

Problemas del Tema 4

Ejercicio 1

Escriba una función en Maxima que calcule valores promedio de variables aleatorias discretas

- input:*
- Función de probabilidad de la variable discreta.
 - Conjunto de valores posibles de la variable discreta.
- output:*
- Promedio.

Ejercicio 2

Escriba una función en Maxima que calcule la desviación estándar de variables aleatorias discretas

- input:*
- Función de probabilidad de la variable discreta.
 - Conjunto de valores posibles de la variable discreta.
- output:*
- Desviación estándar.

Para resolver los dos primeros ejercicios lo más sencillo es definir una función que nos calcule el momento de orden k de una variable discreta. Esto es lo que hace la función `momentosvardis(prob, valoresx, k)`, donde `prob` es la función de probabilidad, `valoresx` es la lista de posibles valores de la variable discreta x y `k` el orden del momento que vamos a calcular.

```
/*  
   Funcion momentosvardis: Calcula el momento de orden k de la variable discreta x con  
   valores posibles dados por valoresx, con probabilidades dadas por la func. prob.  
*/  
momentosvardis(prob, valoresx, k) := block( [px, xk],  
      /* Probabilidades de cada uno de los valores posibles de la variable discreta x */  
      px : makelist(subst(valoresx[i], x, prob), i, 1, length(valoresx), 1),  
      /* Lista de valores de x^k */
```

```

    xk : valoresx ^ k,
    /* Calculamos el momento de orden k */
    px . xk
)$
/* Fin */

```

Una vez definida la función que nos genera los momentos, la función que nos calcula el promedio puede definirse como

```
promediovardis(prob , valoresx) := momentosvardis(prob , valoresx , 1)$
```

En la anterior definición se ha dado por hecho que la función de probabilidad `prob` está debidamente *normalizada*, es decir, que su momento de orden 0 es la unidad. Si esto no fuera así una forma de *normalizar* la función de probabilidad `prob` es redefinirla dividiéndola por su momento de orden 0: `prob = prob/μ0`. En cuyo caso, para calcular el promedio tendríamos que hacer

```
promediovardis(prob , valoresx) := momentosvardis(prob , valoresx , 1) / momentosvardis(prob , valoresx , 0)$
```

En el caso de una función de probabilidad debidamente normalizada ($\mu_0 = 1$) la desviación estándar está dada por $(\mu_2 - \mu_1^2)^{1/2}$. Si la función no está normalizada la re-definimos dividiendo por el valor de μ_0 , de forma que en general la desviación estándar se puede calcular como $(\mu_2/\mu_0 - \mu_1^2/\mu_0^2)^{1/2}$. A partir de las funciones anteriores es muy sencillo definir una función que nos calcule esta desviación estándar:

```
desvstdrvardis(prob , valoresx) := sqrt(
momentosvardis(prob , valoresx , 2) / momentosvardis(prob , valoresx , 0) - promediovardis(prob , valoresx) ^ 2
)$
```

Ejercicio 3

Escriba una función en Maxima que calcule el valor promedio de una variable aleatoria continua

input:

- Función de densidad de probabilidad de la variable continua.
- Intervalo de la recta real donde puede tomar valores la variable continua.

output:

- Promedio.

Ejercicio 4

Escriba una función en Maxima que calcule la desviación estándar de una variable aleatoria continua

input:

- Función de densidad de probabilidad de la variable continua.
- Intervalo de la recta real donde puede tomar valores la variable continua.

output: • Desviación estándar.

Para los ejercicios 3 y 4 definimos una función que nos calcule los momentos de una variable aleatoria continua, descrita por la función de densidad de probabilidad $f(x)$, sobre el intervalo $[a, b] = \text{intervalox}$ de la recta real.

```

/*
   Funcion momentosvarcon: Calcula el momento de orden k de la variable continua x
   definida sobre el intervalo intervalox, con probabilidades dadas por la func. de
   densidad de probabilidad f.
*/
momentosvarcon(f, x, intervalox, k) := integrate(f * x^k, x, intervalox[1], intervalox[2])$
/* Fin */

```

En esta definición hemos dado por hecho que los valores dados en `intervalox` están ordenados, y también que la integral correspondiente puede calcularse de manera analítica. Una vez definida esta función el promedio y la variación estándar pueden calcularse como

```

promediovarcon(f, x, intvx) := momentosvarcon(f, x, intvx, 1) / momentosvarcon(f, x, intvx, 0)$
devstdrvarcon(f, x, intvx) := sqrt(
momentosvarcon(f, x, intvx, 2) / momentosvarcon(f, x, intvx, 0) - promediovarcon(f, x, intvx)^2
)$

```

donde hemos conservado el factor de normalización $1/\mu_0$ para aquellos casos en los que la función de densidad de probabilidad suministrada no esté normalizada.