Problemas Propuestos

PROBLEMA 5.1

Sea $x(t)$ una señal cuya respuesta en frecuencia cumple:

$$X(\omega)=0 \quad , \quad |\omega|>\frac{\omega_0}{2}$$

Teniendo en cuenta las características de esta señal, indicar la pulsación mínima de muestreo para las siguientes señales:

a.- $y(t)=x^2(t)\cdot\dfrac{d\,x(t)}{d\,t}$

b.- $y(t)=x(t)\cdot\cos\left(\dfrac{3}{4}\omega_0\,t\right)$

c.- $y(t)=x\left(\dfrac{t}{2}\right)\cdot x(t-4)$

Resultado

a.- $\omega_s=3\,\omega_0$

b.- $\omega_s=\dfrac{5}{2}\omega_0$

c.- $\omega_s=\dfrac{3}{2}\omega_0$

PROBLEMA 5.2

Una técnica utilizada para disminuir la frecuencia de muestreo de señales reales paso banda, se basa en la representación de estas mediante funciones paso bajo que contienen la misma información.

a.- Obtener el espectro de la señal si se muestrea con un tren de pulsos cuadrados de anchura $\tau = \frac{1}{12}$ y amplitud unidad.

$$x(t) = u_c(t) \cdot cos(\omega_c t) - u_s(t) \cdot sen(\omega_c t) \qquad (1)$$

$$x(t) = \Re e\{[u_c(t) + j\,u_s(t)] \cdot e^{j\omega_c t}\} \qquad (2)$$

$$x(t) = a(t) \cdot cos(\omega_c t + \theta(t)) \quad con \quad \begin{cases} a(t) = \sqrt{u_c^2(t) + u_s^2(t)} \\ \theta(t) = arctg\left(\dfrac{u_s(t)}{u_c(t)}\right) \end{cases} \qquad (3)$$

A partir del diagrama de bloques de la figura 1 (con $\omega_c >> 2\omega_1$) y de la señal $x(t)$ cuyo espectro se representa en la figura 2, se pide:

b.- Dibuje los espectros de amplitud y de fase de las señales $u_c(t)$ y $u_s(t)$ (denominadas componentes en fase y cuadratura).

c.- Calcule en la figura 1 el máximo valor de T para muestrear las señales $u_c(t)$ y $u_s(t)$ y seguir manteniendo toda la información de $x(t)$. Comparar este valor con el que establece el teorema de Nyquist para el muestreo de $x(t)$.

