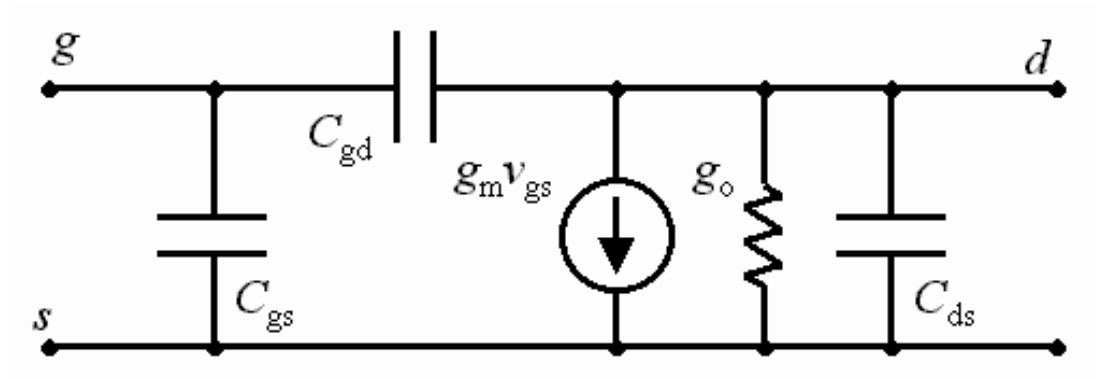
$$y_f = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = -Y_A \quad y_o = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = Y_A + Y_B$$

Ganancia de tensión y corriente, y admitancias de entrada y salida

$$A_V = \frac{-y_f}{y_o + Y_L} = \frac{Y_A}{Y_A + Y_B + Y_L} \quad A_I = \frac{y_f Y_L}{y_i y_o - y_f y_r + y_i Y_L} = \frac{-Y_A Y_L}{Y_A Y_B + Y_A Y_L}$$

$$Y_1 = y_i - \frac{y_r y_f}{y_o + Y_L} = \frac{Y_A (Y_B + Y_L)}{Y_A + Y_B + Y_L} \quad Y_2 = y_o - \frac{y_r y_f}{y_i + Y_S} = \frac{Y_A Y_S + Y_B Y_A + Y_B Y_S}{Y_A + Y_S}$$

# PARÁMETROS Y DE UN MOSFET



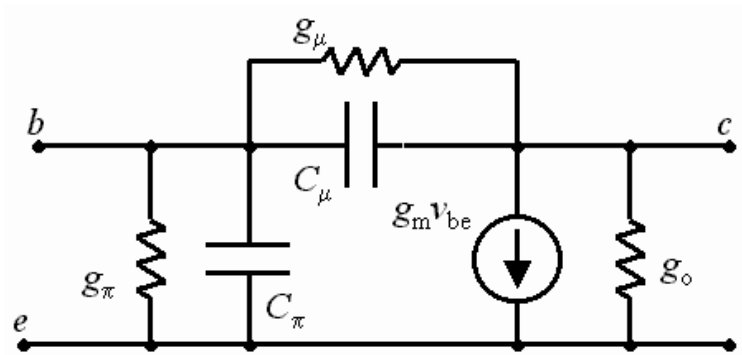
$$y_i = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = j\omega C_{gs} + j\omega C_{gd}$$

$$y_r = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = -j\omega C_{gd}$$

$$y_f = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = g_m - j\omega C_{gd}$$

$$y_o = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = g_o + j\omega C_{ds} + j\omega C_{gd}$$

# PARÁMETROS Y DE UN BJT SIN $r_x$



$$y_i = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = g_\pi + g_\mu + j\omega C_\pi + j\omega C_\mu$$

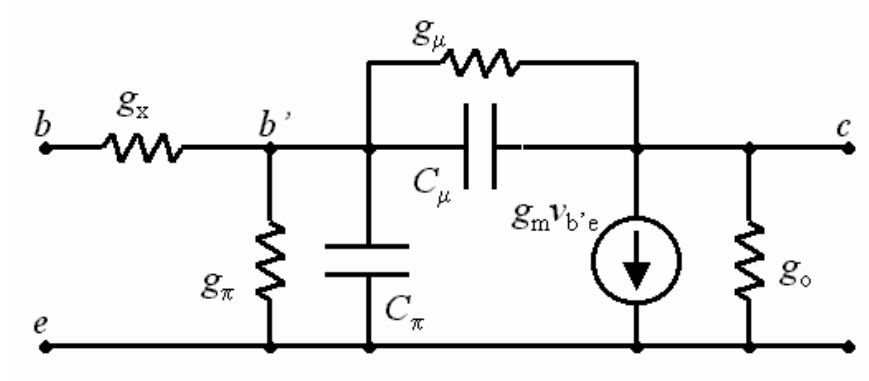
$$y_r = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = -g_\mu - j\omega C_\mu$$

$$y_f = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = g_m - g_\mu - j\omega C_\mu$$

$$y_o = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = g_o + g_\mu + j\omega C_\mu$$



# PARÁMETROS Y DE UN BJT CON $r_x$



$$y_i = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{g_x(g_\pi + g_\mu + j\omega C_\pi + j\omega C_\mu)}{g_x + g_\pi + g_\mu + j\omega C_\pi + j\omega C_\mu}$$

$$y_r = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = \frac{-g_x(g_\mu + j\omega C_\mu)}{g_x + g_\pi + g_\mu + j\omega C_\pi + j\omega C_\mu}$$

$$y_f = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{g_x(g_m - g_\mu - j\omega C_\mu)}{g_x + g_\pi + g_\mu + j\omega C_\pi + j\omega C_\mu}$$

$$y_o = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = g_o + \frac{(g_\mu + j\omega C_\mu)(g_m + g_x + g_\pi + j\omega C_\pi)}{g_x + g_\pi + g_\mu + j\omega C_\pi + j\omega C_\mu}$$

## 4.5.- ESTABILIDAD DEL AMPLIFICADOR

- Circuito estable: libre de oscilaciones indeseables
- Cualquier circuito es inestable si a la entrada recibe suficiente señal de la salida con la fase adecuada
- Acoplamiento entre salida y entrada:
  - A través de elementos internos:  $C_{\mu}$  en BJT o  $C_{gd}$  en MOSFET
  - A través de elementos externos (red de realimentación)
- Objetivo del amplificador:
  - Máxima ganancia de potencia
  - Estabilidad
- Criterios de estabilidad:
  - Para dispositivos: Factor  $C$  de Linvill
  - Para circuitos: Factor  $K$  de Stern

$$C = \frac{|y_f y_r|}{2g_i g_o - \operatorname{Re}(y_f y_r)} \quad C < 1 \Rightarrow \text{incondicionalmente estable}$$

$$K = \frac{2(g_i + G_S)(g_o + G_L)}{|y_f y_r| + \operatorname{Re}(y_f y_r)} \quad K > 1 \Rightarrow \text{circuito estable}$$

# FACTOR DE ESTABILIDAD $C$ DE LINVILL

- El factor de estabilidad  $C$  de Linvill se define como:

$$C = \frac{|y_f y_r|}{2g_i g_o - \text{Re}(y_f y_r)}$$

- Determina la estabilidad del dispositivo en el peor de los casos (con ambos puertos en circuito abierto, es decir,  $Y_S \rightarrow 0$   $Y_L \rightarrow 0$ )
- Si  $C < 1$  el dispositivo es incondicionalmente estable (estable independientemente de las admitancias de fuente y carga)
- Si  $C > 1$  el dispositivo es potencialmente inestable (puede ser inestable para determinados valores de las admitancias de carga y fuente)
- Algunos BJTs y MOSFETs son potencialmente inestables en algunas frecuencias debido a  $C_\mu$  y  $C_{gd}$

## Factor $C$ de Linvill: ejemplo

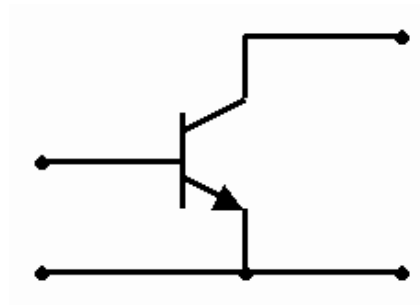
- Estudiar la estabilidad de un transistor 2N4957 a  $f = 200$  MHz, con  $I_C = 2$  mA y  $V_{CE} = 10$  V en emisor común
- Consultando gráficas podemos ver:

$$y_i = (2,7 + j6,8)\text{m}\Omega \quad y_f = (53 - j22)\text{m}\Omega$$

$$y_o = (0,1 + j1,5)\text{m}\Omega \quad y_r = (0 - j0,5)\text{m}\Omega$$

$$|y_f| = 57,4\text{m}\Omega \quad |y_r| = 0,5\text{m}\Omega$$

$$C = \frac{|y_f y_r|}{2g_i g_o - \text{Re}(y_f y_r)} = \frac{57,4 \cdot 0,5}{0,54 + 11} = 2,49 > 1 \quad \Rightarrow \quad \text{potencialmente inestable}$$

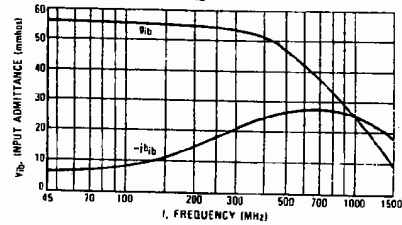


# Obtención de parámetros de admitancia

**COMMON BASE Y PARAMETER VARIATIONS**  
( $V_{CE} = 10 \text{ Vdc}$ ,  $I_C = 2.0 \text{ mAdc}$ )

**y PARAMETERS versus FREQUENCY**

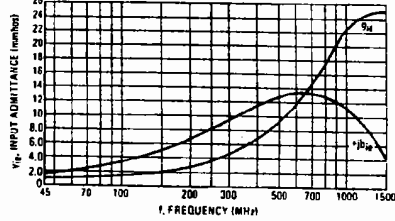
**FIGURE 33 -  $y_{ib}$  INPUT ADMITTANCE**



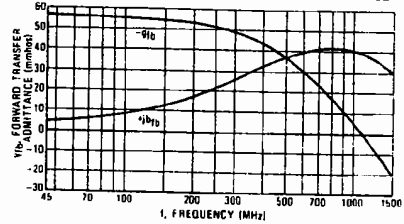
**COMMON EMITTER y PARAMETER VARIATION**  
( $V_{CE} = 10 \text{ Vdc}$ ,  $I_C = 2.0 \text{ mAdc}$ )

**y PARAMETERS versus FREQUENCY**

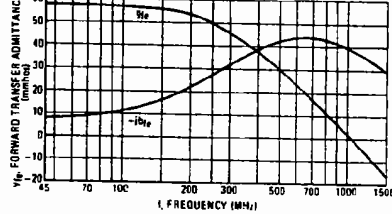
**FIGURE 41 -  $y_{ie}$  INPUT ADMITTANCE**



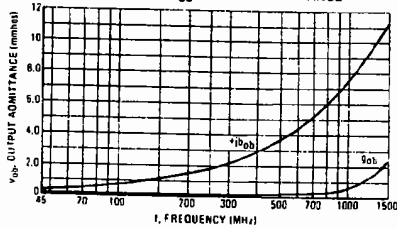
**FIGURE 35 -  $y_{fb}$  FORWARD TRANSFER ADMITTANCE**



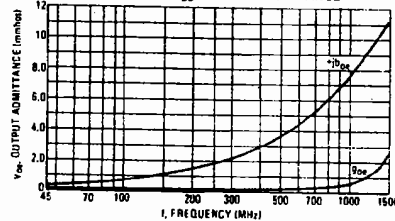
**FIGURE 43 -  $y_{fe}$  FORWARD TRANSFER ADMITTANCE**



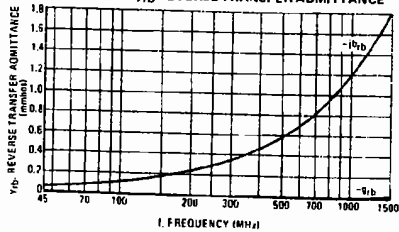
**FIGURE 37 -  $y_{ob}$  OUTPUT ADMITTANCE**



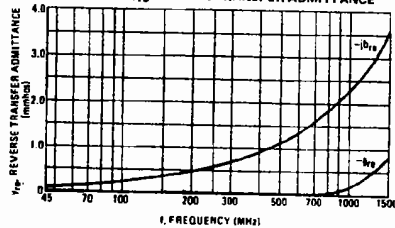
**FIGURE 45 -  $y_{oe}$  OUTPUT ADMITTANCE**



**FIGURE 39 -  $y_{rb}$  REVERSE TRANSFER ADMITTANCE**



**FIGURE 47 -  $y_{re}$  REVERSE TRANSFER ADMITTANCE**

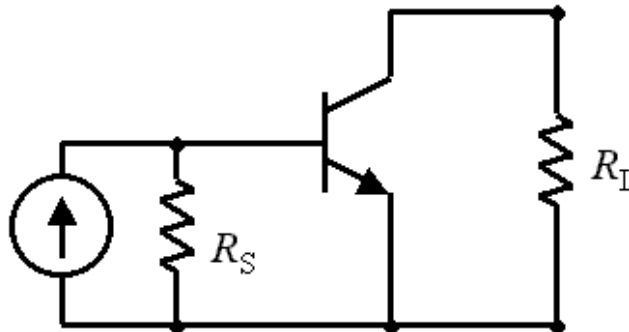


# FACTOR DE ESTABILIDAD $K$ DE STERN

- Al añadir impedancias de fuente y carga finitas, la estabilidad tiende a mejorar
- El factor de estabilidad  $K$  de Stern se define como:

$$K = \frac{2(g_i + G_S)(g_o + G_L)}{|y_f y_r| + \text{Re}(y_f y_r)}$$

- Si  $K > 1$  el circuito es estable
- Si  $K < 1$  el circuito es potencialmente inestable
- Cuanto mayor sean  $G_S$  y  $G_L$ , mejor es la estabilidad (aunque disminuye la ganancia)
- Si  $K$  es próximo a 1, riesgo de inestabilidad por realimentaciones con elementos parásitos
- Valores recomendados:  $4 < K < 10$



## Factor $K$ de Stern: ejemplo

- Estudiar la estabilidad de un transistor 2N4957 a  $f = 200$  MHz, con  $I_C = 2$  mA y  $V_{CE} = 10$  V en emisor común, con  $R_S = 50\Omega$  y  $R_L = 1k\Omega$

$$y_i = (2,7 + j6,8)\text{m}\bar{\Omega} \quad y_f = (53 - j22)\text{m}\bar{\Omega}$$

$$y_o = (0,1 + j1,5)\text{m}\bar{\Omega} \quad y_r = (0 - j0,5)\text{m}\bar{\Omega}$$

$$G_S = 20\text{m}\bar{\Omega} \quad G_L = 1\text{m}\bar{\Omega}$$

$$g_i + G_S = 22,7\text{m}\bar{\Omega} \quad g_o + G_L = 1,1\text{m}\bar{\Omega}$$

$$y_f y_r = (-11 - j26,5)(\text{m}\bar{\Omega})^2 \quad |y_f y_r| = 28,7(\text{m}\bar{\Omega})^2 \quad \text{Re}(y_f y_r) = -11(\text{m}\bar{\Omega})^2$$

$$K = \frac{2(g_i + G_S)(g_o + G_L)}{|y_f y_r| + \text{Re}(y_f y_r)} = \frac{2 \cdot 22,7 \cdot 1,1}{28,7 - 11} = 2,82 > 1 \quad \Rightarrow \quad \text{circuito estable}$$

# ESTABILIDAD EN CIRCUITOS REALIMENTADOS

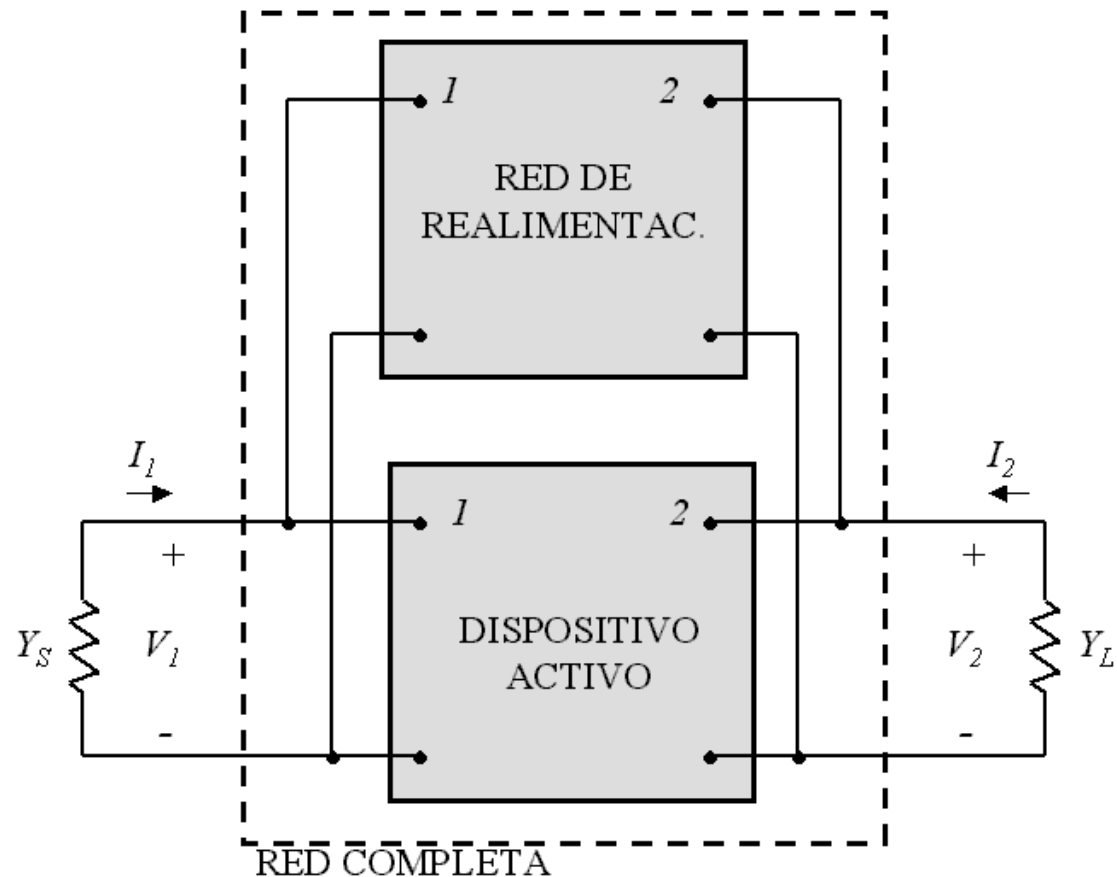
- Si consideramos una red de realimentación externa, podemos aplicar los criterios de Linvill y Stern a la red completa
- Para el análisis debemos considerar los parámetros de admitancia de la red completa:

$$y_{ic} = y_{it} + y_{if}$$

$$y_{rc} = y_{rt} + y_{rf}$$

$$y_{fc} = y_{ft} + y_{ff}$$

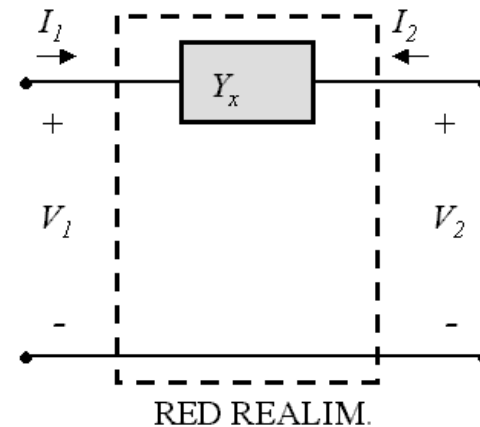
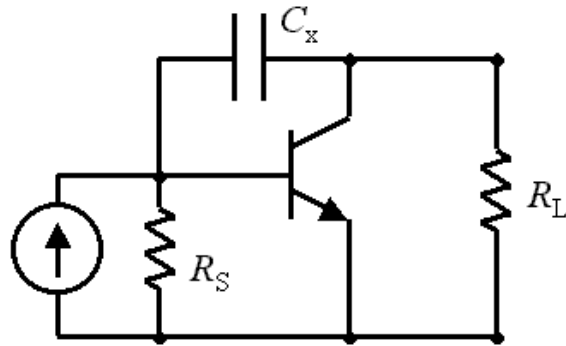
$$y_{oc} = y_{ot} + y_{of}$$





## Estabilidad en circuitos realimentados: ejemplo

- Estudiar la estabilidad de un transistor 2N4957 a  $f = 200$  MHz, con  $I_C = 2$  mA y  $V_{CE} = 10$  V en emisor común, con  $R_S = 50\Omega$  y  $R_L = 1k\Omega$  al que se ha colocado una capacidad  $C_x = 3,25$  pF entre colector y base



$$y_{if} = y_{of} = Y_x = j\omega C_x = j4\text{m}\mathcal{U}$$

$$y_{ff} = y_{rf} = -Y_x = -j\omega C_x = -j4\text{m}\mathcal{U}$$

Parámetros del transistor:

$$y_{it} = (2,7 + j6,8)\text{m}\Omega$$

$$y_{ft} = (53 - j22)\text{m}\Omega$$

$$y_{ot} = (0,1 + j1,5)\text{m}\Omega$$

$$y_{rt} = (0 - j0,5)\text{m}\Omega$$

Parámetros del circuito realimentado:

$$y_{ic} = (2,7 + j10,8)\text{m}\Omega$$

$$y_{fc} = (53 - j26)\text{m}\Omega$$

$$y_{oc} = (0,1 + j5,5)\text{m}\Omega$$

$$y_{rc} = (0 - j4,5)\text{m}\Omega$$

Factores de Linvill y Stern:

$$G_S = 20\text{m}\Omega$$

$$G_L = 1\text{m}\Omega$$

$$g_i + G_S = 22,7\text{m}\Omega$$

$$g_o + G_L = 1,1\text{m}\Omega$$

$$y_f y_r = (-117 - j238,5)(\text{m}\Omega)^2 \quad |y_f y_r| = 265,6(\text{m}\Omega)^2 \quad \text{Re}(y_f y_r) = -117(\text{m}\Omega)^2$$

$$C = \frac{|y_f y_r|}{2g_i g_o - \text{Re}(y_f y_r)} = \frac{256,6}{2 \cdot 2,7 \cdot 0,1 + 117} = 2,26 > 1 \quad \Rightarrow \quad \text{potencialmente inestable}$$

$$K = \frac{2(g_i + G_S)(g_o + G_L)}{|y_f y_r| + \text{Re}(y_f y_r)} = \frac{2 \cdot 22,7 \cdot 1,1}{265,6 - 117} = 0,336 < 1 \quad \Rightarrow \quad \text{potencialmente inestable}$$

