MATEMÁTICAS

1^0 DEL GRADO EN CIENCIAS AMBIENTALES
CURSO 13-14

Hoja de problemas del TEMA 6

1. Aplicar el método de Gauss a cada uno de los siguientes sistemas, determinando, si existe, la solución general:

$$\text{(I)}\ \left.\begin{array}{r} x+y+2z=5 \\ 2x-y+4z=11 \\ -y+z=3 \end{array}\right\} \quad \text{(II)}\ \left.\begin{array}{r} 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+3z=2 \\ 7x+4y+5z=3 \end{array}\right\} \quad \text{(III)}\ \left.\begin{array}{r} 2x+4y-2z=2 \\ 4x+9y-3z=8 \\ -2x-3y+7z=10 \end{array}\right\}$$

$$\text{(IV)}\ \left.\begin{array}{r} x+2y+3z=1 \\ 2x+3y+4z=2 \\ 3x+5y+7z=6 \end{array}\right\} \quad \text{(V)}\ \left.\begin{array}{r} x-2y+z+2u=-2 \\ 2x+3y-z-5u=9 \\ 4x-y+z-u=5 \\ 5x-3y+2z+u=3 \end{array}\right\} \quad \text{(VI)}\ \left.\begin{array}{r} x+y+2z+3u+4v=0 \\ 2x+2y+7z+11u+14v=0 \\ 3x+3y+6z+10u+15v=0 \end{array}\right\}$$

2. Sean

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 4 & 5 & -1 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad X=\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad Y=\begin{pmatrix} 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Efectuar, cuando tenga sentido: $A^2, AB, B^2, AX, XA, BX, XB, BY, YA, YB, AY, XY$.

3. Sean

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Comprobar que $AB=AC$ y obsérvese entonces que $AB=AC$ no implica $B=C$.

4. Ayudándose de la eliminación gaussiana calcular, si existen, las inversas de las siguientes matrices:

$$\text{(I)}\ \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{(II)}\ \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{(III)}\ \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(IV)}\ \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{(V)}\ \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{(VI)}\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 3 \\ -3 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{(VII)}\ \begin{bmatrix} 3 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

SOLUCIONES

1. (I) $x=0, y=-1/3, z=8/3$. (II) $x=\frac{1-3y}{4}, y=y, z=\frac{1+y}{4}$. (III) $x=-1, y=2, z=2$.
(IV) Incompatible. (V) $x=12/7-z/7+4u/, y=13/7+3z/7+9u/7, z=z, u=u$.
(VI) $x=-y-v, y=y, z=3v, u=-3v, v=v$.

4. (I) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ (II) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ (III) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (IV) $\begin{bmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{9}{10} \end{bmatrix}$

(V) $\begin{bmatrix} \frac{-11}{32} & \frac{13}{64} & \frac{7}{64} & \frac{-3}{64} \\ \frac{-5}{32} & \frac{35}{64} & \frac{9}{64} & \frac{-13}{64} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \frac{3}{16} & \frac{1}{16} \\ \frac{-5}{32} & \frac{3}{64} & \frac{-23}{64} & \frac{19}{64} \end{bmatrix}$ (VI) No existe la inversa (VII) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & \frac{-4}{3} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$