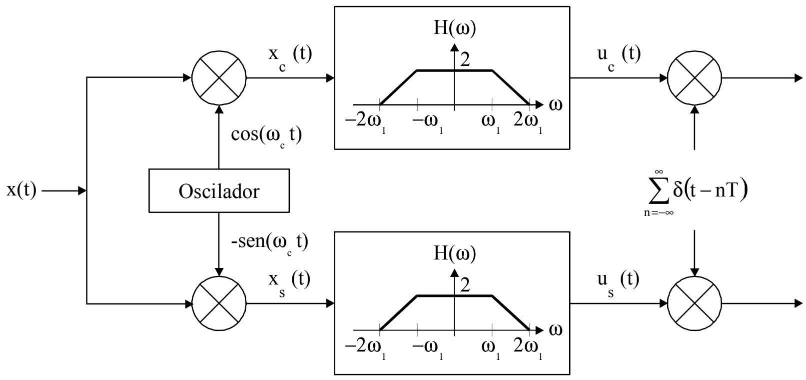


Figura 1

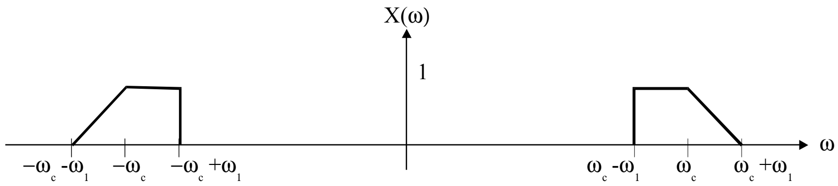
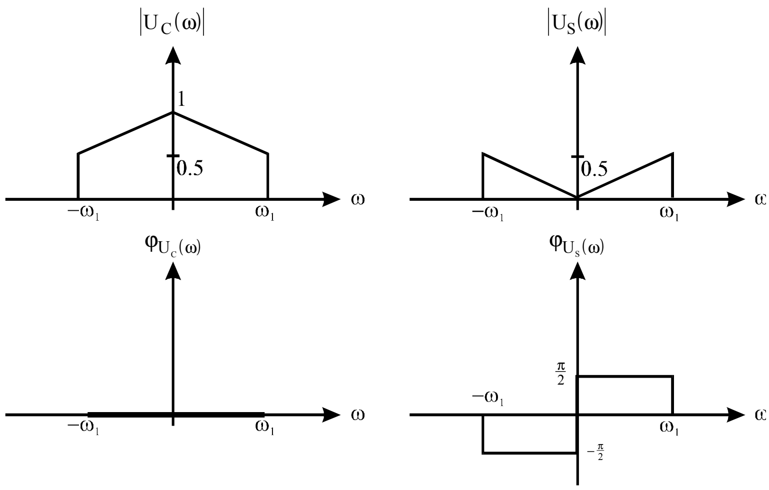


Figura 2

Resultado

a.- Desarrollando las ecuaciones 1 y 2 y calculando el fasor suma en ambos casos, se obtiene la ecuación número 3.

b.-



c.-

$$\omega_s\big|_{\min} = 2\omega_1 \quad \rightarrow \quad T_{\max} = \frac{2\pi}{\omega_s} = \frac{\pi}{\omega_1} \quad para \;\; u_c(t) \; y \; u_s(t)$$

$$\omega'_s\big|_{\min} = 2(\omega_c + \omega_1) \quad \rightarrow \quad T'_{\max} = \frac{\pi}{\omega_c + \omega_1} \quad para \;\; x(t)$$

$$T_{\max} >> T'_{\max}$$

PROBLEMA 5.3

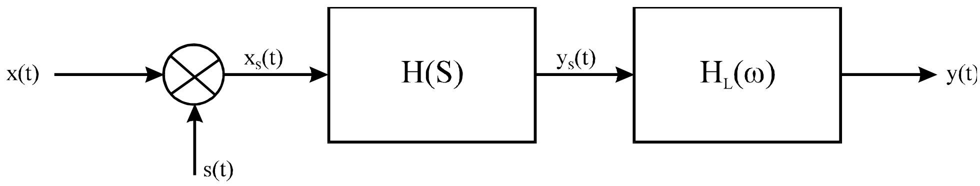
En el esquema de la figura, se sabe que:

$$x(t) = cos(0.5 \cdot t) + 0.1 \cdot cos(0.8 \cdot t)$$

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\pi)$$

$$H(S) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2} \cdot s + 1}$$

$$H_L(\omega) = \begin{cases} 1 & , |\omega| < 2 \\ 0 & , |\omega| > 2 \end{cases}$$



Se pide:

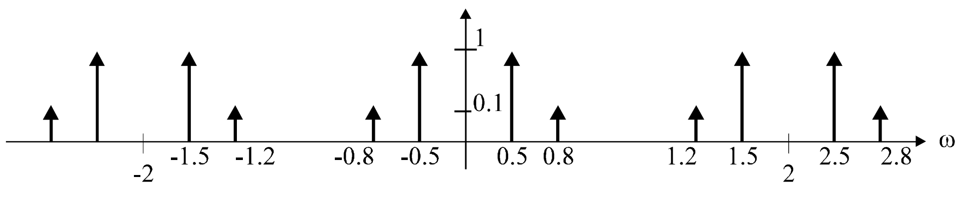
a.- Espectro de $x_s(t)$.

b.- Módulo del espectro de $y(t)$.

Resultado

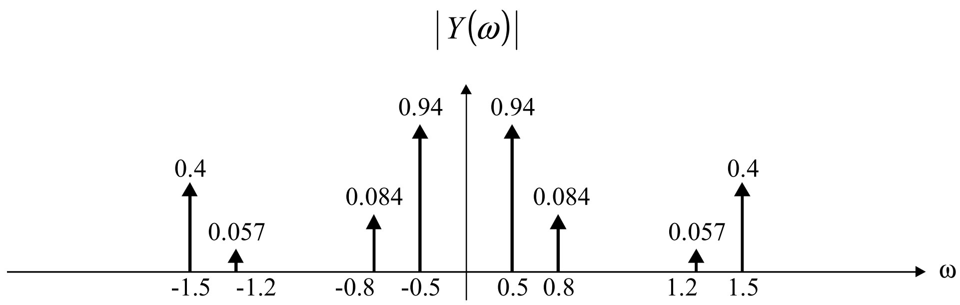
a.-

$$X_s(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\delta(\omega - 0.5 - k2) + \delta(\omega + 0.5 - k2)$$
$$+ 0.1 \cdot \delta(\omega - 0.8 - k2) + 0.1 \cdot \delta(\omega + 0.8 - k2)]$$