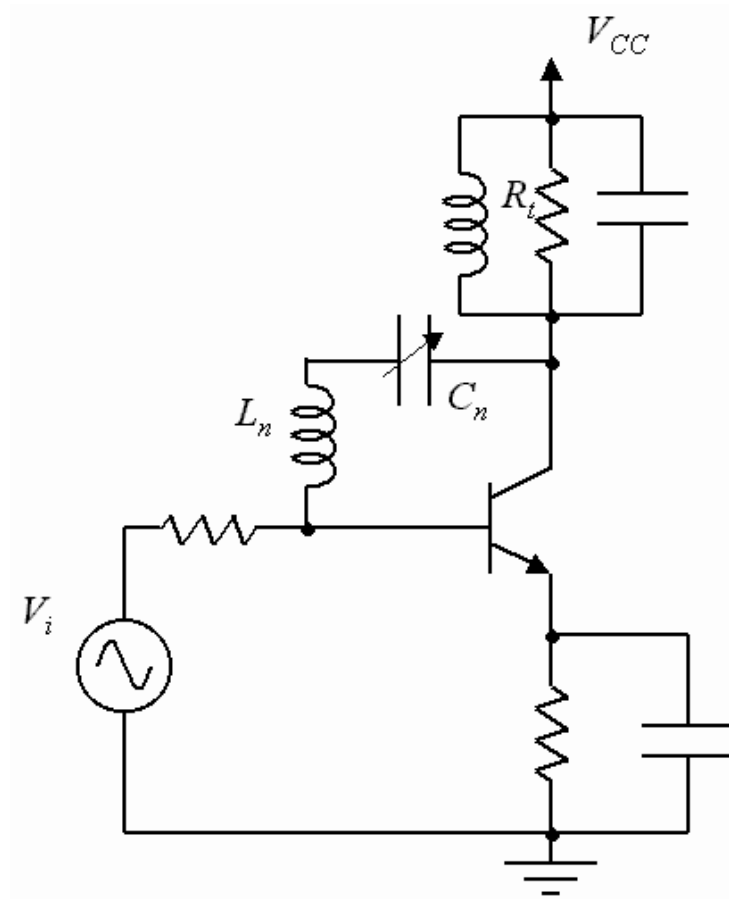
# ESTABILIZACIÓN DE UN AMPLIFICADOR

- La inestabilidad del circuito es debida a la trayectoria de realimentación:
  - $y_{rc} = y_{rt} + y_{rf}$
  - Interna: a través de  $y_{rt}$
  - Externa: a través de  $y_{rf}$
- Métodos de estabilización del circuito:
  - Unilateralización: Elegir  $y_{rf}$  que hace anula  $y_{rc}$
  - Neutralización: Si  $y_{rt}$  es compleja (tiene parte real e imaginaria) es difícil encontrar la red que hace que  $y_{rc}$  se anule; si se hace  $y_{rf} = -jb_{rt}$  siendo  $g_{rt} \ll b_{rt}$ , queda  $y_{rc} = g_{rt}$  suficientemente pequeña como para garantizar estabilidad: amplificador neutralizado
  - Disminuir las resistencias de carga y de fuente mejora la estabilidad (a costa de reducir ganancia); se recomienda  $4 < K < 10$

$$C = \frac{|y_f y_r|}{2g_i g_o - \text{Re}(y_f y_r)} \quad K = \frac{2(g_i + G_S)(g_o + G_L)}{|y_f y_r| + \text{Re}(y_f y_r)}$$

## Ejemplo de neutralización:

- $L_n$  y  $C_n$  se eligen para anular  $b_{rc}$
- Queda:  $y_{rc} = g_{rt}$



# 4.6.- GANANCIA DE POTENCIA EN AMPLIFICACIÓN

Definiciones de ganancia de potencia:

- Ganancia de potencia de operación:

$$G_P = \frac{P_o}{P_i}$$

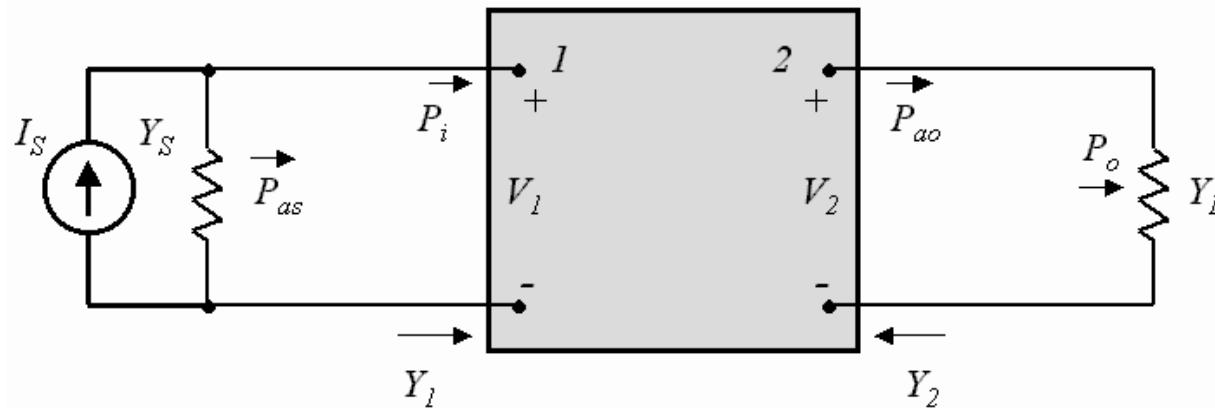
- Ganancia de transductor:

$$G_T = \frac{P_o}{P_{as}}$$

- Ganancia disponible:

$$G_A = \frac{P_{ao}}{P_{as}}$$

- Máxima Ganancia Disponible MAG:



# GANANCIA DE POTENCIA DE OPERACIÓN $G_P$

- $G_P$  es la ganancia de potencia desde la entrada del amplificador hasta la carga:

$$G_P = \frac{P_o}{P_i} = \frac{\text{potencia entregada a la carga}}{\text{potencia en el puerto de entrada}} = \frac{|V_2|^2 G_L}{|V_1|^2 G_1}$$

- Toma el valor:

$$G_P = \frac{|y_f|^2 G_L}{|Y_L + y_o|^2 G_1}$$

## GANANCIA DE POTENCIA DEL TRANSDUCTOR $G_T$

- $G_T$  es el cociente entre la potencia entregada a la carga y la potencia disponible en la fuente:

$$G_T = \frac{P_o}{P_{as}} = \frac{\text{potencia entregada a la carga}}{\text{potencia disponible en la fuente}}$$

- Se asume que el acoplamiento entre la fuente y el amplificador es óptimo:

$$Y_S = Y_1^*$$

- Toma el valor:

$$G_T = \frac{4G_S G_L |y_f|^2}{|(y_i + Y_S)(y_o + Y_L) - y_f y_r|^2}$$

## GANANCIA DE POTENCIA DISPONIBLE $G_A$

- $G_A$  es la máxima ganancia que puede proporcionar el amplificador:

$$G_A = \frac{P_{ao}}{P_{as}} = \frac{\text{potencia disponible en el puerto de salida}}{\text{potencia disponible en la fuente}}$$

- Se asume que el acoplamiento entre la fuente y el amplificador es óptimo:

$$Y_S = Y_1^*$$

- Se asume que el acoplamiento entre el amplificador y la carga es óptimo:

$$Y_L = Y_2^*$$

- Toma el valor:

$$G_A = \frac{|y_f|^2 G_S}{\text{Re} \left( (y_i y_o - y_f y_r + y_o Y_S)(y_i + Y_S)^* \right)}$$



# MÁXIMA GANANCIA DISPONIBLE MAG

- MAG es la ganancia teórica del amplificador suponiendo  $y_r = 0$
- En tal caso, se verifica:

$$Y_1 = y_i \quad Y_2 = y_o$$

- Se asume acoplamiento óptimo en fuente y carga
- MAG representa el límite superior teórico de ganancia que puede obtenerse con el dispositivo activo
- Su valor se obtiene de  $G_A$  o de  $G_T$  haciendo  $y_r = 0$ , con  $Y_S = y_i^*$ ,  $Y_L = y_o^*$ :

$$\text{MAG} = \frac{|y_f|^2}{4g_i g_o}$$

# GANANCIA DE POTENCIA Y DISEÑO DEL AMPLIFICADOR

- MAG proporciona un límite máximo teórico (si  $y_r = 0$ )
- En general,  $y_r \neq 0$  y la ganancia máxima de potencia  $G_A$  se obtiene cuando hay acoplamiento de admitancias de fuente y carga  $Y_S = Y_1^*$ ;  $Y_L = Y_2^*$ 
  - Esta condición es difícil de conseguir, ya que  $Y_1$  depende de  $Y_L$ , e  $Y_2$  depende de  $Y_S$
  - Cuando se consigue esta condición,  $G_T = G_A$ ; si no se consigue,  $G_T < G_A$
- Objetivo del diseño: maximizar  $G_P$  (ganancia de operación) o  $G_T$  (ganancia del transductor) manteniendo la estabilidad
  - Si el dispositivo es incondicionalmente estable, se pueden buscar los valores  $Y_S Y_L$  que maximizan la ganancia  $G_T$  (que hacen  $G_T = G_A$ )
  - Si el dispositivo es potencialmente inestable:
    - Realimentación para unilaterizar o neutralizar, y buscar entonces las admitancias  $Y_S Y_L$  que maximizan  $G_T$  (que hacen  $G_T = G_A$ )
    - O bien buscar las admitancias  $Y_S Y_L$  que maximizan  $G_T$  para un factor de Stern  $K$  adecuado

# DISEÑO DEL AMPLIFICADOR

- Dispositivo incondicionalmente estable ( $C < 1$ ):
  - Con realimentación (unilateralizado): MAG
  - Sin realimentación:  $G_A$
- Dispositivo potencialmente inestable ( $C > 1$ ):
  - Con realimentación:
    - Unilateralizado: MAG
    - Neutralizado con  $C < 1$ :  $G_A$
    - Neutralizado con  $C > 1$ :  $G_T$  t.q.  $K > 4$
  - Sin realimentación con  $C > 1$ :  $G_T$  t.q.  $K > 4$

## 4.7.- DISEÑO CON DISPOSITIVO INCOND. ESTABLE

### AMPLIFICADOR UNILATERALIZADO (con realimentación)

- La red de realimentación que proporciona unilateralización estaría formada por  $y_x$  con  $y_x = y_{rt}$
- De este modo, como  $y_{rf} = -y_x$ , queda  $y_{rf} = -y_{rt}$  y por tanto  $y_{rc} = 0$
- Los parámetros de la red completa serían:

$$y_{ic} = y_{it} + y_{rt} \quad y_{rc} = 0$$

$$y_{fc} = y_{ft} - y_{rt} \quad y_{oc} = y_{ot} + y_{rt}$$

- Las admitancias de entrada y salida serían:

$$Y_1 = y_{ic} - \frac{y_{rc}y_{fc}}{y_{oc} + Y_L} = y_{ic} = y_{it} + y_{rt}$$

$$Y_2 = y_{oc} - \frac{y_{rc}y_{fc}}{y_{ic} + Y_S} = y_{oc} = y_{ot} + y_{rt}$$

- $Y_1$  e  $Y_2$  son independientes de  $Y_L$  e  $Y_S$ : la sintonización de la red no afecta al acoplamiento de impedancias; útil en diseño multietapa
- Ganancia de potencia del transductor unilateralizado:

$$G_{Tu} = \frac{4G_S G_L |y_{ft} - y_{rt}|^2}{|(y_{it} + y_{rt} + Y_S)(y_{ot} + y_{rt} + Y_L)|^2}$$

- Si hay acoplamiento de impedancias de fuente y carga ( $Y_S = Y_1^*$ ,  $Y_L = Y_2^*$ ) estamos en condiciones de máxima ganancia de potencia:

$$Y_S = (y_{it} + y_{rt})^* \quad Y_L = (y_{ot} + y_{rt})^*$$

$$G_{Tu-max} = \frac{|y_{fc}|^2}{4g_{ic}g_{oc}} = \frac{|y_{ft} - y_{rt}|^2}{4(g_{it} + g_{rt})(g_{ot} + g_{rt})} = \mathbf{MAG}_u$$

# AMPLIFICADOR SIN REALIMENTACIÓN

- Se deben elegir las admitancias de carga y fuente que maximicen la ganancia de potencia:

$$Y_S = Y_1^* \quad Y_L = Y_2^*$$

donde:

$$Y_1 = y_i - \frac{y_r y_f}{y_o + Y_L} \quad Y_2 = y_o - \frac{y_r y_f}{y_i + Y_S}$$

- Puesto que  $y_r$  no se anula,  $Y_L$  afecta a  $Y_1$ , e  $Y_S$  afecta a  $Y_2$ , por lo que el cálculo de  $Y_L$  e  $Y_S$  no es inmediato
- Se trata de determinar:

$$Y_S = G_S + jB_S \quad Y_L = G_L + jB_L$$

que maximicen  $G_T$ :

$$G_T = \frac{4G_S G_L |y_f|^2}{|(y_i + Y_S)(y_o + Y_L) - y_f y_r|^2}$$

- $Y_S, Y_L$  se pueden obtener derivando  $G_T$  con respecto a  $G_S, B_S, G_L$  y  $B_L$  e igualando las derivadas a 0:

$$G_S = \frac{\sqrt{(2g_i g_o - \text{Re}(y_f y_r))^2 - |y_f y_r|^2}}{2g_o} \quad B_S = -b_i + \frac{\text{Im}(y_f y_r)}{2g_o}$$

$$G_L = \frac{\sqrt{(2g_i g_o - \text{Re}(y_f y_r))^2 - |y_f y_r|^2}}{2g_i} = \frac{G_S g_o}{g_i} \quad B_L = -b_o + \frac{\text{Im}(y_f y_r)}{2g_i}$$

- El valor de  $G_T$  obtenido en estas condiciones es:

$$G_{T-max} = \frac{|y_f|^2}{2g_i g_o - \text{Re}(y_f y_r) + \sqrt{(2g_i g_o - \text{Re}(y_f y_r))^2 - |y_f y_r|^2}}$$

## 4.8.- DISEÑO CON DISPOSITIVO POTENC. INESTABLE

- Si realimentamos y conseguimos unilateralizar, la red realimentada es incondicionalmente estable y se sigue el procedimiento visto para dispositivos unilateralizados
- Si realimentamos y neutralizamos, haciendo el dispositivo incondicionalmente estable, podemos aplicar el procedimiento anterior para hacer  $Y_S = Y_1^*$ ,  $Y_L = Y_2^*$
- Si la neutralización no hace el dispositivo incondicionalmente estable o si no realimentamos y es potencialmente inestable, debemos elegir las admitancias de carga y fuente que hagan  $K$  suficientemente grande

### ESTABILIZACIÓN SIN REALIMENTACIÓN CON $G_S$ FIJO

- El criterio de Stern indica que podemos conseguir estabilidad sin realimentar haciendo  $G_S$  y  $G_L$  suficientemente grandes
- Usualmente, en RF  $G_S$  debe fijarse por consideraciones de ruido
- Fijado  $G_S$  y  $K$  (el factor de Stern deseado),  $G_L$  se obtiene despejando en:

$$K = \frac{2(g_i + G_S)(g_o + G_L)}{|y_f y_r| + \text{Re}(y_f y_r)}$$

- $B_S$  y  $B_L$  se obtienen mediante un procedimiento iterativo



- Pretendemos:

$$B_S = -B_1 = -\text{Im}(Y_1) \qquad B_L = -B_2 = -\text{Im}(Y_2)$$

donde:

$$Y_1 = y_i - \frac{y_r y_f}{y_o + Y_L} \qquad Y_2 = y_o - \frac{y_r y_f}{y_i + Y_S}$$

- Procedimiento iterativo:

1. Inicializamos:  $B_L = -b_o$
2. A partir de  $Y_L$  calculamos  $Y_1$  y obtenemos  $B_S$
3. A partir de  $Y_S$  calculamos  $Y_2$  y obtenemos  $B_L$
4. Iteramos (2) y (3) hasta convergencia
5. Una vez obtenidos  $Y_S$  e  $Y_L$  se puede calcular la ganancia del transductor  $G_T$

# ESTABILIZACIÓN SIN REALIMENTACIÓN CON $G_S$ Y $G_L$ LIBRES

- Si  $G_S$  y  $G_L$  se pueden elegir sin restricciones, podemos establecerlos para que maximicen  $G_T$  para un valor dado de  $K$ :

$$G_S = \sqrt{\frac{K(|y_f y_r| + \operatorname{Re}(y_f y_r))g_i}{2g_o}} - g_i$$

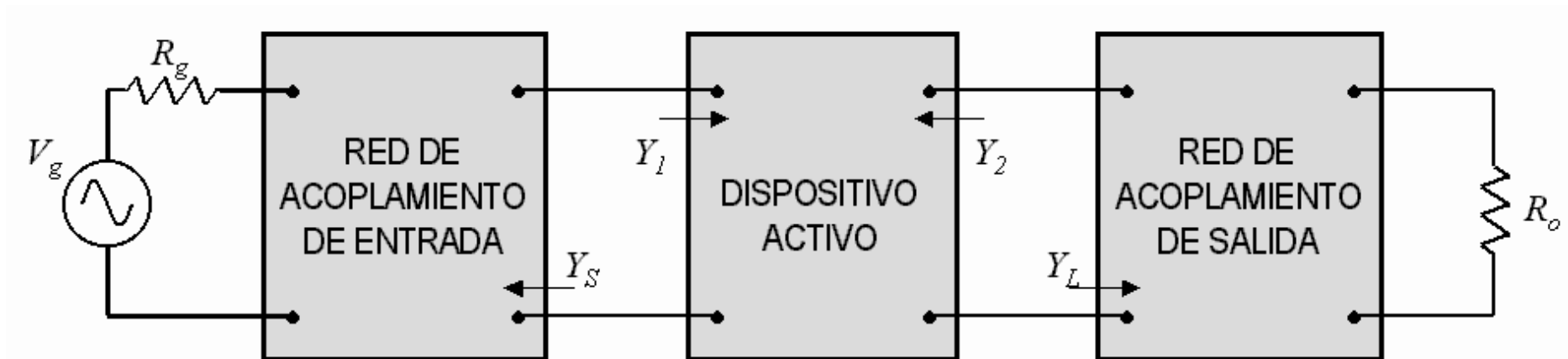
$$G_L = \sqrt{\frac{K(|y_f y_r| + \operatorname{Re}(y_f y_r))g_o}{2g_i}} - g_o$$

- Y los valores de  $B_S$  y  $B_L$  se obtendrían mediante el proceso iterativo anterior

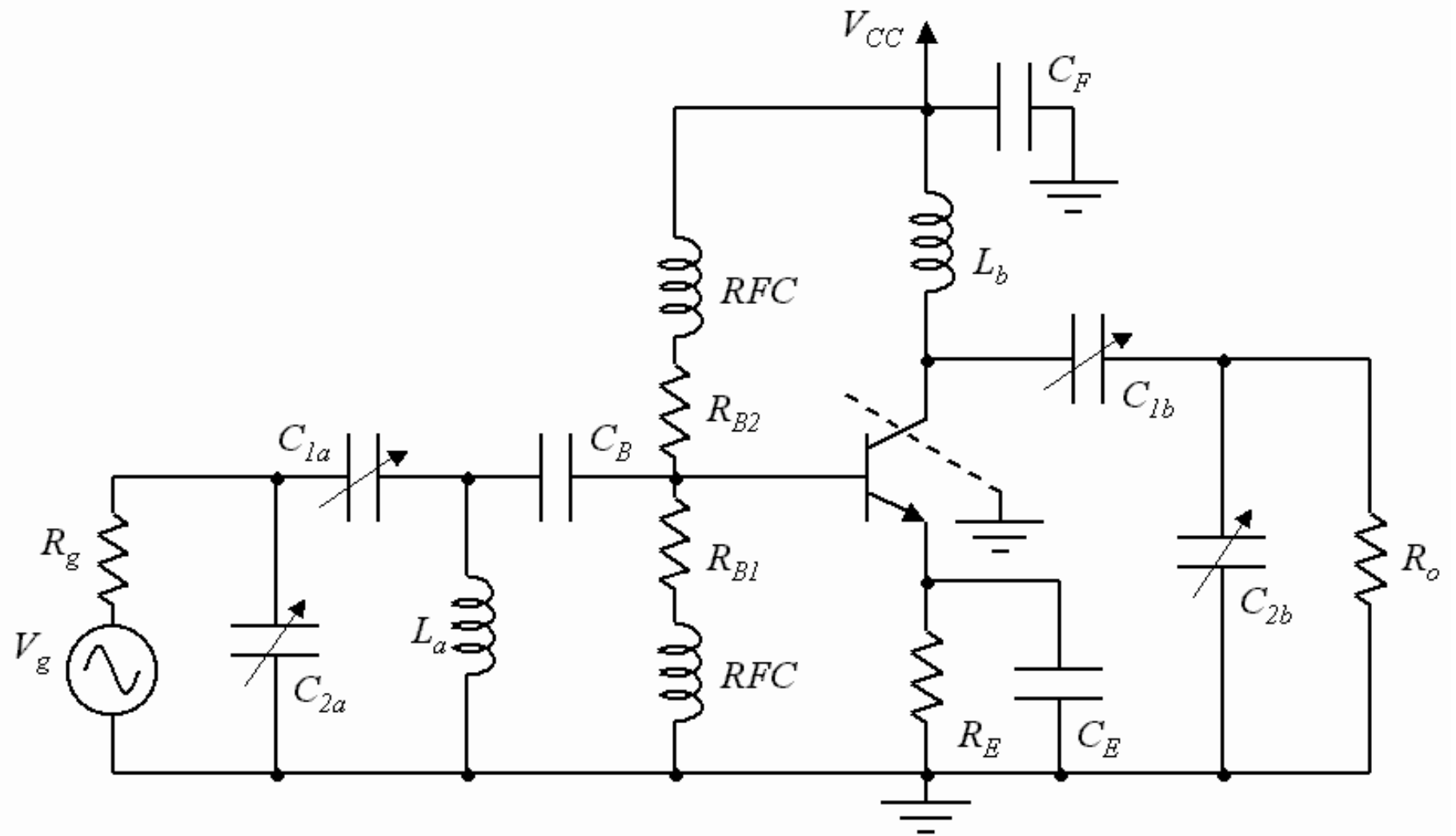
# 4.9.- DISEÑO DE AMPLIFICADOR SINTONIZADO

## ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS Y POLARIZACIÓN

- A partir de un dispositivo activo sabemos calcular los valores  $Y_S$  e  $Y_L$  que proporcionan la ganancia y estabilidad adecuados
- Necesitamos adaptar las impedancias de fuente y carga reales a estos valores
- Necesitamos sintonizar (establecer frecuencia de resonancia y ancho de banda)
  - Redes de adaptación de impedancias (tapped inductor o tapped capacitor)
  - Considerar las susceptancias ( $B_1$  y  $B_2$ ) en la red de adaptación de impedancias
- Necesitamos polarizar el transistor
  - Redes de polarización (condensadores de desacoplo, RFCs)



Ejemplo:



- $C_{1a}$ ,  $C_{2a}$ ,  $L_a$  transforman  $R_g$  en  $R_S$ , sintonizan y compensan  $B_1$
- $C_{1b}$ ,  $C_{2b}$ ,  $L_b$  transforman  $R_o$  en  $R_L$ , sintonizan y compensan  $B_2$
- $R_{B1}$  y  $R_{B2}$  polarizan el transistor (fijan la tensión de base en DC)
- RFC son *choques de radio frecuencia* para aislar la base en pequeña señal
- $R_E$  polariza el transistor (fija la corriente de colector en DC)
- $C_E$  pone a tierra el emisor en pequeña señal
- En DC, el colector está a  $V_{CC}$  debido a la bobina  $L_2$
- Conviene poner un blindaje a tierra entre los conductores de colector y base para evitar capacidades parásitas
- La capacidad  $C_F$  pone  $V_{CC}$  a tierra en pequeña señal
- Si es necesario, se puede añadir circuito de unilateralización o neutralización

# PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

1. Se elige el transistor adecuado teniendo en cuenta los requerimientos de ganancia, frecuencia, figura de ruido, etc.
2. Se determinan los parámetros de admitancias del transistor a la frecuencia de trabajo
3. Se determina la estabilidad del dispositivo (factor de estabilidad  $C$  de Linvill), y del circuito (factor de estabilidad  $K$  de Stern) considerando los distintos casos (realimentación para unilateralización o neutralización, etc.) y se determinan las admitancias  $Y_S$  e  $Y_L$  de carga y de fuente adecuadas
4. Se determinan las impedancias de la fuente de señal  $R_g$  y de la carga  $R_o$  (usualmente  $50 \Omega$ )
5. Se diseñan las redes de adaptación de impedancias
  - Transformación de impedancias, teniendo en cuenta las susceptancias  $G_1$  y  $G_2$  de entrada y salida del amplificador
  - Frecuencia de trabajo y ancho de banda
  - Usualmente redes tapped capacitor o tapped inductor

# **Tema 5:**

# **OSCILADORES SENOIDALES**

# Tema 5: OSCILADORES SENOIDALES

## 5.1.- Introducción

## 5.2.- Características de los osciladores

## 5.3.- Condiciones de oscilación

## 5.4.- Tipos de osciladores:

- Elemento resonador
- Elemento activo
- Red de realimentación

## 5.5.- Diseño de osciladores

## 5.6.- Osciladores LC

- Análisis de un oscilador Colpitts
- Diseño de un oscilador Colpitts
- Oscilador Colpitts para baja resistencia de carga
- Oscilador de Clapp
- Oscilador de Hartley

## 5.7.- Osciladores controlados por tensión (VCO)

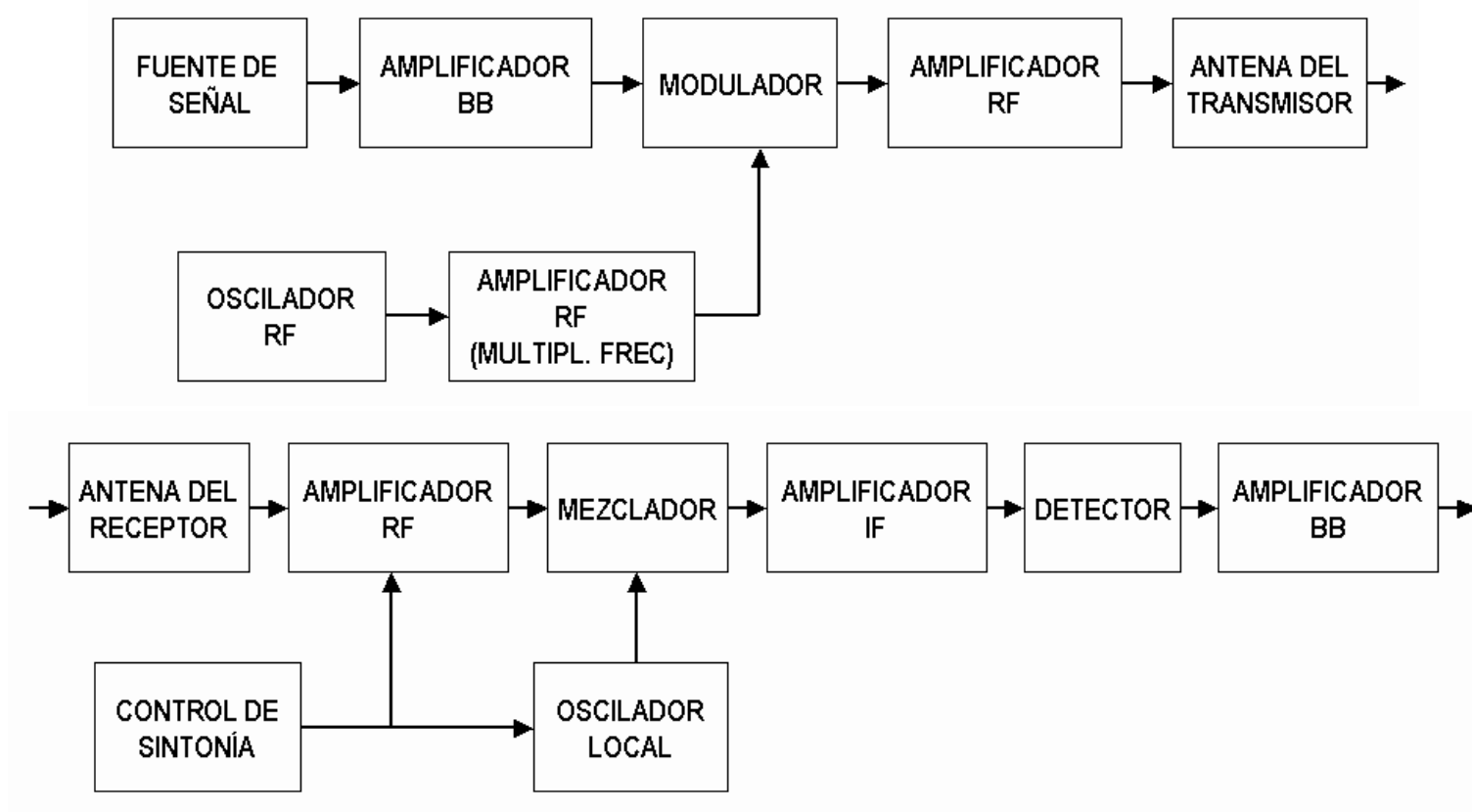
## 5.8.- Osciladores a cristal de cuarzo

- Oscilador de Pierce
- Oscilador Colpitts a cristal



## 5.1.- INTRODUCCIÓN

- En el tema anterior se estudió la estabilidad de los amplificadores (que no oscilaran)
- En este tema estudiamos los osciladores (sistemas inestables)
- En radiocomunicaciones los osciladores se usan para desplazar frecuencias:
  - En el transmisor: para trasladar frecuencia de BB a RF
  - En el receptor: para trasladar frecuencia de RF a IF



- Definición de oscilador:
  - Sistema que proporciona una señal periódica sin necesidad de atacarlo con otra señal
  - Sistema que proporciona una señal de RF a partir de una fuente de alimentación DC
- Señal generada periódica  $\Rightarrow$  serie de armónicos en el espectro:
  - Osciladores de onda senoidal (tema 5)
  - Osciladores de onda cuadrada (tema 6, con PLLs)
- Osciladores controlados por tensión (Voltage Controlled Oscillators, VCO):
  - Generación de FM
  - Arrastre en receptores de sintonía variable
  - Detección de señales moduladas: bucles de fase fija (Phase Locked Loops, PLL)
- Elementos de un oscilador:
  - Red resonante
  - Elemento activo (elemento de resistencia negativa)
  - Red de acoplamiento (adaptación de impedancias, amplificador, etc.)
- En este tema:
  - Osciladores senoidales y aplicaciones en radiocomunicación
  - Características; principios de funcionamiento; tipos de osciladores
  - Circuitos básicos; VCOs; osciladores a cristal de cuarzo

## 5.2.- CARACTERÍSTICAS DE LOS OSCILADORES

- **Potencia** ( $P_L$ ): potencia suministrada a la carga a la frecuencia de oscilación (se mide con el analizador de espectros para no considerar armónicos ni frecuencias espurias)
- **Rendimiento** ( $\eta$ ): cociente entre la potencia suministrada a la carga y la potencia consumida en DC:

$$\eta = \frac{P_L}{P_{DC}}$$

- **Nivel de armónicos**: cociente entre la potencia del mayor armónico no deseado y la potencia de la frecuencia fundamental (se mide con el analizador de espectros)

$$\text{Nivel de armónicos} = \frac{P_{A-max}}{P_L}$$

- **Frecuencia** ( $f_0$ ): es la frecuencia fundamental de oscilación (se puede medir con analizador de espectros, contador de frecuencia, u osciloscopio)
- **Sintonía** ( $\Delta f$ ): margen de frecuencias que puede barrer un oscilador cuando se modifica alguno de sus parámetros:
  - Mecánica (se modifica un condensador o bobina variables)
  - Electrónica (se modifica aplicando tensión a un elemento de control, VCO)

- **Pulling:** variación de la frecuencia con la impedancia de carga (depende de  $Q$  y del acoplamiento con la carga)

$$\frac{\partial f_0}{\partial R_L}$$

- **Pushing:** variación de la frecuencia con la tensión de alimentación (depende de  $Q$  y del elemento activo)

$$\frac{\partial f_0}{\partial V_{DC}}$$

- **Espectro de ruido** alrededor de  $f_0$  (ruido de amplitud, de frecuencia y de fase):

$$\mathcal{L}(f_m) = \frac{N(f_m)}{P_0} \quad (\text{dBc}) \quad \sigma_f \quad \sigma_\phi$$

- **Deriva de la frecuencia con la temperatura:**

$$\frac{\partial f_0}{\partial T}$$

- Si  $Q$  es bajo, depende del elemento activo
- Si  $Q$  es alto, depende de la red de sintonía

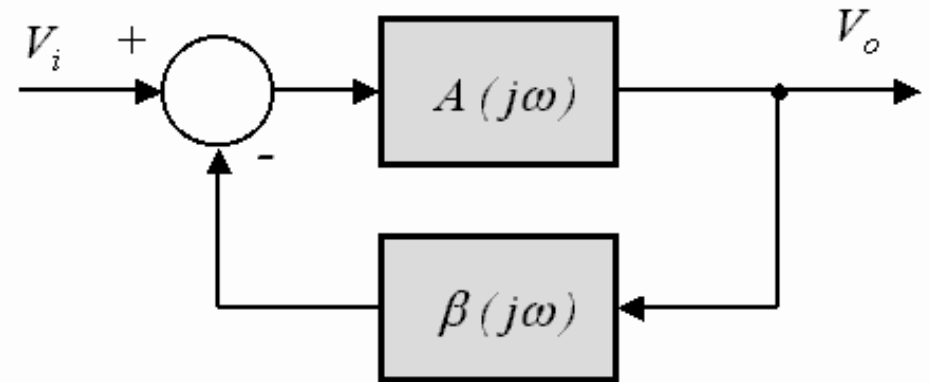
## 5.3.- CONDICIONES DE OSCILACIÓN

### CRITERIOS DE OSCILACIÓN (equivalentes):

- Circuito con red de realimentación oscilará si la ganancia a la entrada es mayor que 1 con desfase nulo
- Un amplificador oscilará (es inestable) si el factor  $K$  de Stern es inferior a la unidad
- Un circuito oscilará si el determinante de las ecuaciones de análisis de mallas o nudos se anula (procedimiento matemático para encontrar la condición de oscilación y la frecuencia de oscilación)
- Un circuito puede oscilar si la parte activa tiene una resistencia negativa (condición necesaria pero no suficiente: una impedancia de carga adecuada puede impedir las oscilaciones)

# PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL OSCILADOR

$$H(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{A(j\omega)}{1 + A(j\omega)\beta(j\omega)}$$



Condiciones de oscilación:

- Salida sin entrada:

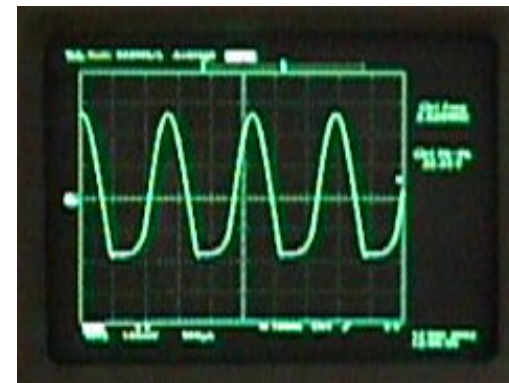
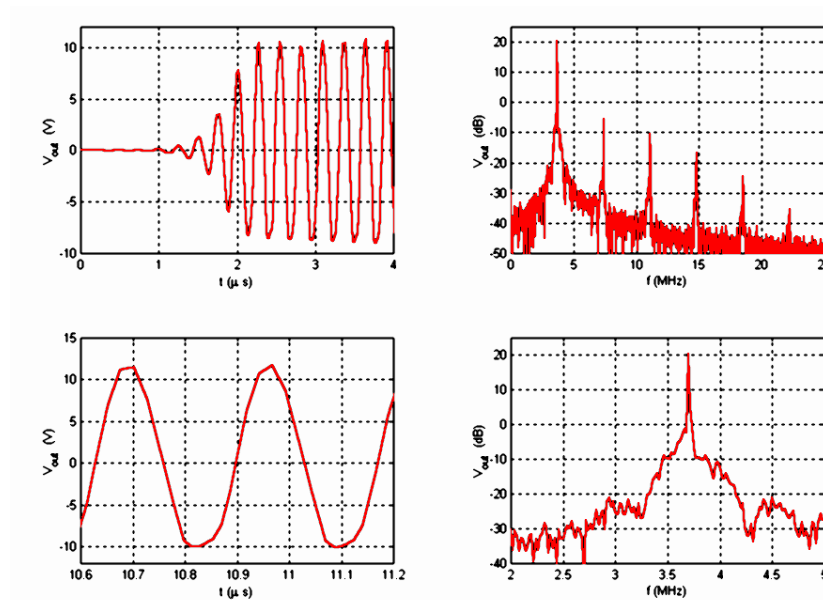
$$-A(j\omega)\beta(j\omega) = 1$$

- A la entrada, ganancia unidad con desfase nulo (ganancia en lazo abierto igual a 1)
- $H(s)$  tiene un polo en el eje imaginario
- $H(s)$  tiene un polo en el semiplano real positivo:  $s = \sigma + j\omega$  con  $\sigma > 0$
- Condición de arranque y condición de equilibrio de fases:

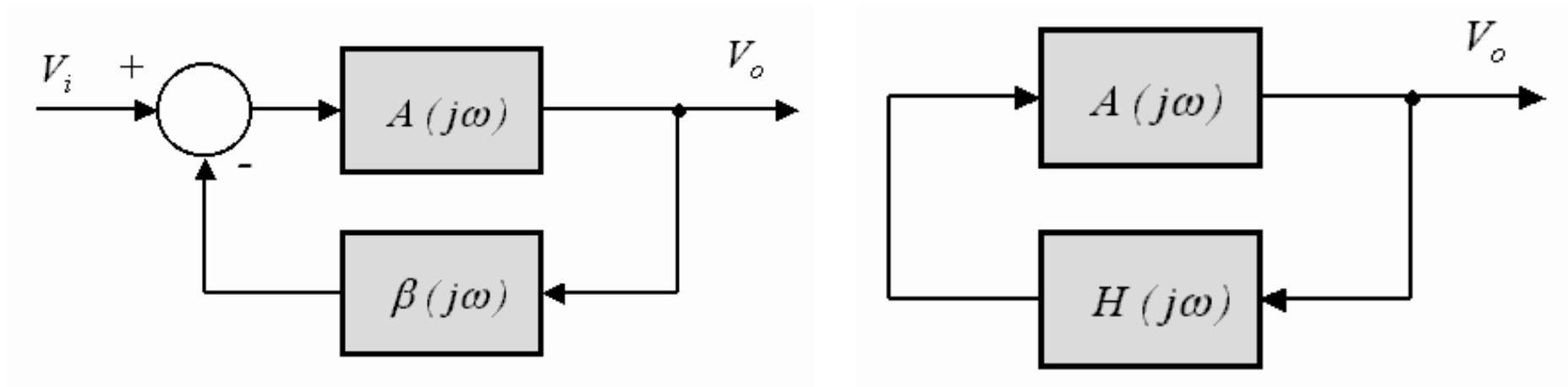
$$| -A(j\omega)\beta(j\omega) | \gtrsim 1 \quad \text{Arg}[-A(j\omega)\beta(j\omega)] = 0$$

# TRANSITORIO DE ARRANQUE

1. Al conectar alimentación oscilaciones nulas
  2. Ruido térmico: el ruido se amplifica a la frecuencia de oscilación
  3. Las oscilaciones crecen (exponencialmente)
  4. Como el polo está en el semiplano real positivo, las oscilaciones crecerían indefinidamente
  5. El elemento activo entra en régimen no lineal (se reduce la ganancia) alcanzándose una condición estacionaria de oscilación
  6. En régimen estacionario, ganancia en lazo abierto igual a la unidad
- La condición de arranque debe verificarse en un cierto ancho de banda
  - La condición de equilibrio de fases determinará la frecuencia de oscilación (que debe estar dentro del ancho de banda para el que se cumple la condición de arranque)



## Condiciones de oscilación



Condición de oscilación (ganancia en lazo abierto igual a 1):

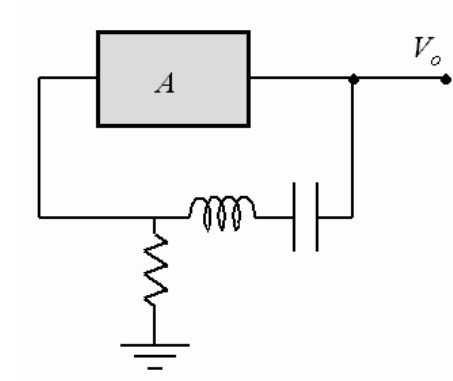
$$-A(j\omega)\beta(j\omega) = 1$$

$$A(j\omega)H(j\omega) = 1$$



# Condiciones de oscilación: ejemplo

Suponiendo  $A$  real, determinar condiciones de oscilación y frecuencia de oscilación.



