

Problema 1 (10 puntos)

La velocidad de una partícula viene dada por la siguiente ecuación: $\vec{v} = a\vec{u}_r + at\vec{u}_\phi + at\cos t\vec{u}_\theta$, siendo $a = \text{constante}$. Calcular

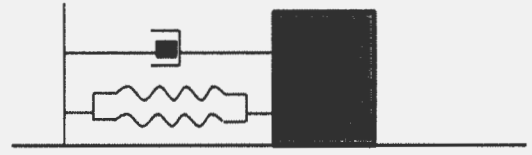
- Las ecuaciones paramétricas (4 puntos)
- La ecuación de la trayectoria (2 puntos)
- La aceleración tangencial (4 puntos)

En $t=0$, la partícula se encuentra en el punto de coordenadas $(0,0,0)$

Problema 2 (10 puntos)

Una masa de 400 kg desliza sin rozamiento sobre una recta horizontal. Está unida a dos muelles en paralelo de constantes elásticas igual a 25000 N/m y 75000 N/m respectivamente y existe un amortiguamiento viscoso del que se comprueba que se reduce la amplitud a la mitad cada 10 s. Inicialmente se comprueba que está en reposo un distancia $x_0=0,4$ m de la posición de equilibrio. Se pide:

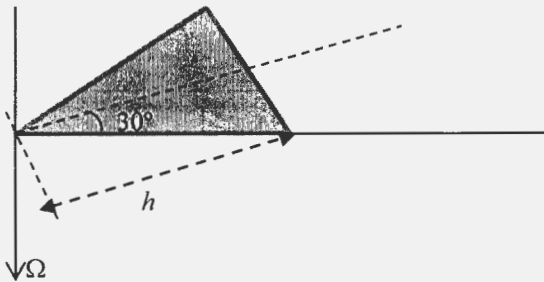
- k equivalente (1 punto)
- Constante de amortiguamiento C (3 puntos)
- Ecuación de movimiento y su solución (4 puntos)



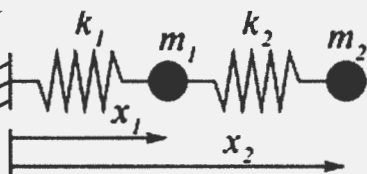
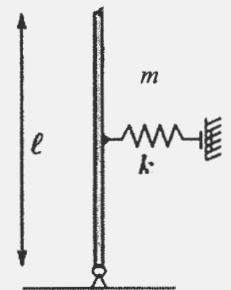
Problema 3 (10 puntos)

Un cono recto circular homogéneo de semiángulo 30° , masa m y altura h rueda sin deslizar sobre un plano horizontal. La velocidad angular del cono alrededor de la vertical que pasa por el vértice es Ω . El cono está simplemente apoyado por un plano, pudiéndose levantar del vértice.

- Axoides (2 puntos)
- La precesión, nutación y la rotación propia (2 puntos)
- Determinar el valor límite de Ω para que el vértice no pueda levantarse (6 puntos). Datos: A, B, C (momentos de inercia del cono)



Problema 4 (10 puntos) Un poste homogéneo y rígido de masa m y altura l está colocado verticalmente, apoyado en su base mediante una articulación que permite el giro libre en un plano vertical. El poste está estabilizado mediante un dispositivo elástico equivalente a un resorte lineal de constante k y acción horizontal, situado a media altura. Si $k=3mg/2l$, discutir las posiciones de equilibrio



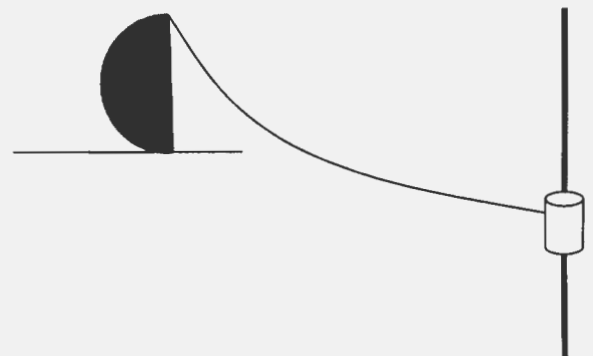
Problema 5 (10 puntos)