b.-

$$\left| Y(\omega) \right| = 0.97 \cdot \delta(\omega - 0.5) + 0.97 \cdot \delta(\omega + 0.5) + 0.084 \cdot \delta(\omega - 0.8) + 0.084 \cdot \delta(\omega + 0.8)$$
$$+ 0.057 \cdot \delta(\omega - 1.2) + 0.057 \cdot \delta(\omega + 1.2) + 0.4 \cdot \delta(\omega - 1.5) + 0.4 \cdot \delta(\omega + 1.5)$$



PROBLEMA 5.4

Para transmitir la señal $x(t)$, de ancho de banda $10\,KHz$, se utiliza el sistema de la figura 1.

Como señal de muestreo se utiliza la señal $s(t)$ de la figura 2, donde f_s se corresponde con la frecuencia de Nyquist.

Diseñar el sistema que permita recuperar $x(t)$ a partir de las muestras obtenidas.

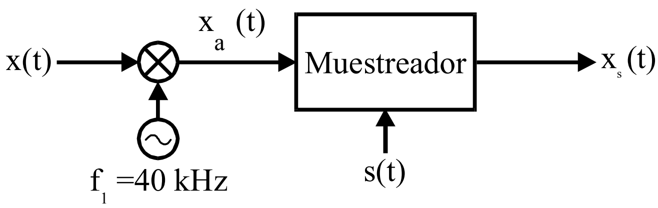


Figura 1

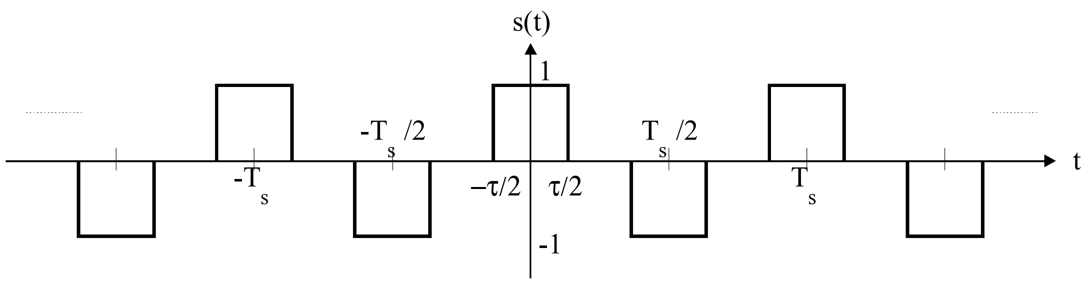
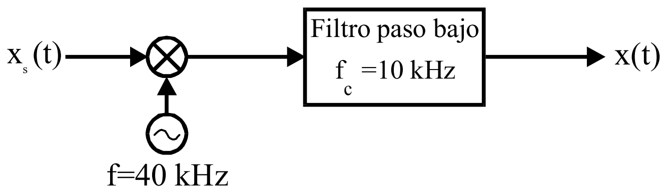