- Función de transferencia de la red de alimentación:

$$H(s) = \frac{R}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{RCs}{1 + RCs + LCs^2}$$

- Condiciones de oscilación: ganancia en lazo abierto igual a 1

$$A(s)H(s) = A \frac{RCs}{1 + RCs + LCs^2} = 1$$

- Condición de equilibrio de fases:

$$\text{Arg}(A(s)H(s)) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Condición de arranque:

$$A(j\omega_0)H(j\omega_0) = A \gtrsim 1$$

## 5.4.- TIPOS DE OSCILADORES

- Elemento resonador
- Elemento activo
- Red de realimentación

### ELEMENTO RESONADOR

Circuito Resonante	$Q$	Estabilidad	Banda de Frecuencia
RC	$< 10$	Mala	$< 1$ MHz
LC	50-200	Regular	100 kHz - 500 MHz
Cristal Cuarzo	$10^4$ - $10^5$	Muy buena	1-300 MHz

Para frecuencias superiores:

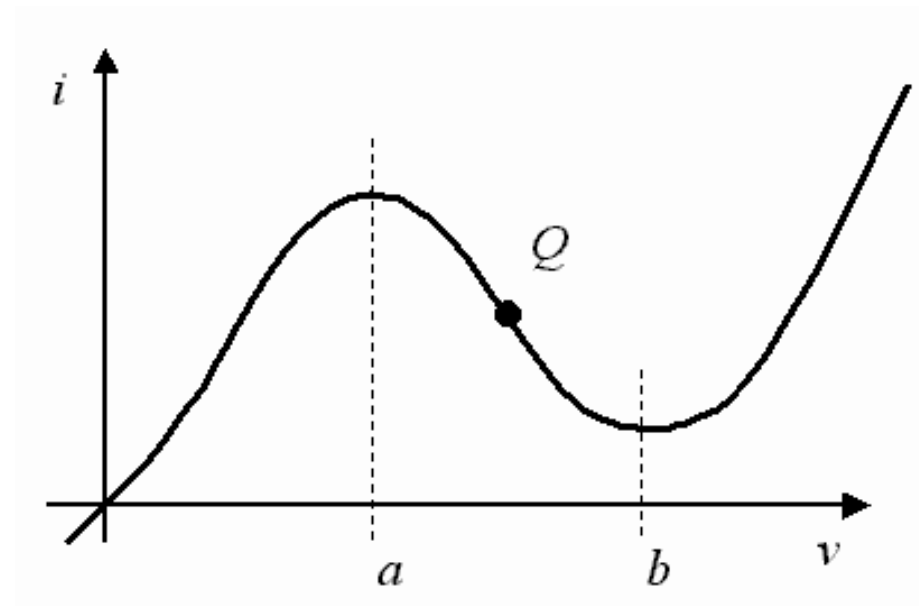
- Cavidades resonantes, SAW (resonadores de onda acústica superficial)
- Líneas de transmisión resonantes
- Multiplicadores

# ELEMENTO ACTIVO

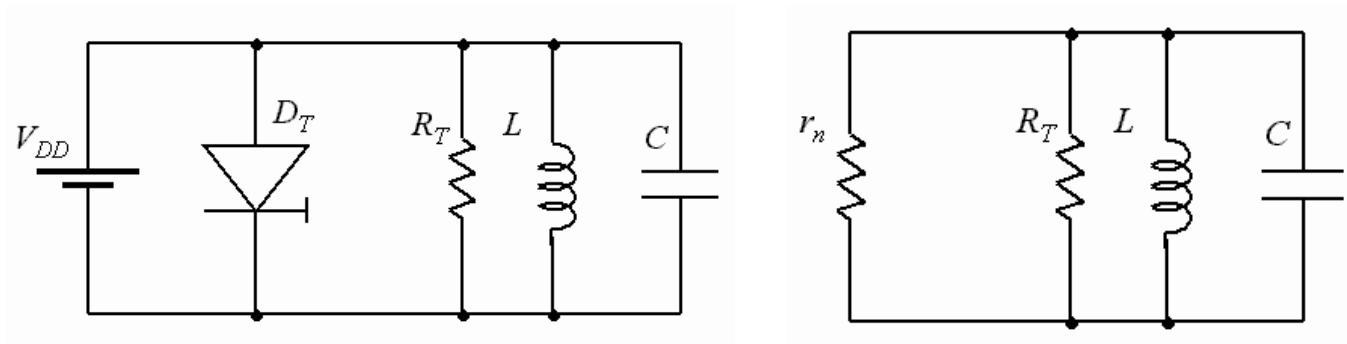
- Dispositivos de resistencia negativa
  - Diodos túnel
  - Diodos Gunn
  - IMPATT
  - TRAPATT
- Transistores BJT (EC, BC) o FET (FC)
- Varios transistores (par acoplado por emisor)

Osciladores de resistencia negativa:

$$R = \frac{v}{i} > 0$$
$$r_n = \left. \frac{\partial v}{\partial i} \right|_Q < 0$$



## Ejemplo: oscilador con diodo túnel



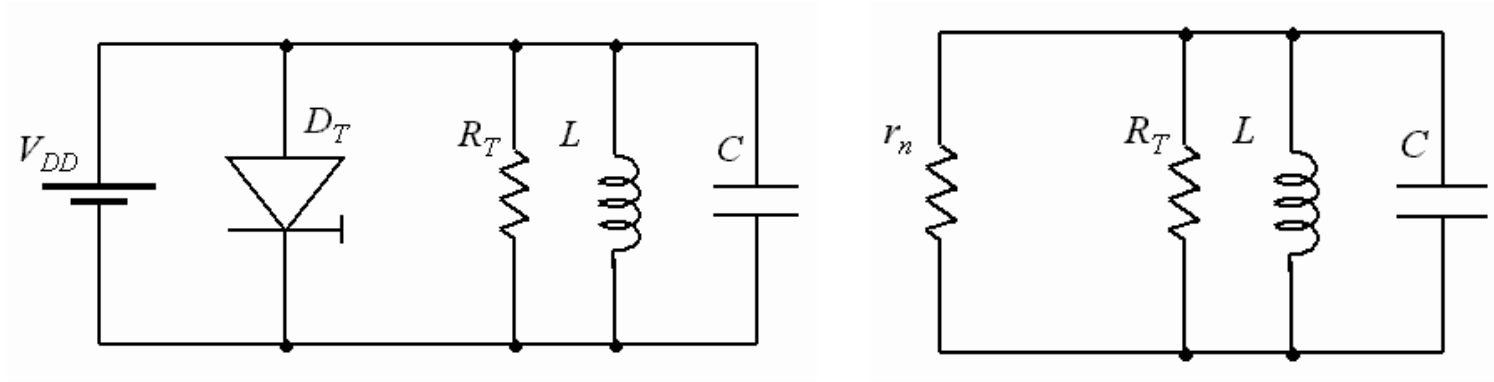
$$R = r_n || R_T = \frac{-|r_n|R_T}{-|r_n| + R_T}$$

$$CsV + \frac{V}{R} + \frac{V}{Ls} = 0 \quad \frac{d^2V}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = 0$$

$$\frac{d^2V}{dt^2} + 2\alpha \frac{dV}{dt} + \omega_0^2 V \quad \alpha \equiv \frac{1}{2RC} \quad \omega_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \omega_d \equiv \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$v(t) = e^{-\alpha t} (A_1 \cos(\omega_d t) + A_2 \sin(\omega_d t))$$

$$\begin{aligned} \alpha < 0 &\Leftrightarrow |r_n| < R_T \\ \alpha = 0 &\Leftrightarrow |r_n| = R_T \\ \alpha > 0 &\Leftrightarrow |r_n| > R_T \end{aligned}$$



En condiciones estacionarias de oscilación:

$$Y_{(1,2)} = -\frac{1}{|r_n|} + \frac{1}{R_T} + Cs + \frac{1}{Ls} = 0$$

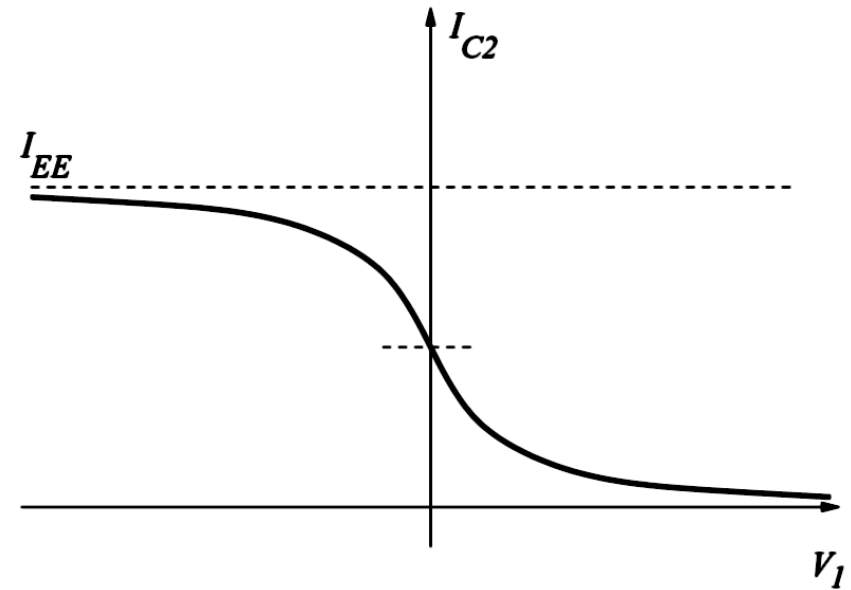
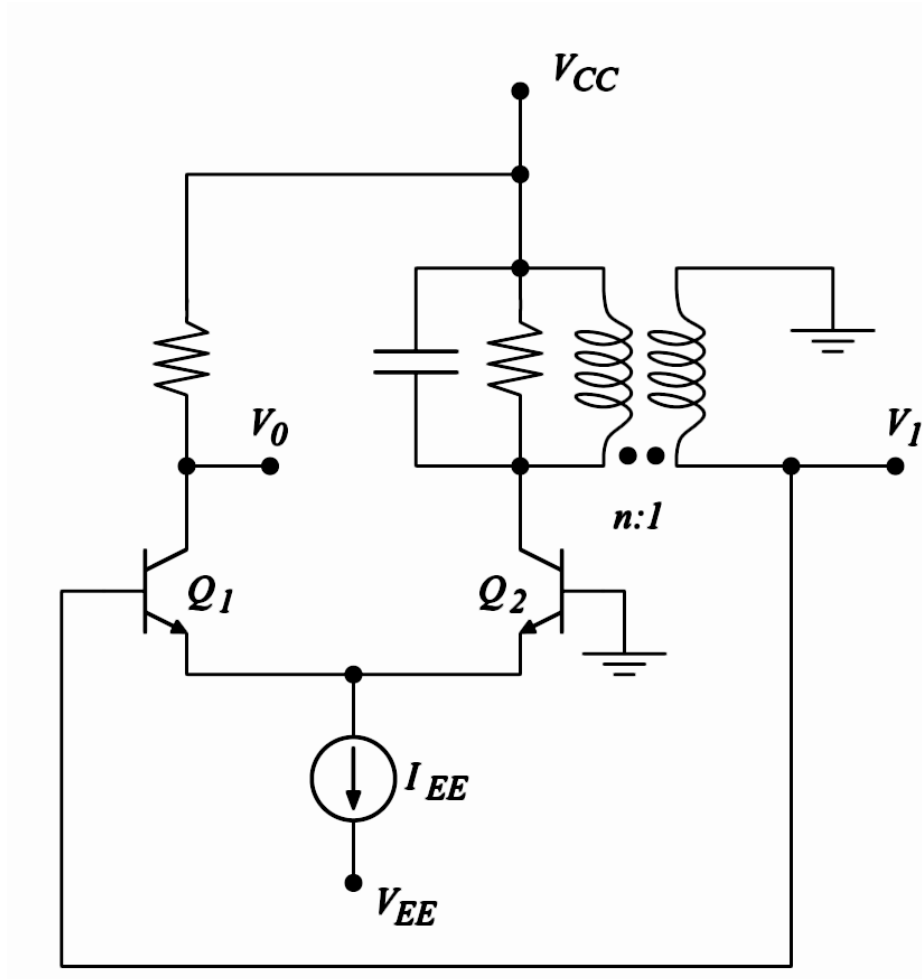
Parte real nula (condición de arranque):

$$|r_n| = R_T$$

Parte imaginaria nula (condición de equilibrio de fases):

$$j\omega_0 C + \frac{1}{j\omega_0 L} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

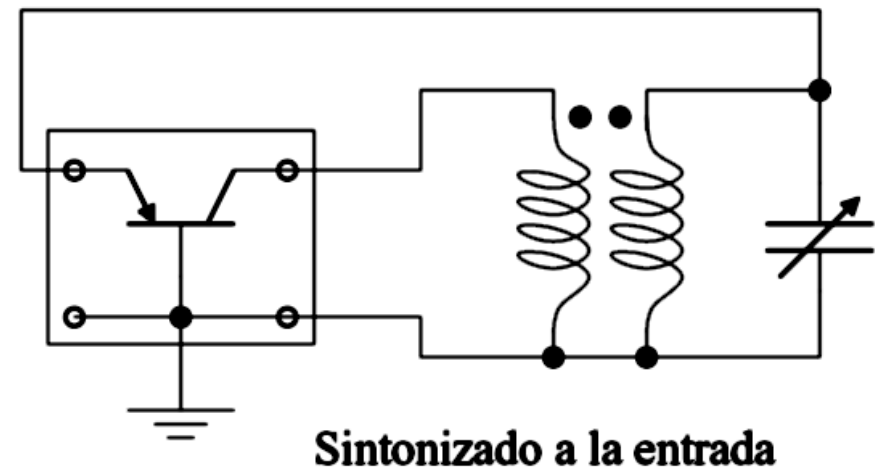
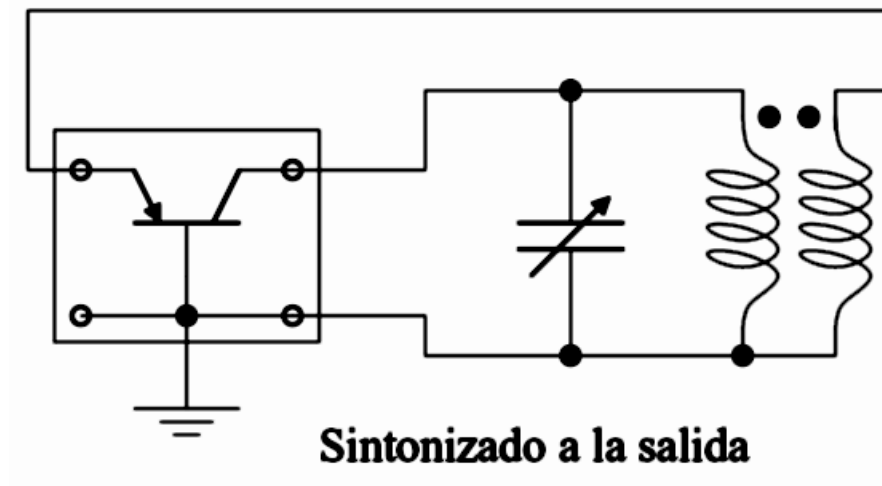
## Ejemplo: oscilador de par acoplado por emisor



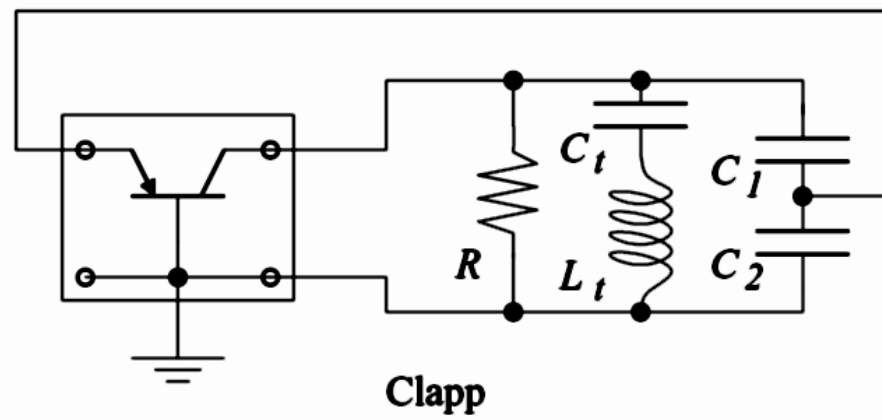
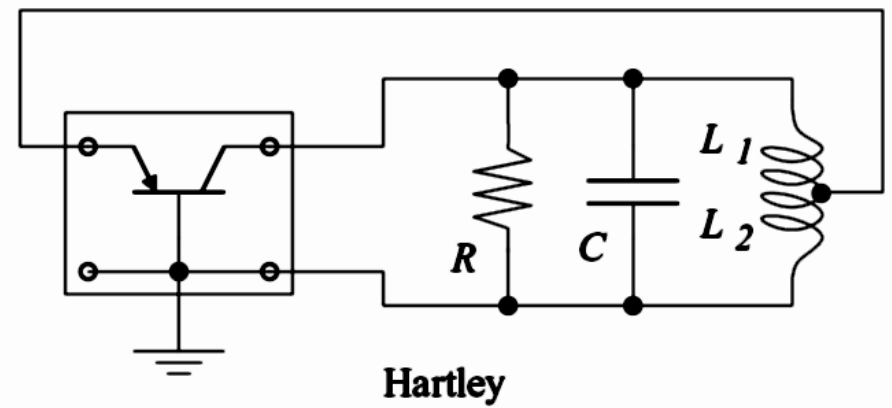
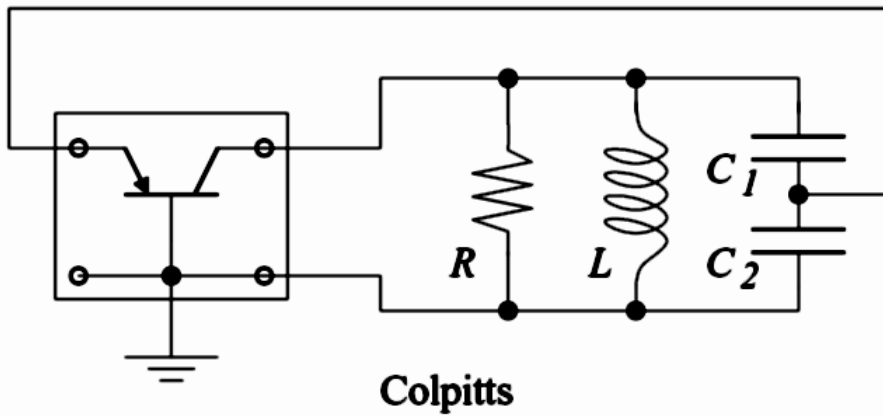
La característica tensión corriente presenta una resistencia negativa (tratamiento similar al oscilador con diodo túnel)

# RED DE REALIMENTACIÓN

- Red RLC
  - Colpitts: red tapped capacitor
  - Hartley: red tapped inductor
  - Clapp: variante de tapped capacitor
- Red con transformador
  - Sintonizado a la entrada
  - Sintonizado a la salida



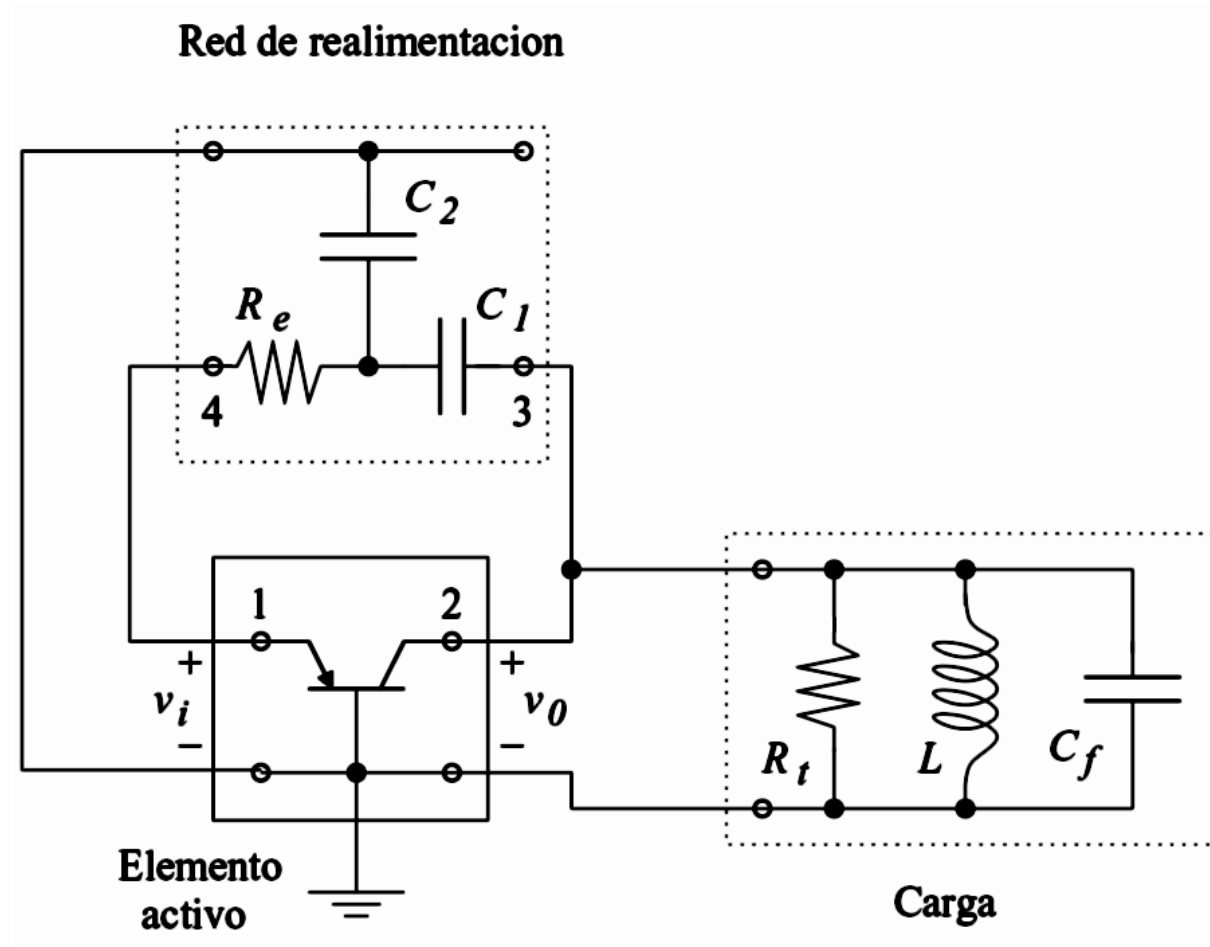
- Colpitts: red tapped capacitor
- Hartley: red tapped inductor
- Clapp: variante de tapped capacitor