Resolver el movimiento del sistema de la figura aplicando la formulación de Hamilton (dos partículas puntuales unidas a muelles).
 $k_2=k_1/2$ y $m_2=2m_1$

Problema 6 (10 puntos)

El hilo de la figura con $q=5$ kg/m tiene una longitud de 10 m. Está unido a un semidisco rugoso de $\mu = 0,05$, radio 5 m y peso 30π kg y a una deslizadora rugosa de $\mu' = 0,5$ y peso desconocido. Sabiendo que el hilo sujeta la deslizadora y el sistema se encuentra en equilibrio estricto. Se pide:

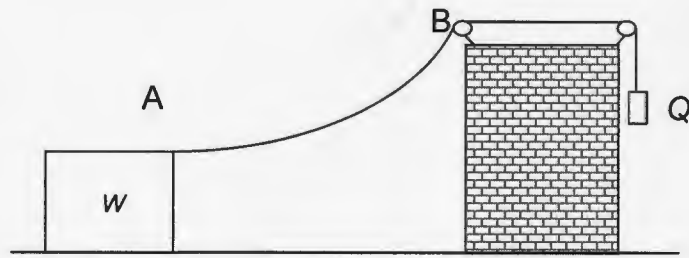
- Parámetro de la catenaria (2 puntos)
- Peso de la deslizadora (3 puntos)
- Flecha del hilo (3 puntos)
- Luz del hilo (2 puntos)



Bloque 4

Problema 1 (10 puntos)

Se considera un bloque de sección cuadrada de la figura de peso $W=40$ kg, está apoyado sobre un plano horizontal de coeficiente de rozamiento $\mu=0.5$. En su esquina A está anclado un cable homogéneo AB perfectamente flexible e inextensible de peso unitario 0.5 kg/m. La reacción normal entre el bloque y el suelo es de 20 kg. El extremo B del cable está unido a una polea y el cable continúa como muestra la figura, pasando por una segunda polea unida al bloque de peso Q .



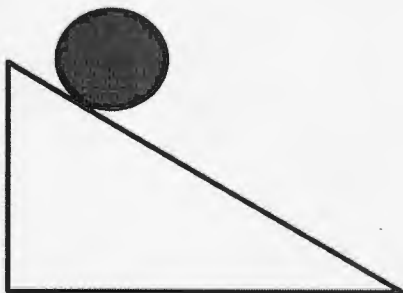
La longitud del cable AB es 4 veces el parámetro de la catenaria.

- Calcular la configuración de equilibrio del cable (parámetro de la catenaria (2 puntos), luz (3 puntos), flecha (3 puntos))
- Calcular el peso del bloque Q (2 puntos)

Problema 2 (15 puntos)

Una cuña de masa m se mueve deslizando hacia la derecha sin rozamiento sobre el eje OX horizontal. La cuña forma un ángulo de 30° con la horizontal. Una esfera maciza de masa m y radio R rueda sin deslizar sobre la cuña según se muestra en la figura.

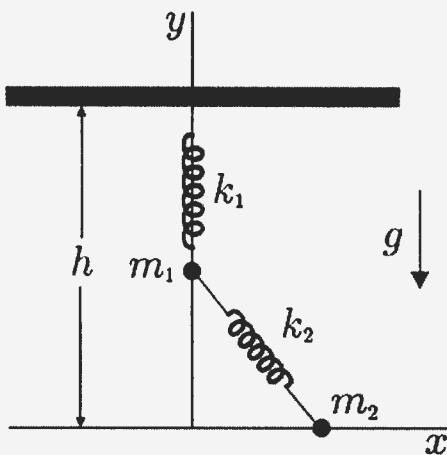
- Calcular el Lagrangiano (5 puntos)
- Calcular el Hamiltoniano (5 puntos)
- Calcular las ecuaciones de Hamilton del movimiento del sistema (5 puntos)