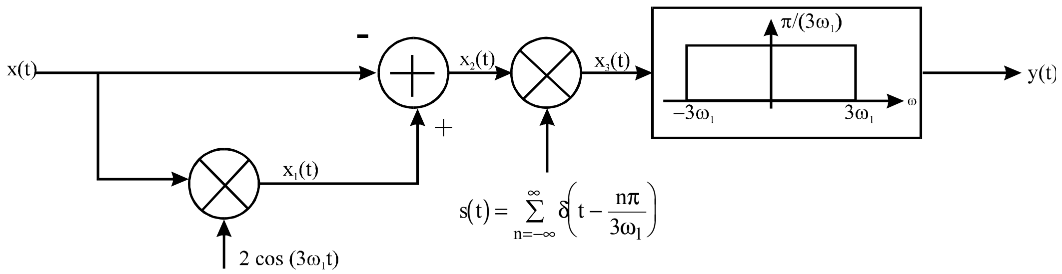
Figura 2

Resultado



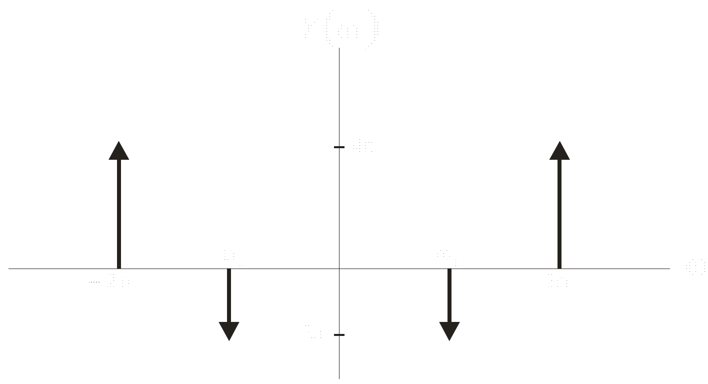
PROBLEMA 5.5

A la entrada del sistema de la figura se tiene la señal $x(t) = 2 \cdot \cos(\omega_1 t)$. Determine la señal de salida del sistema $y(t)$ y obtenga la representación de su espectro.



Resultado

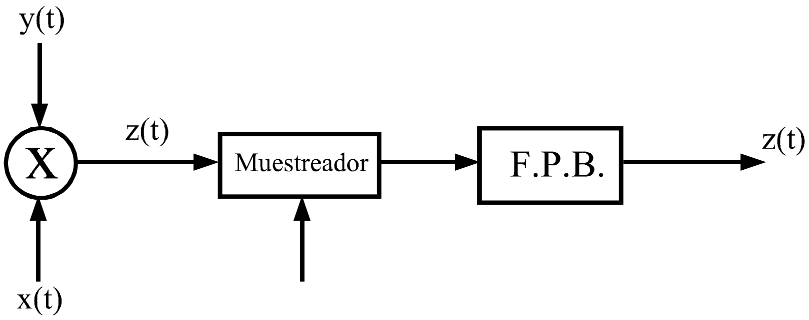
$$y(t) = 4 \cdot cos(2\,\omega_1\, t) - 2 \cdot cos(\omega_1\, t)$$



PROBLEMA 5.6

En el diagrama de bloques de la figura las señales x(t) e y(t) son paso bajo:

$$\begin{cases} X(\omega) = 0, & |\omega| \geq \omega_a \\ Y(\omega) = 0, & |\omega| \geq \omega_b \end{cases}$$



Se pide encontrar el valor máximo del periodo de muestreo para recueperar a la salida de un filtro paso bajo la señal z(t).

Resultado

$$T_{\max} = \frac{\pi}{\omega_a + \omega_b}$$

PROBLEMA 5.7

La señal $x(t)$, de ancho de banda 5 KHz, pasa a través del sistema de la figura 1.

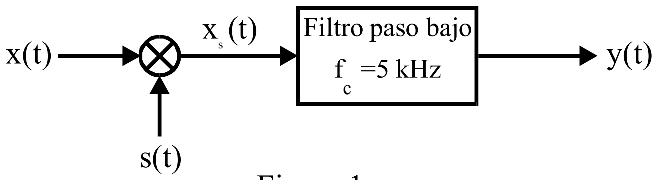


Figura 1

Como señal de muestreo se utiliza la señal $s(t)$ representada en la figura 2:

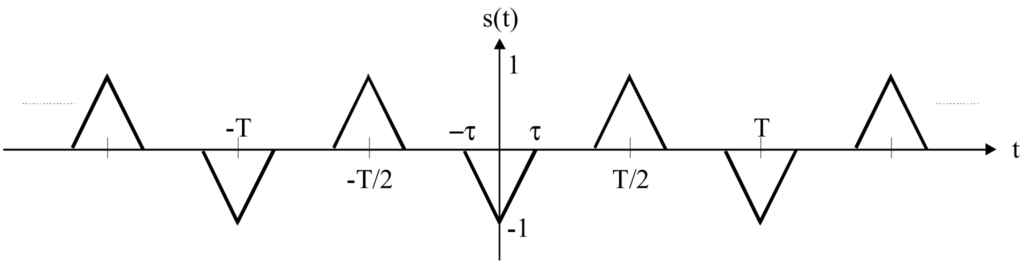


Figura 2

Determínese la señal $y(t)$, a la salida del sistema.

Resultado

$$y(t) = 0$$

PROBLEMA 5.8

Para muestrear la señal real $x(t)$ de ancho de banda $20\,KHz$, se utiliza una frecuencia de muestreo $f_S = 50\,KHz$.