# Elementos del oscilador:

- Ganancia en el lazo 1-2-3-4-1:
  - Red de realimentación
  - Carga
  - Dispositivo activo
- Condiciones de oscilación:
  - Ganancia en lazo abierto 1
  - Desfase nulo
- Frecuencia y estabilidad:
  - $C_1, C_2, L, C_f$
  - También transistor y carga
- Arranque y oscilación estacionaria

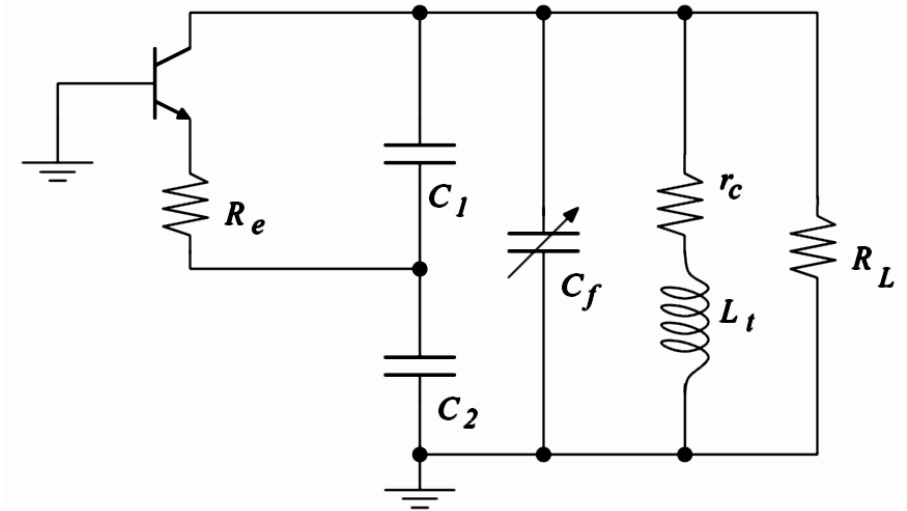
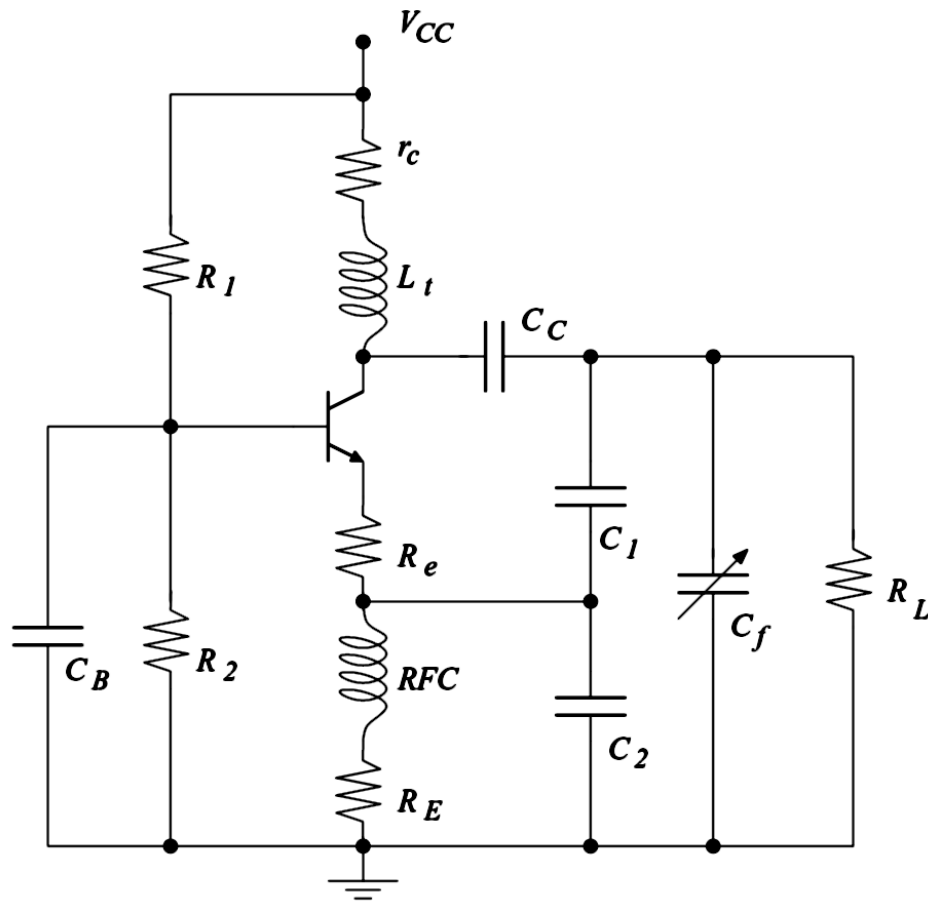


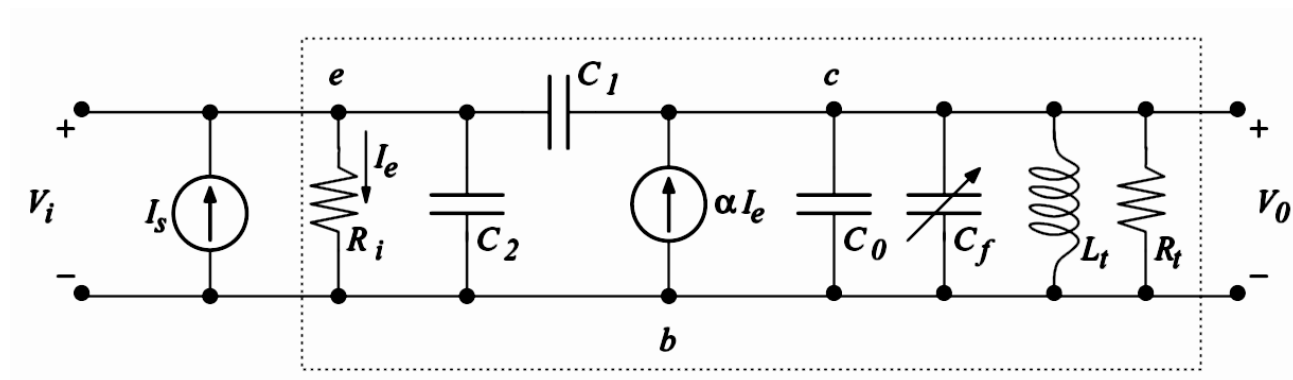
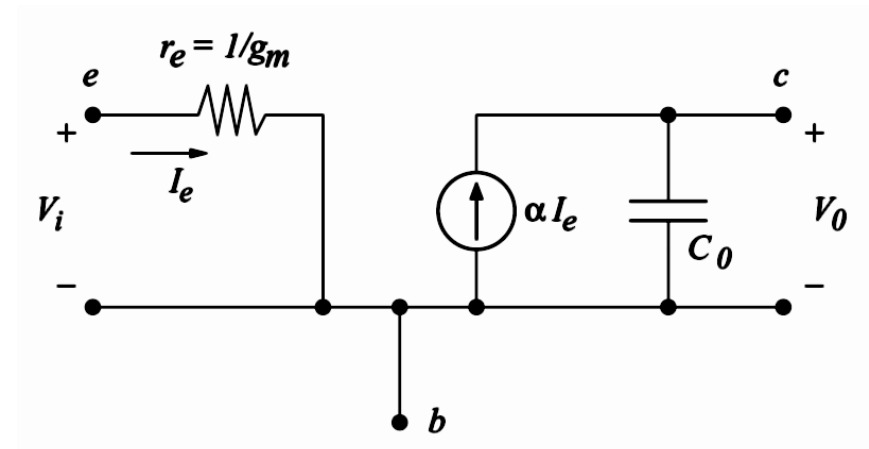
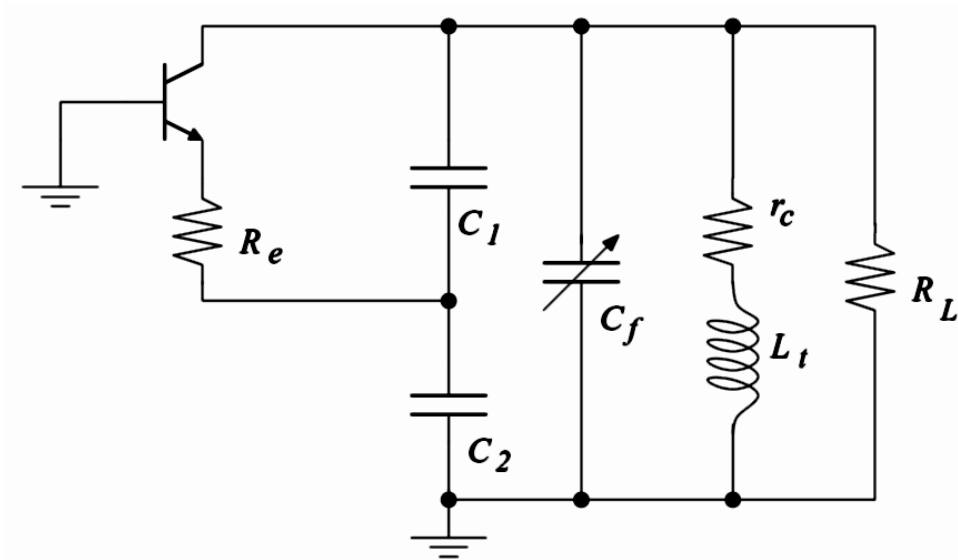
## 5.5.- DISEÑO DE OSCILADORES

- Análisis exacto complicado:
  - Comportamiento estacionario siempre en zona de operación no lineal:
    - BJT: entra en corte o saturación
    - MOSFET: entra en corte o triodo
    - Alejado del punto de polarización (no lineal aun no saliendo de activa/saturación)
  - Herramientas de análisis basadas en linealidad:
    - Fácil comprobar la estabilidad y arranque de oscilaciones
    - Puede ser difícil predecir la frecuencia de oscilación estacionaria
    - Difícil determinar el transitorio y comportamiento estacionario exactos (forma de onda, nivel de armónicos, frecuencia exacta, potencia, rendimiento, estabilidad)
    - A veces, el desplazamiento de fase depende del punto de polarización
- Dependencia de los elementos pasivos con la frecuencia:
  - Autoinducciones y capacidades parásitas en  $C$  y  $L$
  - Oscilaciones en frecuencias no previstas:
    - Bajas: ruido motor
    - Altas: oscilaciones parásitas
  - Soluciones: condensadores de puenteo, anillos de ferrita

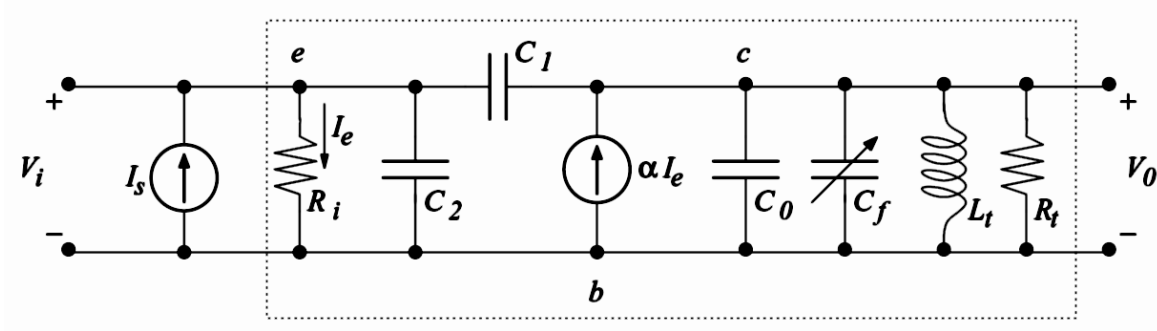
## 5.6.- OSCILADORES LC

### ANÁLISIS DE UN OSCILADOR COLPITTS BC:





$$r_c \rightarrow R_p \quad R_t = R_p \parallel R_L \quad g_t = \frac{1}{R_t} \quad R_i = R_e + r_e \quad g_i = \frac{1}{R_i}$$



$$I_s = V_i g_i + V_i C_2 s + (V_i - V_o) C_1 s$$

$$0 = -\alpha V_i g_i + (V_o - V_i) C_1 s + V_o \left( C_0 s + C_f s + g_t + \frac{1}{L_t s} \right)$$

En forma matricial:

$$\begin{pmatrix} I_s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_i + (C_1 + C_2)s & -C_1 s \\ -\alpha g_i - C_1 s & g_t + (C_1 + C_0 + C_f)s + \frac{1}{L_t s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ V_o \end{pmatrix}$$

$$V_o = \frac{-\Delta_{1,2}(s)}{\Delta(s)} I_s \quad \text{oscilación} \Leftrightarrow \Delta(s) = 0$$

$$\Delta(s) = g_i g_t + g_i (C_1 + C_0 + C_f) s + \frac{g_i}{L_t s} + g_t (C_1 + C_2) s +$$

$$+ (C_1 + C_2)(C_1 + C_0 + C_f) s^2 + \frac{C_1 + C_2}{L_t} - \alpha g_i C_1 s - C_1^2 s^2 = 0$$

Ordenando potencias en  $s$ :

$$g_i + (g_t g_i L_t + C_a)s + (g_i L_t C_b + g_t L_t C_a - \alpha g_i L_t C_1)s^2 + (L_t C_a C_b - L_t C_1^2)s^3 = 0$$

$$C_a \equiv C_1 + C_2 \quad C_b \equiv C_1 + C_0 + C_f$$

$$\text{Parte real: } g_i - \omega^2 L_t (g_i C_b + g_t C_a - \alpha g_i C_1) = 0$$

$$\text{Parte imag: } g_t g_i L_t + C_a - \omega^2 L_t (C_a C_b - C_1^2) = 0$$

Despejando  $\omega_0^2$  en la segunda ecuación queda:

$$\omega_0^2 = \frac{g_t g_i + \frac{C_a}{L_t}}{C_a C_b - C_1^2}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_t(C_0 + C_f + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2})} + \frac{1}{R_t R_i (C_1 + C_2)(C_0 + C_f + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2})}$$

Si  $L_t \ll R_t R_i (C_1 + C_2)$  se puede aproximar:

$$\omega_0^2 \approx \frac{1}{L_t(C_0 + C_f + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2})}$$

$$\alpha_{min} \approx \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}} + \frac{R_i}{R_t} \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}} + \frac{R_i}{R_L || R_p} \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)$$

# DISEÑO DE UN OSCILADOR COLPITTS BC:

Diseñar un oscilador de Colpitts con una etapa base común, que oscile a  $f_0$  y proporcione una potencia  $P_L$  a una impedancia de carga  $R_L$ :

Máxima transferencia de potencia:

$$R_0 = R_p || R_s || R_L = \frac{R_L}{2}$$

Recta de carga:

$$R_0 = \frac{V_{CBQ}}{I_{CQ}}$$

Potencia suministrada a la carga:

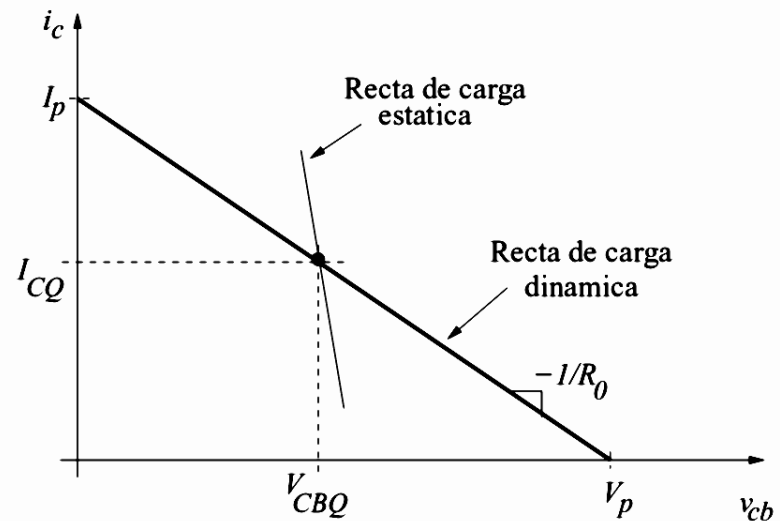
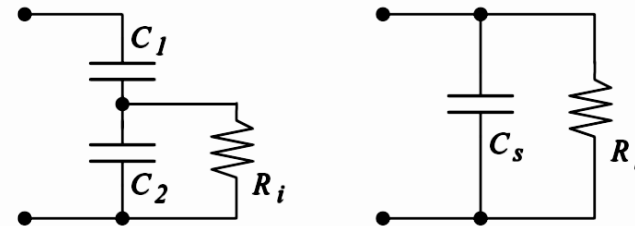
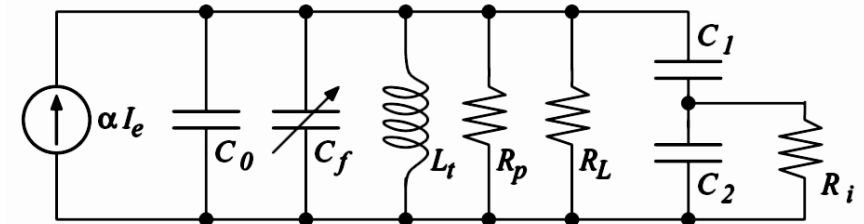
$$P_L = \frac{1}{2}P(R_0) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} I_{CQ}^2 R_0 \right) = \frac{1}{8} I_{CQ}^2 R_L$$

Rendimiento máximo:

$$P_{DC} = V_{CBQ} I_{CQ} = I_{CQ}^2 R_0 = \frac{1}{2} I_{CQ}^2 R_L = 4P_L$$

$$\eta \approx 25\%$$

Selección del transistor: potencia, tensión, corriente y  $f_T$



Circuito tanque:

$$L_t \quad C_t = \frac{1}{\omega_0^2 L_t} \quad Q = \omega_0 C_t R_0 \quad C_t = C_0 + C_f + C_s$$

$$R_0 = \frac{R_L}{2} \quad R_L = R_p || R_s \quad R_i = R_e + r_e \quad r_e = \frac{V_T}{I_{CQ}}$$

Conversión  $(C_s, R_s)$  a  $(C_1, C_2, R_i)$ :

$$Q_s = \omega_0 C_s R_s \quad N = \sqrt{\frac{R_s}{R_i}} \quad Q_p \approx \frac{Q_s}{N}$$

- Si  $Q_s > 10$  y  $Q_p > 10$ :

$$C_1 = \frac{N C_s}{N - 1} \quad C_2 = N C_s$$

- Si no, expresiones exactas:

$$Q_p = \sqrt{\frac{Q_s^2 + 1}{N^2} - 1} \quad C' = \frac{Q_s^2 + 1}{Q_s^2} C_s \quad C_2 = \frac{Q_p}{\omega_0 R_i} \quad C_{se} = \frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2} C_2 \quad C_1 = \frac{C_{se} C'}{C_{se} - C'}$$

Dependencia con el transistor:  $R_e \gg r_e$   $C_s \gg C_0$   $C_f \approx 0,1 C_s$

Polarización:  $R_1$   $R_2$   $R_E$   $C_B$   $C_C$   $R_{FC}$



## Ejemplo: diseño de un oscilador Colpitts BC

Diseñar un oscilador de Colpitts con una etapa base común, que entregue una potencia de 15 mW a una carga de 5 k $\Omega$  y oscile a 10 MHz:

- Características del transistor:  $f_T > 20\text{MHz}$      $P_{max} > 60\text{mW}$
- Polarización:

$$I_{CQ} = \sqrt{8 \frac{P_L}{R_L}} = 4,90\text{mA} \quad V_{CBQ} = I_{CQ} R_0 = 12,25\text{V}$$

- Factor de calidad mínimo 25; circuito tanque ( $R_0 = R_L/2$ ;  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ):

$$C_{t.min} = \frac{Q}{\omega_0 R_0} = 159\text{pF} \quad L_{t.max} = \frac{1}{\omega_0^2 C_{t.min}} = 1,59\mu\text{H} \quad L_t = 1,2\mu\text{H} \quad C_t = \frac{1}{\omega_0^2 L_t} = 211\text{pF}$$

- Resistencia serie de la bobina de 1,2 $\mu\text{H}$ :  $r_c = 0,5\Omega$ ; resistencia paralelo equivalente  $R_p = 11,4\text{ k}\Omega$
- Determinación de  $R_i = R_e + r_e$ :

$$r_e = \frac{V_T}{I_{CQ}} = 5,3\Omega \quad r_e \ll R_e = 50\Omega \quad R_i = 55,3\Omega$$

- Determinación de  $R_s$ :

$$R_0 = R_L || R_p || R_s \quad R_L = R_p || R_s \quad R_s = \frac{1}{\frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_p}} = 8,92\text{k}\Omega$$

- Determinación de  $C_s$  (supongamos  $C_0 = 5 \text{ pF}$  y  $C_f$  variable de 2 a 20 pF):

$$C_t = C_0 + C_f + C_s = 211 \text{ pF} \quad C_s = 200 \text{ pF}$$

- Conversión  $(C_s, R_s)$  a  $(C_1, C_2, R_i)$ :

$$Q_s = \omega_0 C_s R_s = 112,1 \quad N = \sqrt{\frac{R_s}{R_i}} = 12,7 \quad Q_p \approx \frac{Q_s}{N} = 8,8$$

$$Q_s \gg 10 \quad Q_p \approx 10 \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{N C_s}{N - 1} \approx 217 \text{ pF} \quad C_2 = N C_s = 2,54 \text{ nF}$$

- Polarización ( $V_{CC}=15 \text{ V}$ ;  $V_{CBQ}=12.25 \text{ V}$ ;  $V_{BEQ}=0.7 \text{ V}$ ;  $\alpha \approx 1$ ):

$$V_{CC} = V_{CBQ} + V_{BEQ} + \frac{I_{CQ}(R_e + R_E)}{\alpha} \quad R_E \approx \frac{V_{CC} - V_{CBQ} - V_{BEQ}}{I_{CQ}} - R_e = 368 \Omega$$