Problema 3 (5 puntos)

Del tambor rugoso de la figura cuelga un peso M . El otro extremo de la cuerda está unido a un disco de radio R y masa m que está articulado en el suelo. Calcular cuál debe ser la relación entre las masas para que no exista rozamiento en el tambor rugoso





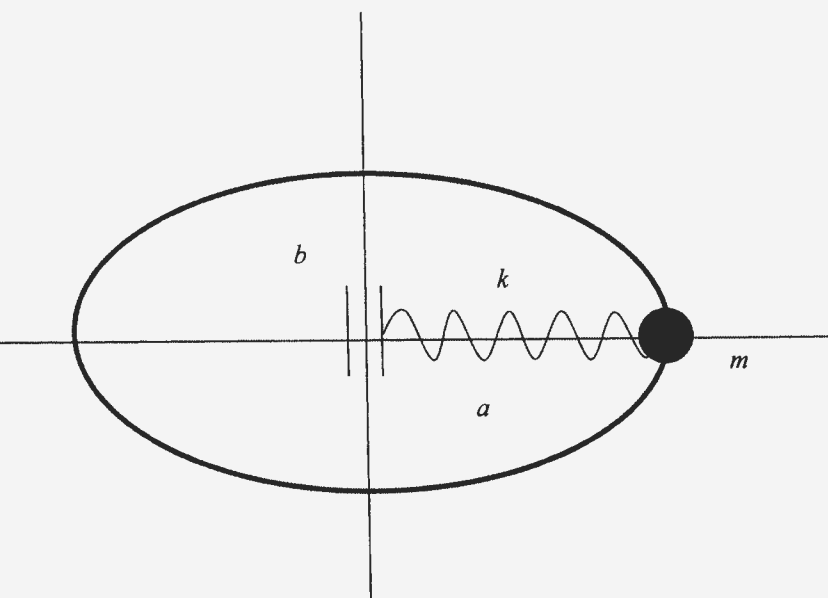
PROBLEMA 1 (10 PUNTOS)

Considere el sistema de la figura, donde la masa m_1 está obligada a moverse verticalmente según el eje Y , mientras que m_2 está obligada a moverse según el eje X , ambas bajo la acción de dos muelles de constantes recuperadoras k_1 y k_2 , además de la gravedad (Considere la longitud en reposo de los muelles nula).

- Calcule las ecuaciones de Lagrange del sistema (5 puntos)
- La solución de dichas ecuaciones (5 puntos)

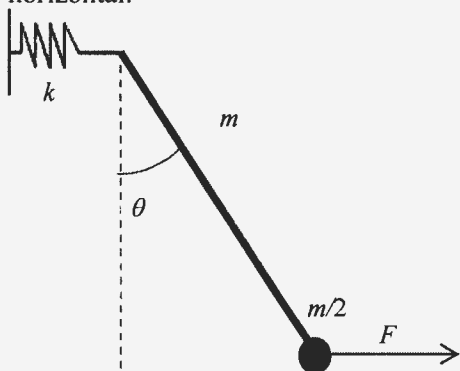
PROBLEMA 2 (10 PUNTOS)

Una partícula de masa m se ve obligada a moverse sobre una elipse fija dentro de un plano vertical, de semiejes a (horizontal) y b (vertical). Además de la gravedad terrestre, está unida a un muelle con deslizadera de constante. Obtener las posiciones de equilibrio (5 puntos) y discutir su estabilidad (5 puntos).



PROBLEMA 3 (10 PUNTOS)

Mediante la aplicación de trabajos virtuales calcular las posiciones de equilibrio para la varilla de la figura de masa m y longitud L , unida a un muelle de constante k y a una partícula puntual de masa $m/2$ bajo la aplicación de un fuerza F horizontal.