Se desea muestrear la señal $y(t) = x(t) + cos(\omega_0 t)$, con la misma frecuencia de muestreo f_S. Se pide:

a.- Valor mínimo de ω_0 para que las muestras de $y(t)$ coincidan con las de $x(t)$.

b.- Posibles valores de la frecuencia de corte del filtro paso bajo de reconstrucción, para poder recuperar $x(t)$ a partir de las muestras de $y(t)$.

Resultado

a.-

$$\omega_0\Big|_{mínimo} = 20\pi\, krad/seg$$

b.-

$$20\, KHz < f_c < 30\, KHz$$

PROBLEMA 5.9

El sistema de la figura representa el muestreo de la señal $x(t)$ (figura 1) mediante dos señales diferentes $s_1(t)$ (figura 2) y $s_2(t)$ (figura 3). Los filtros de reconstrucción son filtros paso bajo ideales con la misma frecuencia de corte. Calcule la relación de energías de las señales $y_1(t)$ e $y_2(t)$.

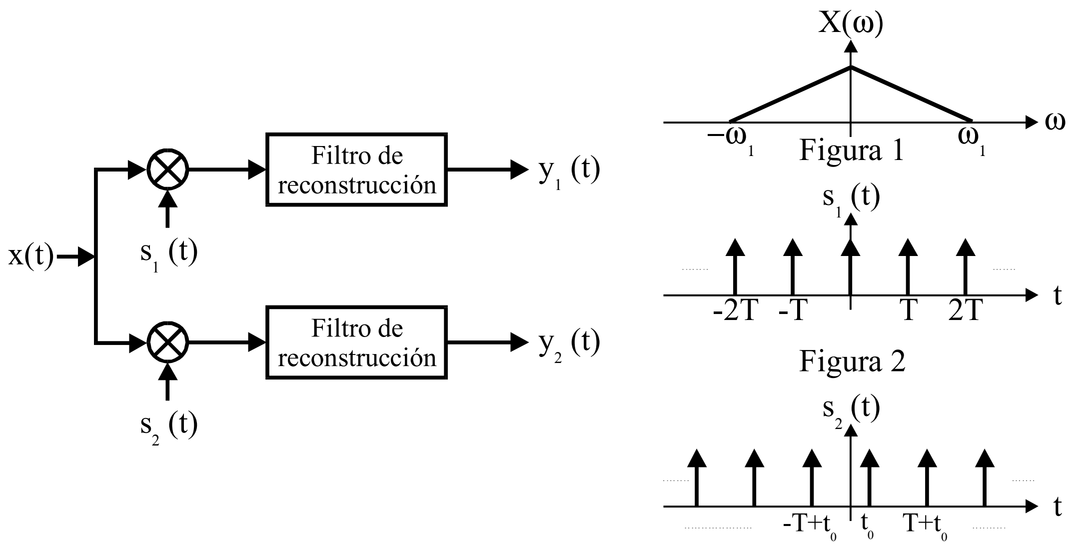


Figura 1
Figura 2
Figura 3

Resultado

$$\frac{E[\,y_1(t)\,]}{E[\,y_2(t)\,]} = 1$$

PROBLEMA 5.10

El sistema de la figura 1, realiza el muestreo de la señal $x(t)$, para lo cual se utiliza la señal $s(t)$ de la figura 2. Estúdiese la influencia de la anchura de los pulsos sobre la señal recuperada a partir de un filtro paso bajo.

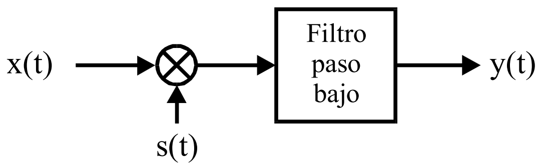


Figura 1

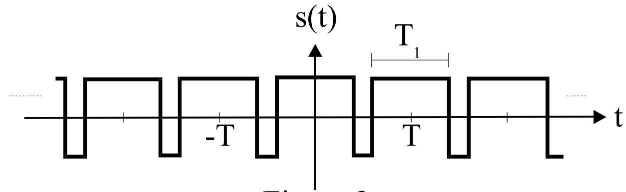


Figura 2

Resultado

A la salida del filtro se obtiene la señal:

$$y(t) = \frac{2 \cdot T_1 - T}{T} \cdot x(t)$$