- Intensidad por  $R_1$  y  $R_2$  de 0,5 mA;  $V_{BQ} = 2,75 \text{ V}$ ;  $\beta_0 = 50$ :

$$R_2 = \frac{2,75 \text{ V}}{0,5 \text{ mA}} = 5,5 \text{ k}\Omega \quad R_1 = \frac{V_{CBQ}}{0,5 \text{ mA} + I_{CQ}/\beta_0} = 20,5 \text{ k}\Omega$$

- Condensadores de desacoplo y RFC:

$$C_C \gg \frac{1}{\omega_0 R_L} = 3,2 \text{ pF} \quad C_B \gg \frac{\omega_0 (R_1 || R_2)}{=} 3,7 \text{ pF} \quad RFC \gg \frac{R_E}{\omega_0} = 5,8 \mu\text{H}$$

sin embargo, como  $R_E \gg R_i$ , en la práctica RFC no es necesario

- Condición de arranque:

$$\alpha_{min} \approx \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}} + \frac{R_i \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)}{R_L || R_p} = 0,281$$

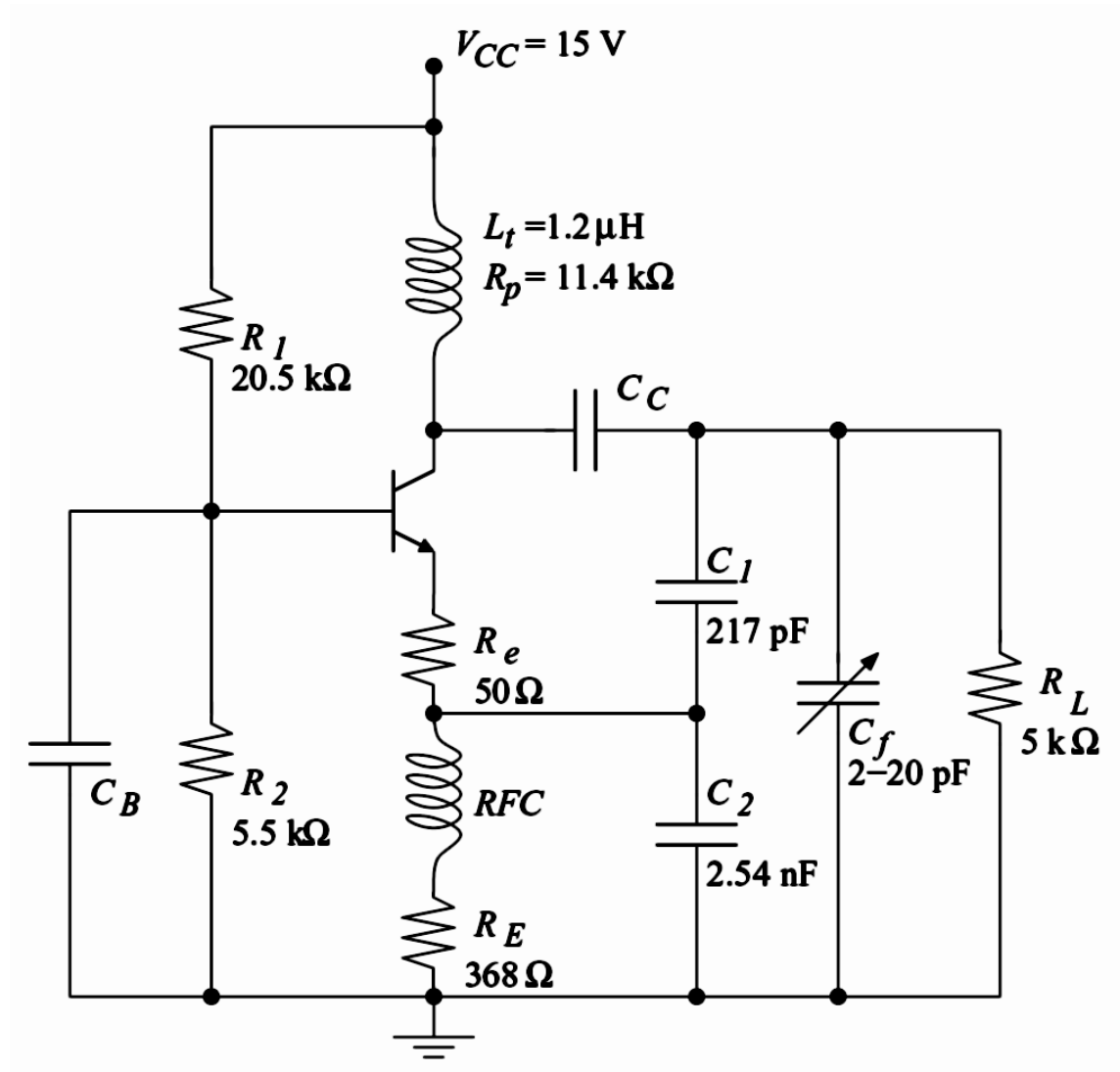
- Si aumenta  $R_e$ , aumenta  $\alpha_{min}$
- Potencia en DC:

$$P_{DC} = V_{CC} \left( I_{CQ} + \frac{V_{CC} - V_{BQ}}{R_1} \right)$$

$$P_{DC} = 15V \cdot 5,5mA = 82,5mW$$

- Rendimiento:

$$\eta = \frac{P_L}{P_{DC}} = \frac{15mW}{82,5mW} = 18,2\%$$



# DISEÑO DE UN OSCILADOR COLPITTS BC CON BAJA $R_L$ :

- Análisis similar:

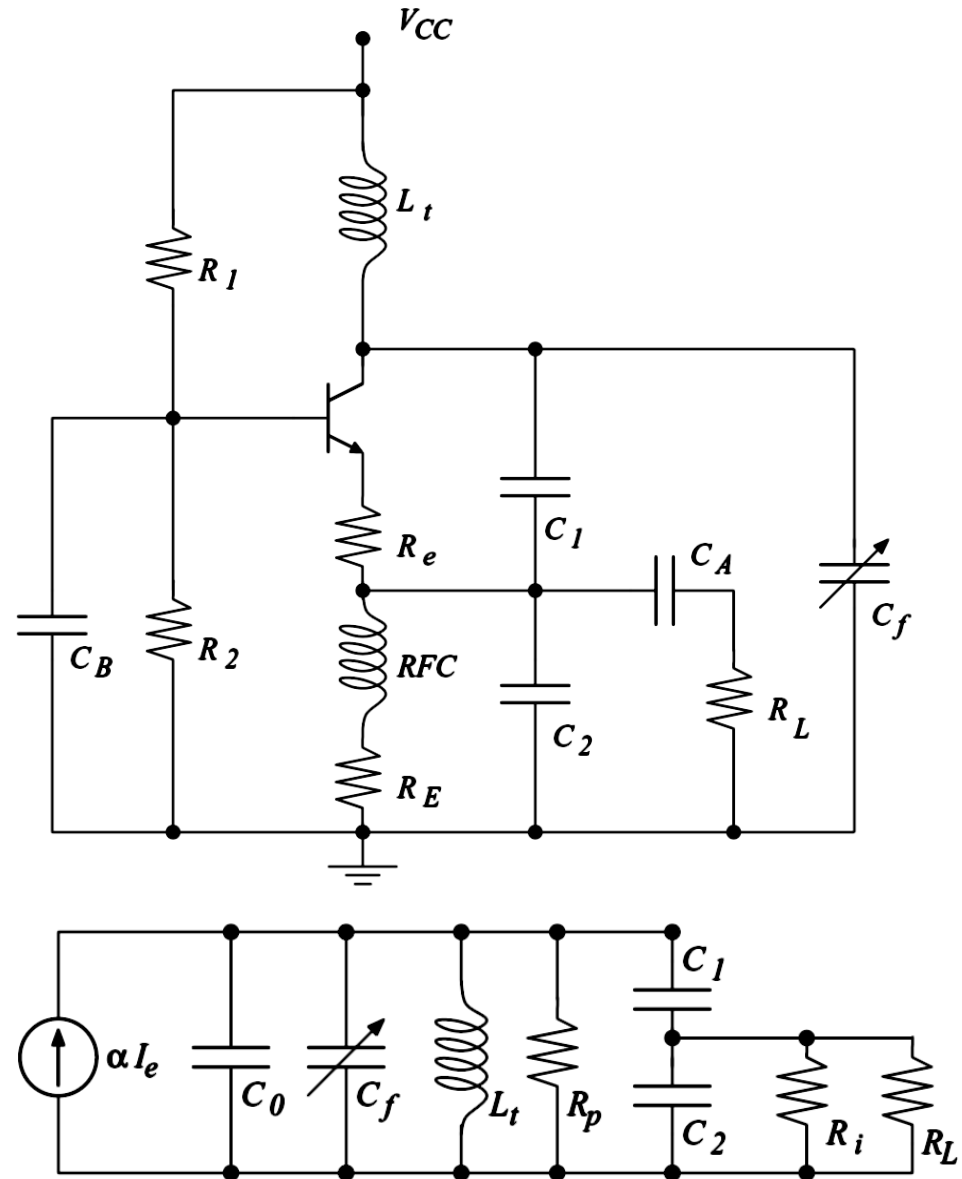
$$N = \sqrt{\frac{R_s}{R_i || R_L}}$$

- Máxima transferencia de potencia:

$$R_s = R_p \quad R_i = R_L$$

- Rendimiento máximo:

$$\eta_{max} = 12,5\%$$



## Ejemplo: diseño de un oscilador Colpitts BC con baja $R_L$

Diseñar un oscilador de Colpitts con una etapa base común, que entregue una potencia de 5 mW a una carga de  $50 \Omega$  y oscile a 10 MHz:

- Características del transistor:  $f_T > 20\text{MHz}$   $P_{max} > 40\text{mW}$
- Polarización (supongamos bobina anterior,  $1,2\mu\text{H}$ ,  $r_c = 0,5\Omega$ ,  $R_p = 11,4 \text{ k}\Omega$ ):

$$P(R_0) = 4P_L \quad P(R_0) = \frac{1}{2}I_{CQ}^2 R_0$$

$$I_{CQ} = \sqrt{\frac{2P(R_0)}{R_0}} = \sqrt{\frac{4P(R_0)}{R_p}} = \sqrt{\frac{16P_L}{R_p}} = 2,65\text{mA} \quad V_{CBQ} = I_{CQ}R_0 = 15,08\text{V}$$

- Circuito tanque:

$$L_t = 1,2\mu\text{H} \quad C_t = \frac{1}{\omega_0^2 L_t} = 211\text{pF}$$

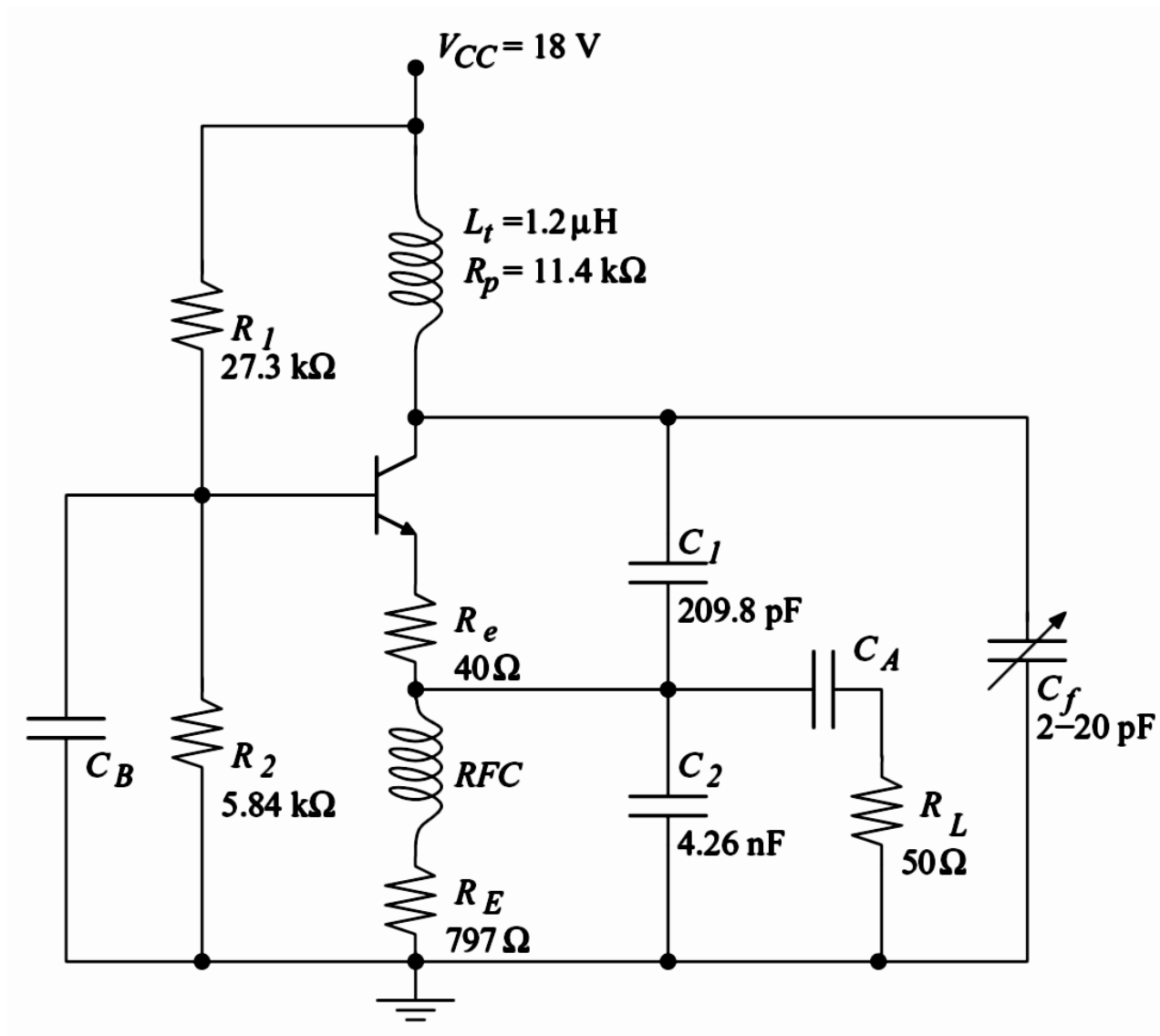
- Determinación de  $C_1$  y  $C_2$  para  $C_s = 200 \text{ pF}$ :

$$N = \sqrt{\frac{R_p}{R_i \parallel R_L}} = \sqrt{\frac{2R_p}{R_L}} = 21,3 \quad C_1 = \frac{NC_s}{N-1} = 209,8\text{pF} \quad C_2 = NC_s = 4,26\text{nF}$$

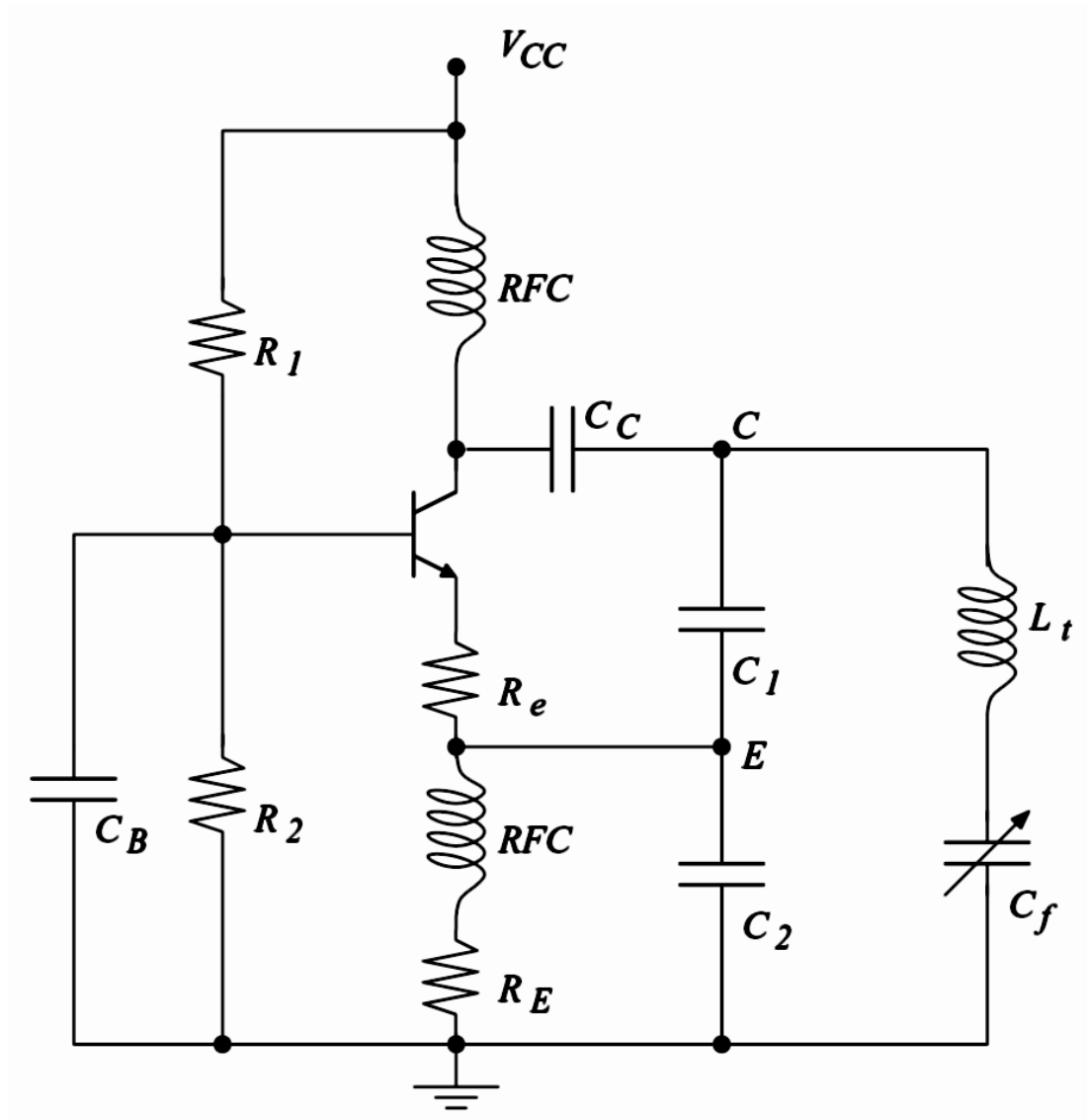
- Determinación de  $R_e = R_i + r_e$ :

$$R_e = R_i - r_e = R_L - \frac{V_T}{I_{CQ}} = 40,2\Omega$$

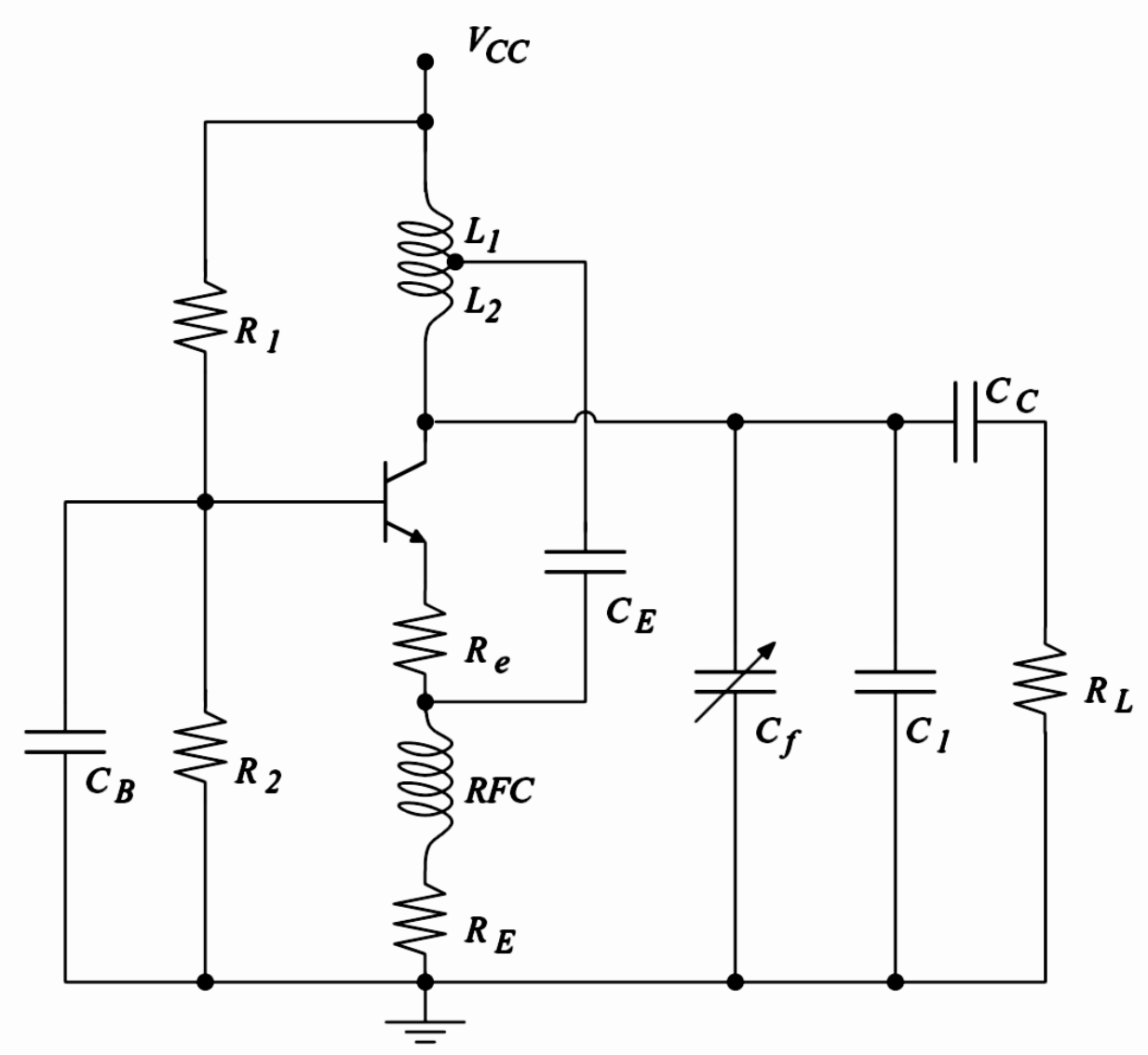
- Alimentación y polarización



# OSCILADOR DE CLAPP:



# OSCILADOR DE HARTLEY:





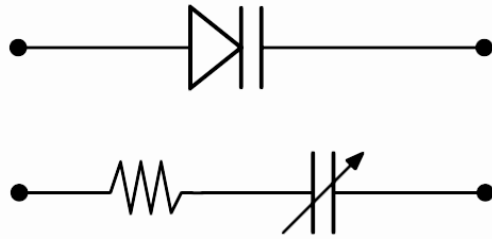
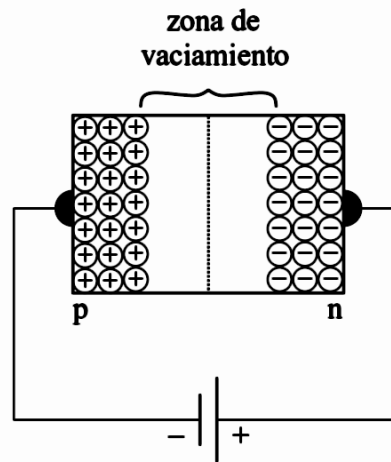
## 5.6.- OSCILADORES CONTROLADOS POR TENSIÓN