PROBLEMA 4 (10 PUNTOS)

- Determine la expresión de la fuerza de un campo central que permita a una partícula describir una órbita dada por: $r = \theta/2$ (5 puntos)
- Una satélite artificial de masa m se mueve en una órbita circular de radio R en torno a la tierra. Si la velocidad se aumenta un factor f , determinar la excentricidad y la ecuación de la nueva órbita. (5 puntos)

OSCILACIONES Problema 1 (10 puntos)

Los dos muelles iguales de la figura están unidos a un bloque de masa $m=1$ kg y un amortiguador. Existe rozamiento del bloque con la superficie horizontal con $\mu=0,8$. Calcular la ecuación diferencial del movimiento y su solución si se aplica sobre el bloque una aceleración $a=2$ m/s², y definir el tipo de oscilación (10 puntos)

Datos: $C=0,69$ Ns/m, $k=100$ N/m

En el instante inicial $x=0$ y parte del reposo



CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA Problema 2 (10 puntos)

Parte A) Las ecuaciones paramétricas de una partícula en coordenadas esféricas vienen dadas por:

$$v_r = a$$

$$v_\phi = t$$

$$v_\theta = t \cos(t/a)$$

a) Se pide calcular la ecuación de la trayectoria sabiendo que parte del origen de coordenadas (5 puntos)

Parte B) Una partícula desliza sobre una curva con una velocidad de valor $v=Kt$ (m/s) con K constante. ¿Cuál debe ser el valor del radio de curvatura para que la aceleración total de la partícula sea el doble de la tangencial a los dos segundos de haber comenzado el movimiento? (5 puntos)

DINÁMICA DE LA PARTÍCULA Problema 3 (10 puntos)

Parte A)

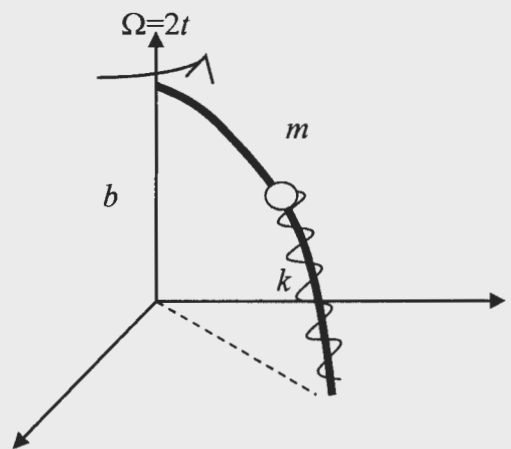
Un punto pesado de masa m se mueve sobre el paraboloides que engendra al girar alrededor de OZ una parábola cuyo foco es $F(0,0,1)$, de vértice el origen y tangente al eje OR (ecuación $r^2=z$). El punto es lanzado con una velocidad tangente al paralelo correspondiente a $z=2$. Calcular dicha velocidad para que el movimiento del punto sea estacionario. Calcular en tal caso la reacción normal de la superficie (4 puntos)

Parte B)

Una partícula de masa m desliza sobre una varilla lisa de radio b , sometida a su peso y a la acción de un muelle de constante k , ensartado a la largo de la varilla, tal y como se ve en la figura.

La varilla gira alrededor de la vertical con $\Omega = 2t$ alrededor del eje vertical, con su extremo fijo a una altura b . Calcular:

- 1.- Ecuaciones del movimiento de la partícula (5 puntos)
- 2.- Reacción normal de la varilla sobre la partícula (1 punto)

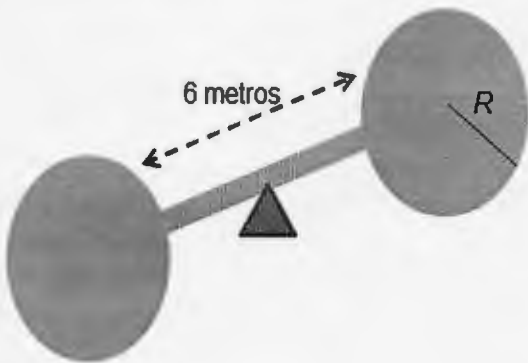


Mecánica racional y analítica (2º Bloque). Duración 2 horas y media.

