

MATEMÁTICAS
1º DEL GRADO EN CIENCIAS AMBIENTALES
CURSO 13-14

Hoja de problemas del TEMA 8

1. Supongamos que una persona toma una píldora que contiene 200 miligramos de una cierta droga cada 4 horas. Supongamos que la droga llega a la corriente sanguínea inmediatamente. Si también cada 4 horas el cuerpo elimina el 20 % de la droga existente en la sangre, escribir una ecuación en diferencias que describa la cantidad $A(n)$ (en mg) de droga en la sangre después de tomar la n -ésima píldora.
2. La vida media de un elemento químico es de cuatro días (la mitad de cualquier cantidad del elemento se desintegra en cuatro días). Se cuenta con una masa inicial de un gramo.
 - (a) Encontrar la masa que queda después de t días.
 - (b) Hallar la masa que queda a los 16 días.
 - (c) ¿Cuándo se reducirá la masa hasta 0,01 gramos?
3. Un isótopo radioactivo decae con una tasa proporcional a su masa actual. Su vida media T es el periodo en el que esta masa se divide por dos. Si inicialmente su masa es m_0 :
 - a) Escribir la masa m en función del tiempo t .
 - b) Si inicialmente hay 1 g de carbono 14 (vida media 5570 años), calcular cuánto quedará después de 30 años y 3000 años.
4. Si una vaca produce su primera vaquita cuando tiene dos años y tiene otra vaca cada año, ¿cuántas vacas habrá pasados doce años si se supone que no muere ninguna?.
5. Supongamos que de una planta sale un nuevo retoño. Ese retoño debe crecer dos meses antes de ramificarse; desde ese momento, puede ramificarse todos los meses. Por ejemplo, la *Achillea ptarmica* responde a este tipo de crecimiento. ¿A qué sucesión corresponde el número de ramas de la planta anterior?
6. Una población de aves habita en un cierto entorno P . En dicha población anualmente nacen y mueren el mismo número de aves y las variaciones en su tamaño se deben a una emigración anual del 25 % de las aves a una zona más cálida M de la que no retornan. La tasa de crecimiento de la población de aves en la zona M es del 3 % anual. Sabiendo que inicialmente la población de aves en la zona P es de 1500 individuos y en la zona M es de 400 calcular:
 - a) El número de aves en la zona P en el año n (P_n).
 - b) Cuántos años deben pasar para que la población inicial en P se reduzca al menos el 90 %.
 - c) Obtener la ecuación recursiva que describe el número de aves M_n en la zona M en el año n .

7. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,4 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- a) Calcular sus autovalores.
- b) ¿Es A la matriz de algún modelo de población conocido? Si es así, interpretar el significado del mayor autovalor de A y de su autovector asociado.

8. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 0,3 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- a) Calcular sus autovalores.
- b) ¿Es A la matriz de algún modelo de población conocido? Si es así, interpretar el significado del mayor autovalor de A y de su autovector asociado.

9. La siguiente tabla corresponde a la distribución en tres intervalos de edad de una población femenina de hasta 59 años en un pueblo de Italia, en el año 1995 y en el año 2005.

Edad	Nº mujeres en 1995	Nº mujeres en 2005	Nº hijas entre 1995 y 2005
0 – 19	14532	16611	4715
20 – 39	15364	14360	10503
40 – 59	11450	14892	1393

Se pide:

Estimar cuál será la población de mujeres en cada uno de los tres grupos de edad en el año 2015.

SOLUCIONES

1. $A_{n+1} = 0,8A_n + 200$

2. (a) $M(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{4}}$ (b) 0,0625 (c) 27 días

3. (a) $M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ (b) 0,996273 g., 0,688438 g.

4. Comenzando en $t = 0$ con 1 vaca recién nacida, en $t = 12$ habrá 233 vacas.

6. (a) $P(n) = (0,75)^n 1500$, (b) 9 años, (c) $M(n) = 1,03M(n-1) + (0,75)^{n-1} 1500 \cdot 0,25$

7. (a) $\lambda_1 = 0,6324$, $\lambda_2 = -0,6324$ (b) λ_1 corresponde a la velocidad de crecimiento. El 61,3% de la población está en la clase de edad 0. El 38,79% de la población está en la clase de edad 1.

8. (a) (a) $\lambda_1 = 4,40832$, $\lambda_2 = -4,408324$ (b) λ_1 corresponde a la velocidad de crecimiento. El 93,6% de la población está en la clase de edad 0. El 6,4% de la población está en la clase de edad 1.

9. 17017 mujeres en el primer grupo de edad; 16414 en el segundo; 13918 en el tercero.