- Voltage Controlled Oscillators (VCO)
- Osciladores sintonizables electrónicamente:
  - Sintonía automática
  - Generación de señales FM
  - PLLs
- Principales circuitos VCO:
  - Multivibrador:
    - Frecuencia baja
    - Margen de sintonía amplio (10:1);  $Q$  bajo
    - Señales cuadradas
    - Típico en PLLs (tema siguiente)
  - Osciladores a varactor:
    - Sintonía mediante diodo varactor o varicap (unión PN en inversa)
    - Se usa en osciladores LC o de cavidad resonante
    - Margen de sintonía menor;  $Q$  mayor

# DIODO VARACTOR O VARICAP:

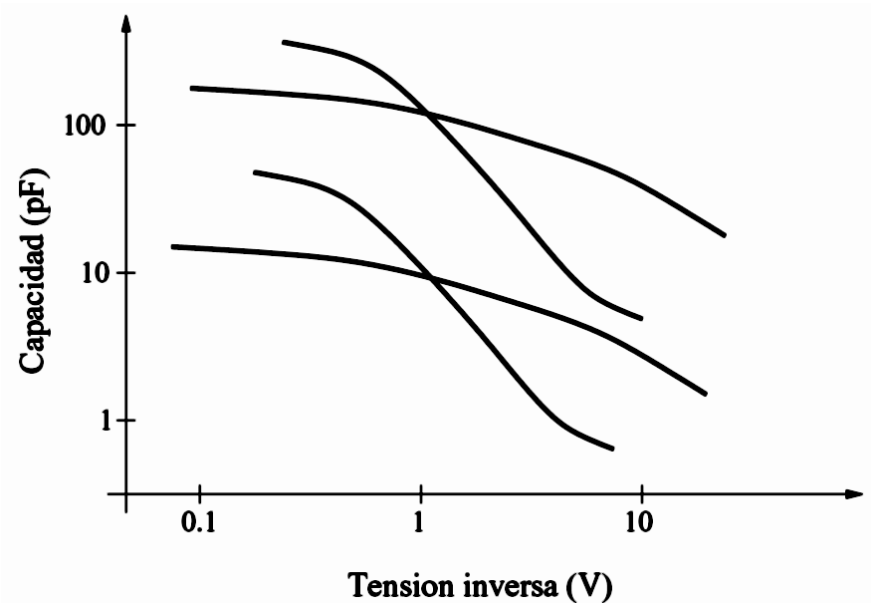
## ■ Funcionamiento:

- Unión PN abrupta polarizada en inverso
- $C$  depende de  $V$
- Resistencia serie baja ( $Q$  alto)
- Capacidades típicas: 5-500 pF
- Curvas  $C(V)$  poco lineales

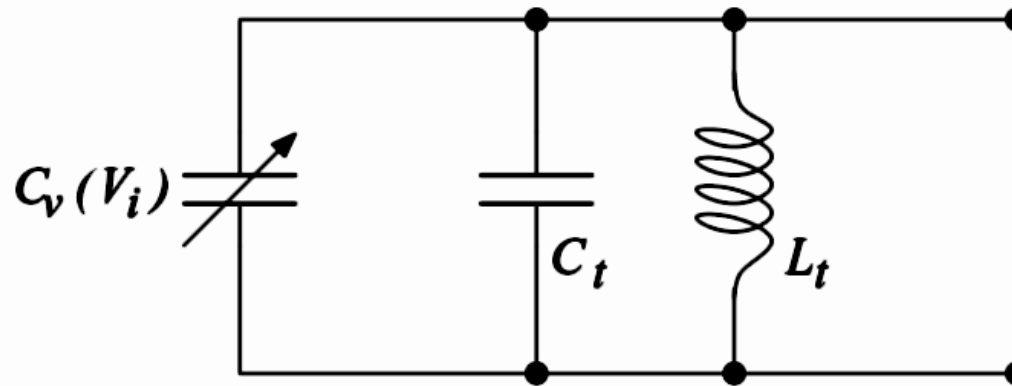
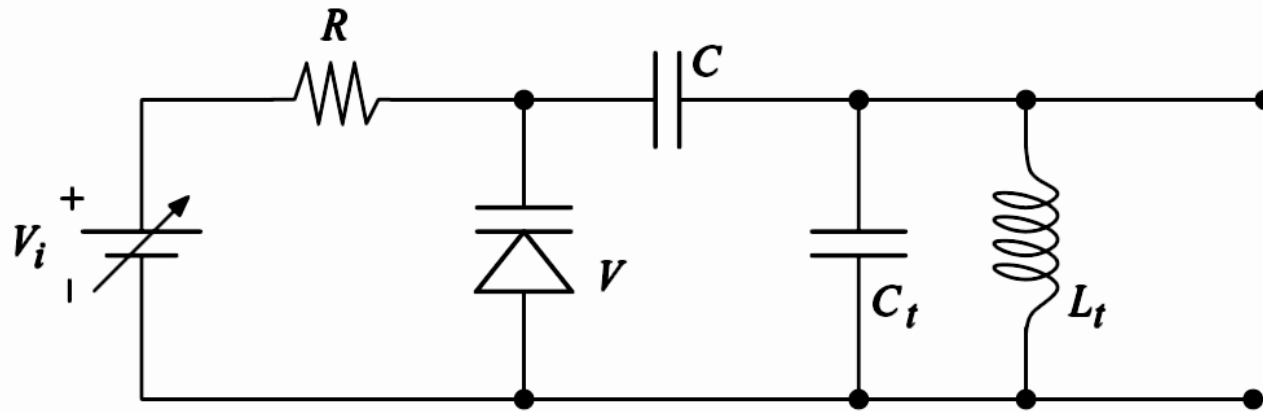


## ■ Diseño y análisis complejo:

- No linealidad de  $C(V)$
- Dependencia de  $Q$  con la polarización
- Dependencia de  $Q$  y  $C(V)$  con  $f_0$
- Margen: de capacidad 1:6; de sintonía 1:2.5
- Se usa en asociación con capacidades



## Uso del varactor en un oscilador:



$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_t(C_t + C_v(V_i))}}$$

## 5.7.- OSCILADORES A CRISTAL DE CUARZO

Comportamiento alrededor de la frecuencia de resonancia

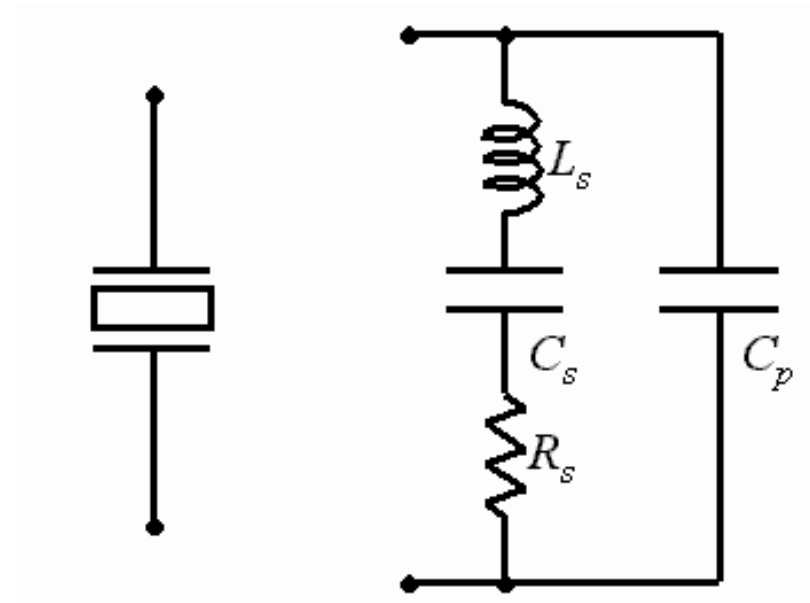
$$f_s \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}}$$

$$f_p \approx f_s \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p}}$$

$$Z(j\omega_s) \approx R_s$$

$$Z(j\omega_p) \approx \frac{L_s C_s}{C_p(C_p + C_s)R_s}$$

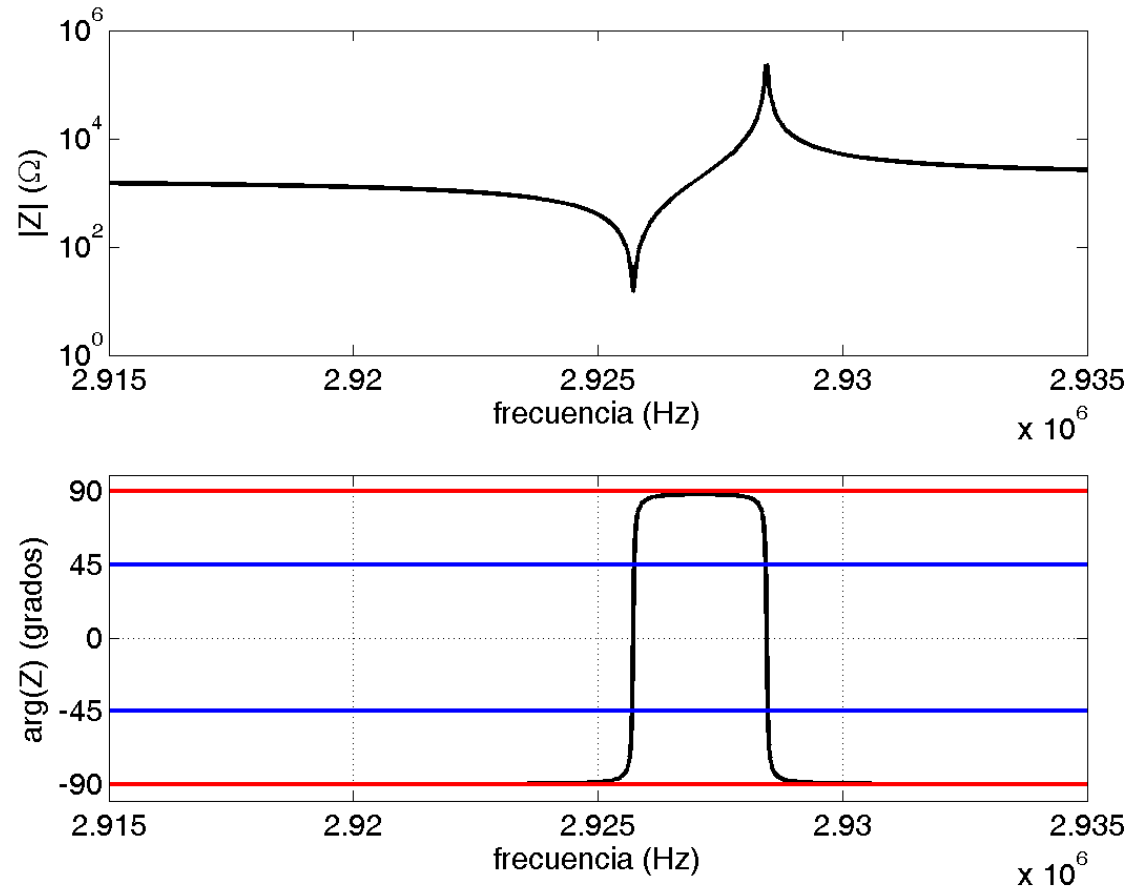
- Para  $f < f_s$  y  $f > f_p$  comportamiento capacitivo
- Entre  $f_s$  y  $f_p$  comportamiento inductivo
- En  $f_s$  y en  $f_p$  comportamiento resistivo
- Alrededor de las frecuencias de resonancia, transición rápida de la fase:
  - de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$  alrededor de  $f_s$
  - de  $\pi/2$  a  $-\pi/2$  alrededor de  $f_p$



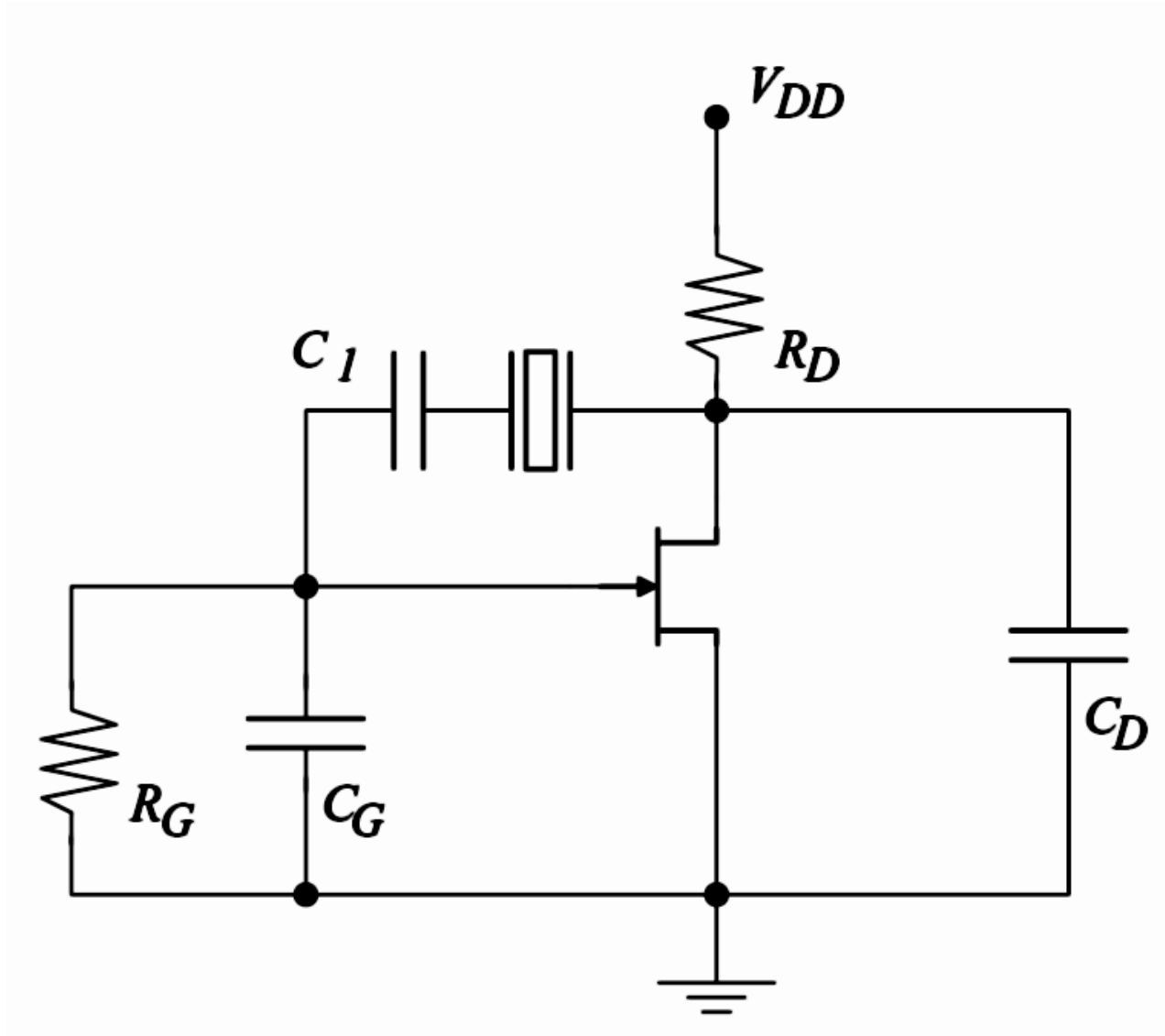
# Respuesta en frecuencia del cristal

$$R_s = 15\Omega; L_s = 54,8 \text{ mH}; C_s = 0,054 \text{ pF}; C_p = 29 \text{ pF};$$

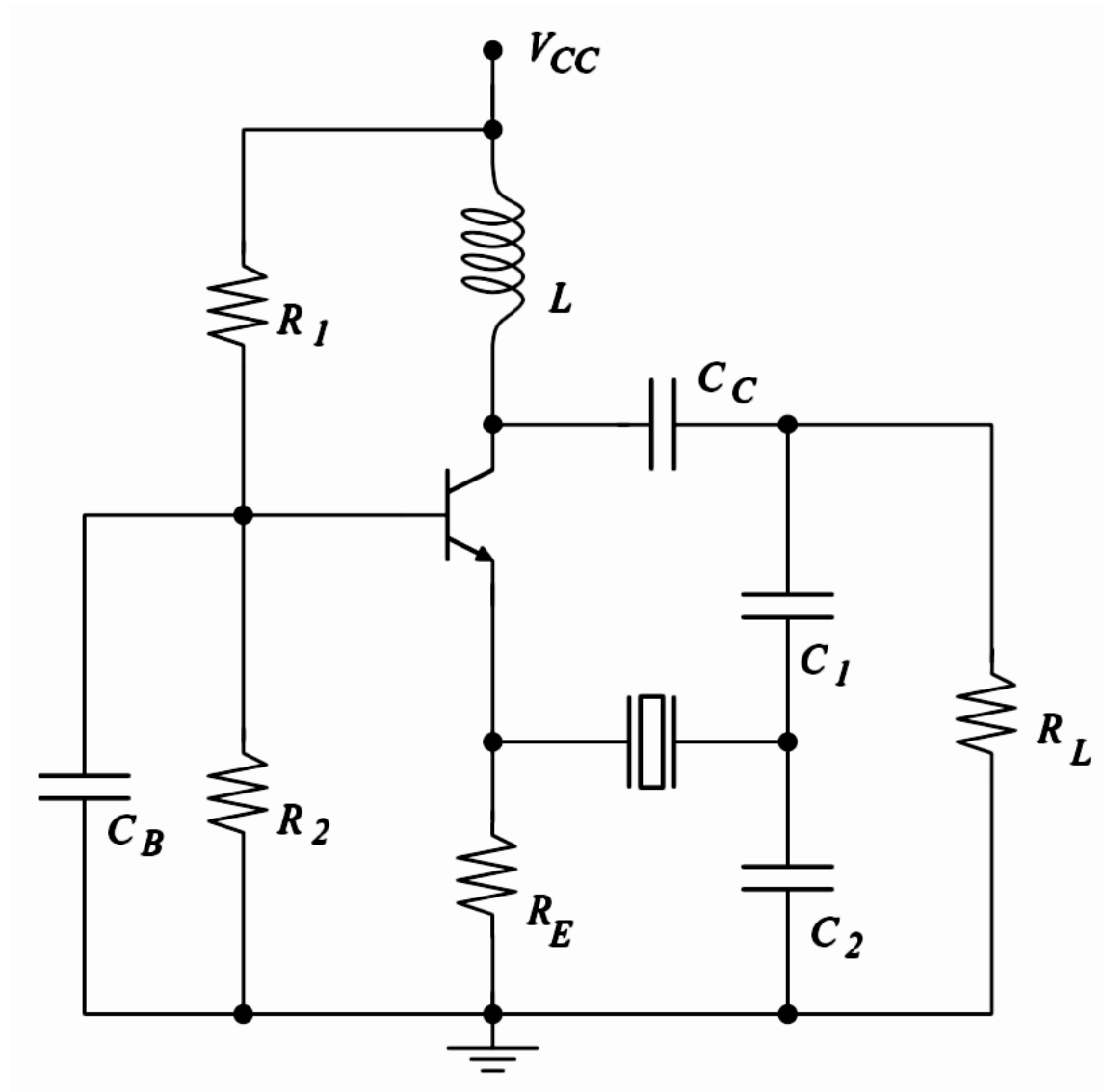
$$f_s = 2,9257 \text{ MHz}; f_p = 2,9284 \text{ MHz}; \Delta f = 2,72 \text{ kHz}; Q = 67173$$