Problema 1 (15 puntos)

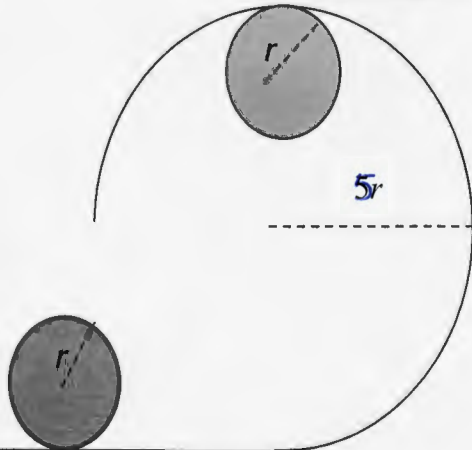
El sólido de la figura está formado por dos esferas macizas de masa m y radio R y una varilla delgada de la misma masa también m y longitud 6 metros. Tiene fijo su centro de gravedad y el momento cinético respecto de él forma 75° con el eje de revolución del sólido. La velocidad angular del sólido ω es constante y vale 5 rad/s , entre este vector y el eje de revolución hay 30° .

Con estos datos, calcular:



- El tensor de inercia y momento angular o cinético del sólido respecto del punto fijo (3 puntos)
- El valor del radio R de las esferas que forman el sólido (4 puntos)
- Valor de la precesión y el spin (3 puntos).
- Axoides (4 puntos)
- ¿Hay nutación? (1 punto)

Posición A: Disco 1



Posición B:
Disco 2

Problema 2 (10 puntos)

Dos discos de radio r ruedan sin deslizar con una rotación constante ω (Disco 1) y 2ω (Disco 2) según se muestra en la figura. Calcular la relación entre la aceleración del CIR para los dos discos cuando están situados en la Posición A y en la Posición B de la figura.

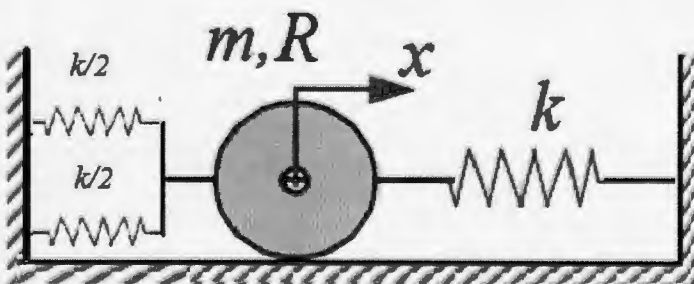
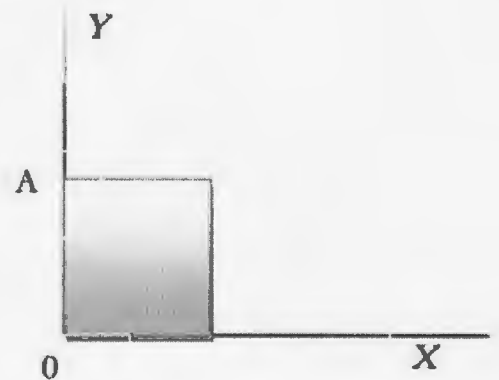
Problema 3 (10 puntos)

La placa cuadrada de 1 metro de lado de la figura gira con velocidad angular

$$\vec{\omega} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$$

Sabiendo que la velocidad del punto 0 es $\vec{v} = 2\vec{k}$, calcular:

- la ecuación del eje helicoidal (6 puntos)
- la intersección de este eje con el plano YZ (2 puntos)
- la velocidad del punto A (2 puntos)



Problema 4 (5 puntos)

En el sistema representado en la figura, el rodillo rueda sin resbalar sobre el suelo horizontal rugoso unido a los muelles cuyas constantes se indican en la figura. Determinar la frecuencia de las oscilaciones del sistema.