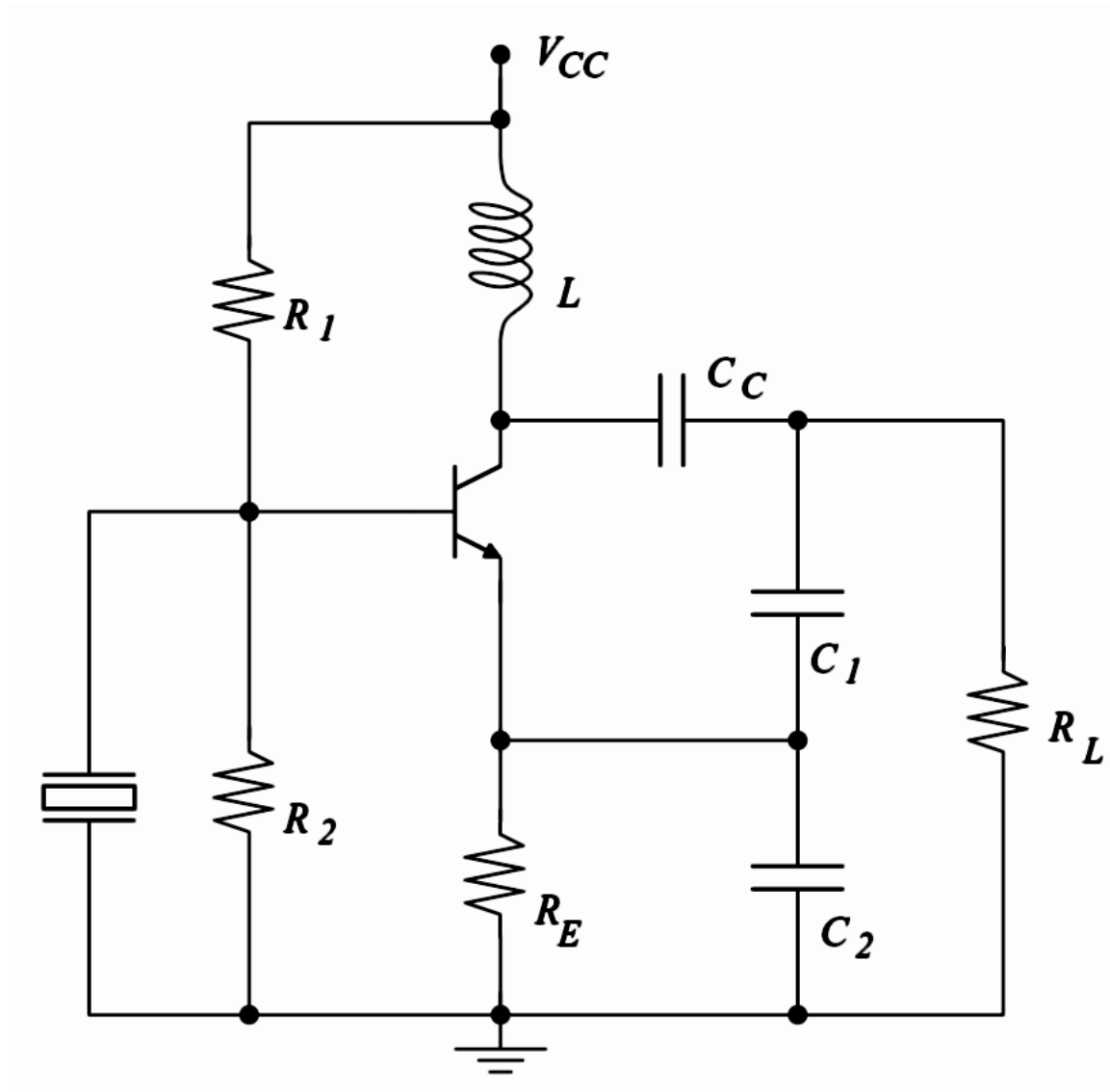
# OSCILADOR DE PIERCE



# OSCILADOR COLPITTS A CRISTAL (1)



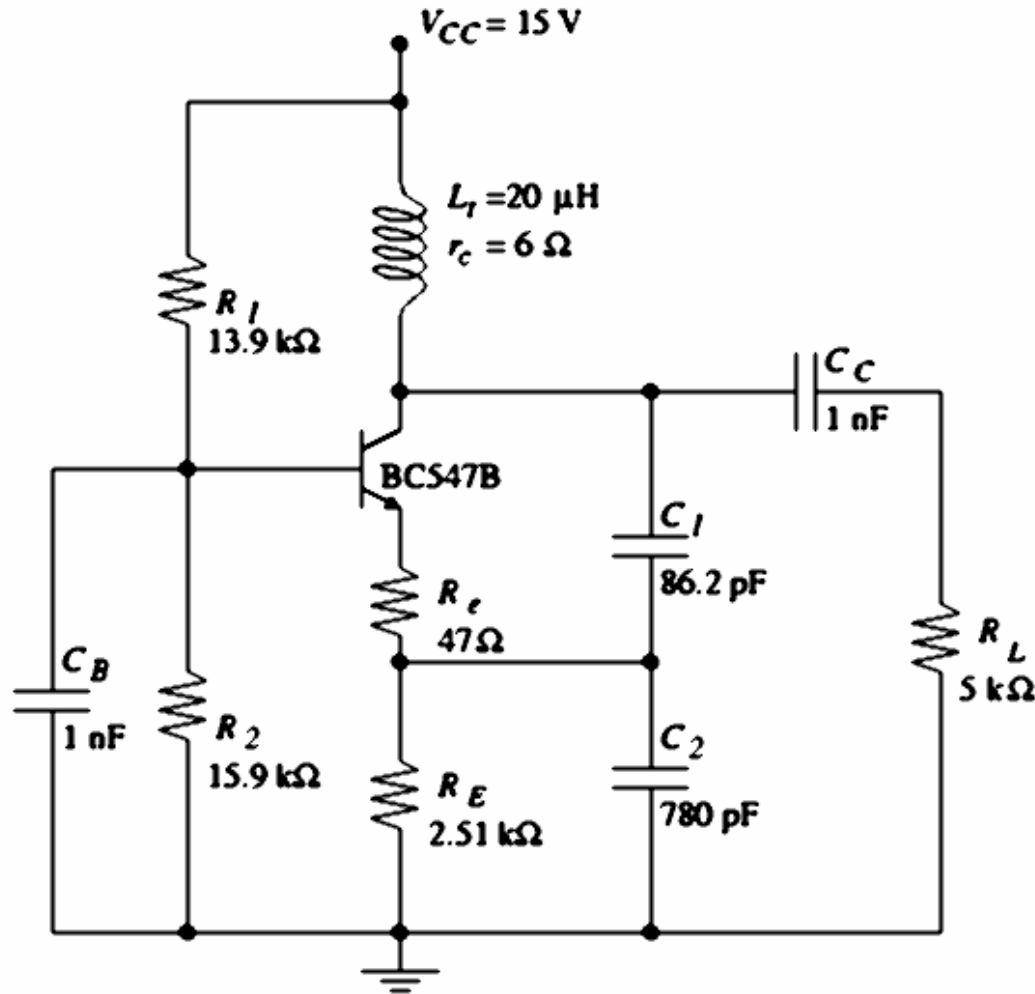
## OSCILADOR COLPITTS A CRISTAL (2)



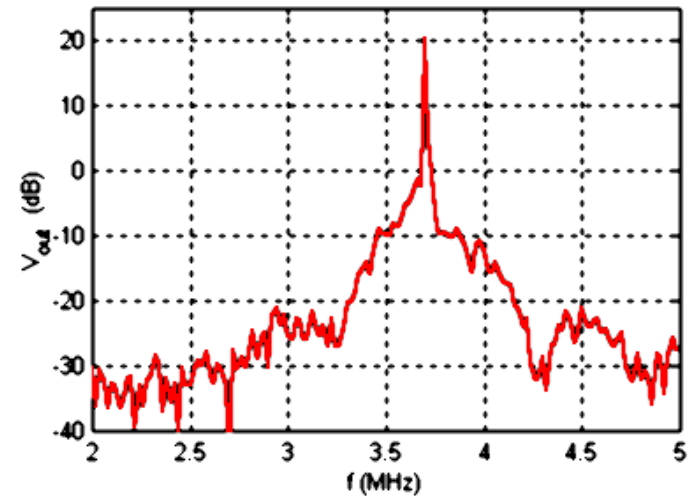
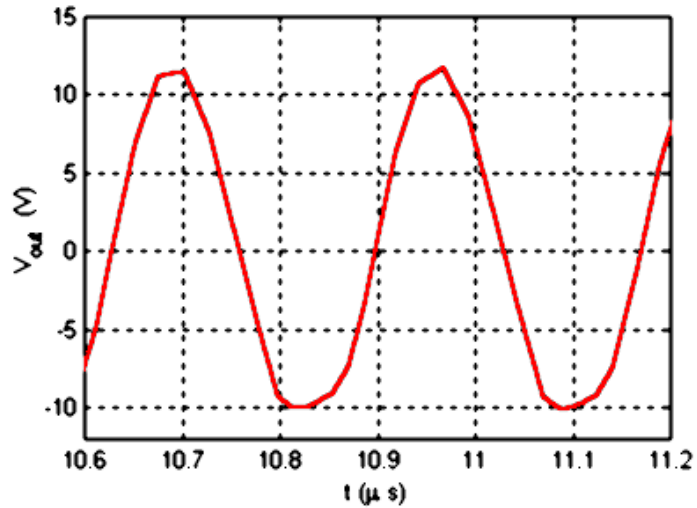
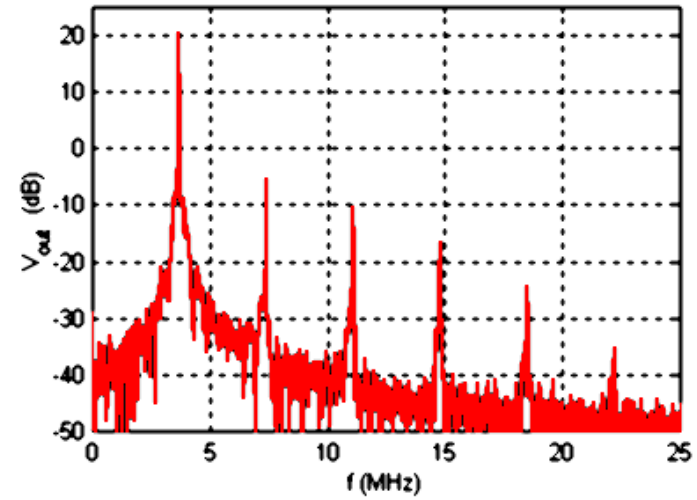
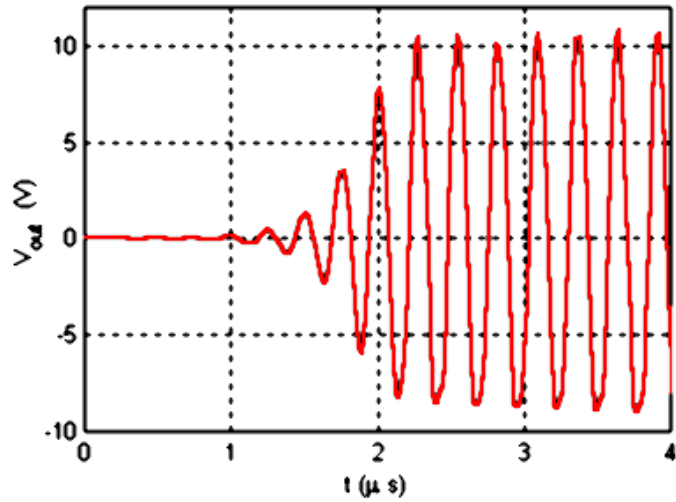


## Ejemplo: oscilador Colpitts a cristal y con varactor

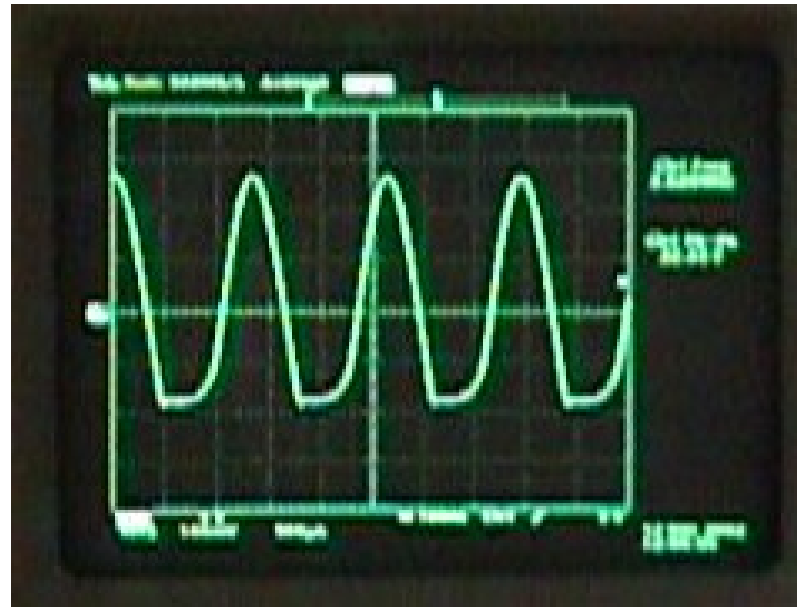
Diseño de oscilador Colpitts BC a 4 MHz, 5 mW a  $R_L = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $Q \approx 5$



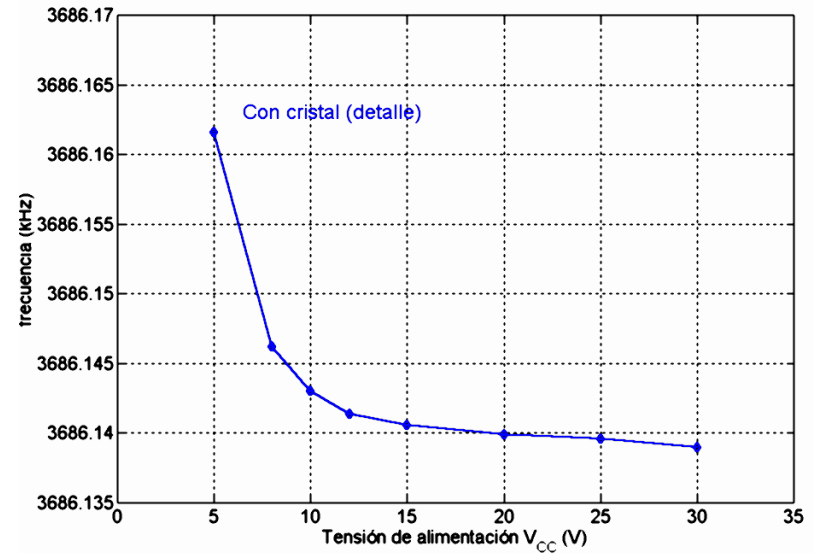
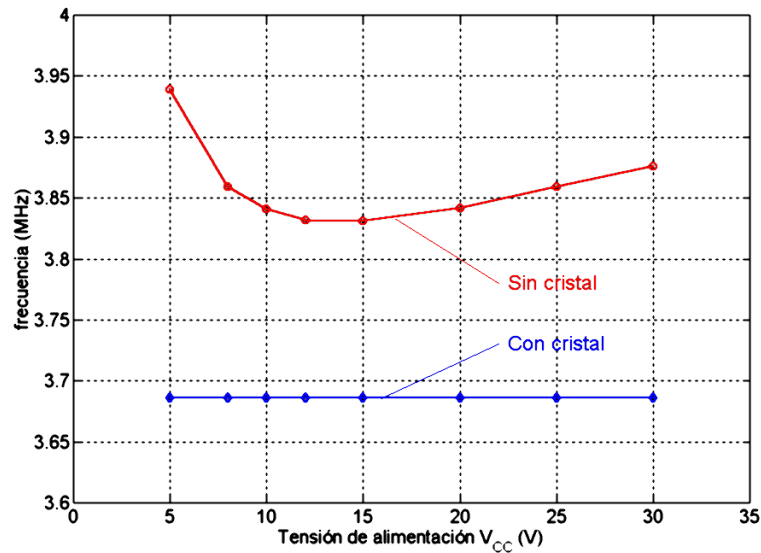
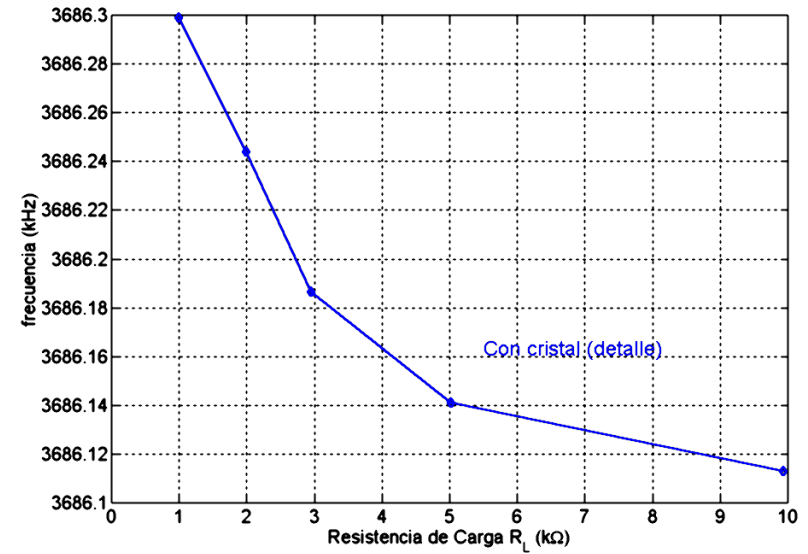
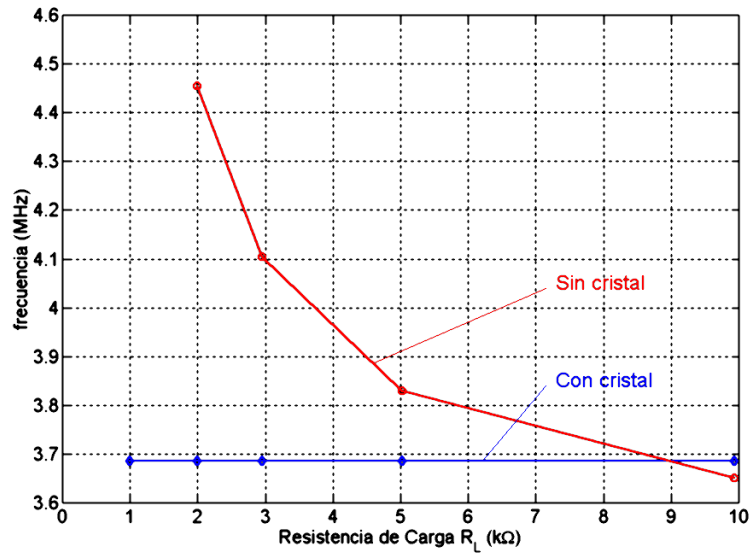
# Análisis y simulación con PSPICE



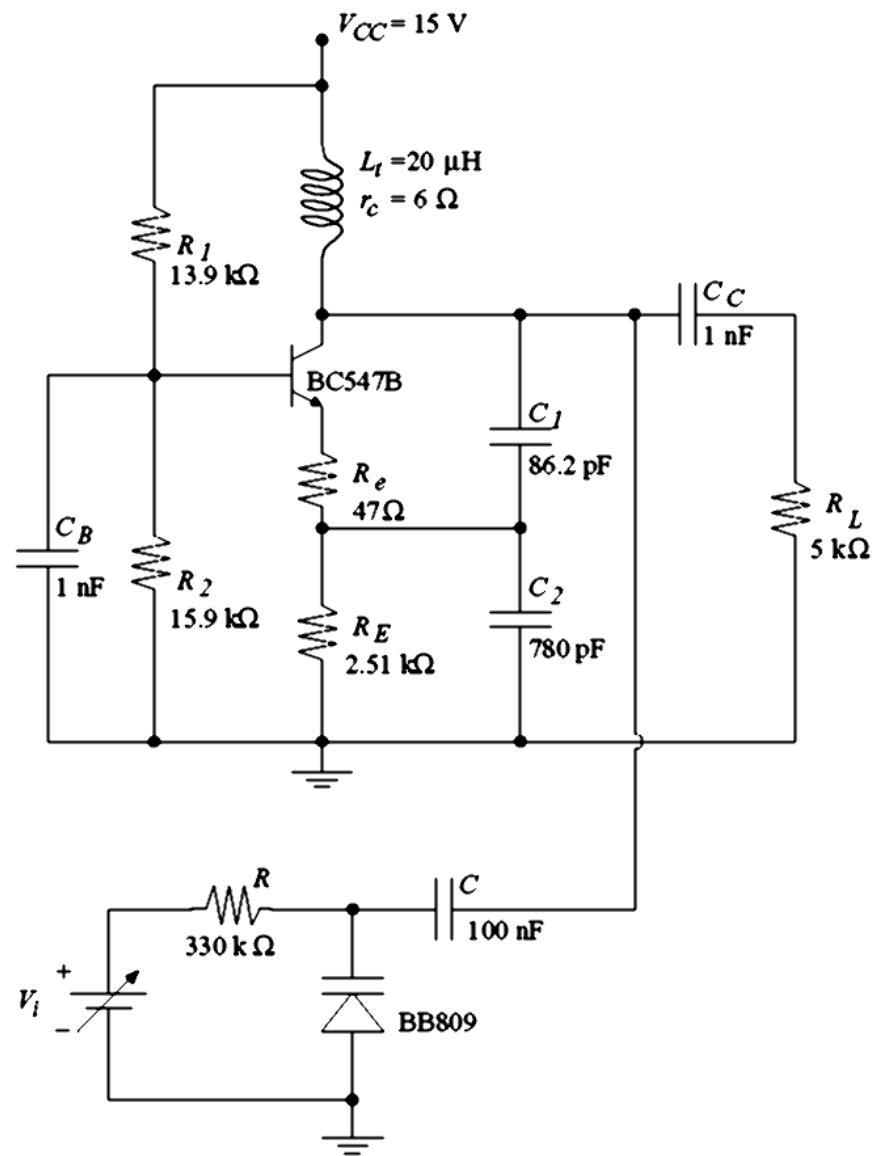
# Medidas en laboratorio



# Pulling y pushing (cristal entre base y tierra)



# Uso del varactor



# Sintonía (con $C_f$ y con varactor)

