

**EXAMEN PARCIAL SUBSISTEMAS DE RADIOFRECUENCIA Y ANTENAS**

**DPTO. DE TEORÍA DE LA SEÑAL Y COMUNICACIONES**

**25 de noviembre de 2011**

**Problema (hay que entregar la hoja de este enunciado)**

**Alumno:**

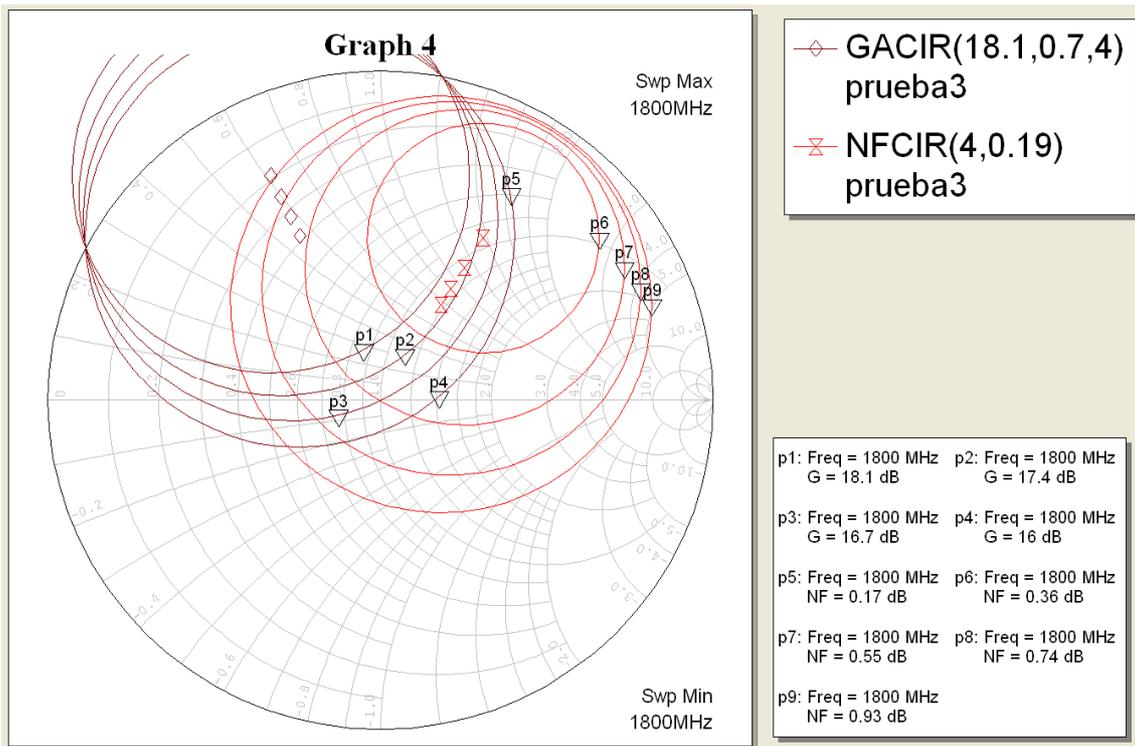
**PROBLEMA** de amplificadores de microondas y osciladores (tiempo 105 minutos)

Se pretende realizar un amplificador lineal de microondas de bajo ruido en recepción a la frecuencia de 1.8 GHz. Se ha decidido utilizar un transistor del que se dan los siguientes datos:

| Frec.   | S <sub>11</sub> |       | S <sub>21</sub> |      | S <sub>12</sub> |      | S <sub>22</sub> |       | F <sub>opt</sub> | Γ <sub>opt</sub> |      | R <sub>n</sub> /50 |
|---------|-----------------|-------|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|-------|------------------|------------------|------|--------------------|
|         | Mod             | Fase  | Mod             | Fase | Mod.            | Fase | Mod             | Fase  | dB               | Mod              | Fase |                    |
| 1.8 GHz | 0.78            | -116° | 6.61            | 98°  | 0.086           | 28°  | 0.27            | -119° | 0.17             | 0.74             | 58°  | 0.10               |

El parámetro Δ vale (0.36<sub>-53.4°</sub>) y el Γ<sub>out</sub> correspondiente a Γ<sub>opt</sub> vale 0.55<sub>178°</sub>.

A continuación se muestra una carta de Smith con las circunferencias de ganancia disponible (para valores de 18.1, 17.4, 16.7 y 16 dB) y las de ruido (a partir del ruido óptimo, punto P5, con saltos de 0.19 dB). También se muestra una tabla con los centros y radios de dichas circunferencias para si tuviera necesidad de utilizarlas en la resolución del problema.



| CÍRCULOS DE GANANCIA DISPONIBLE |                      |       | CÍRCULOS DE RUIDO |                     |       |
|---------------------------------|----------------------|-------|-------------------|---------------------|-------|
| Ganancia (dB)                   | Centro               | Radio | Valor de ruido    | Centro              | Radio |
| 18.1                            | 0.76 <sub>116°</sub> | 0.60  | 0.36              | 0.58 <sub>58°</sub> | 0.35  |
| 17.4                            | 0.69 <sub>116°</sub> | 0.61  | 0.55              | 0.48 <sub>58°</sub> | 0.48  |
| 16.7                            | 0.62 <sub>116°</sub> | 0.62  | 0.74              | 0.40 <sub>58°</sub> | 0.57  |
| 16                              | 0.56 <sub>116°</sub> | 0.65  | 0.93              | 0.34 <sub>58°</sub> | 0.63  |

- a) Determine el centro y el radio de la circunferencia de estabilidad de carga (SSC) e indique el conjunto de cargas que hacen estable el transistor en dicho plano (10 puntos)

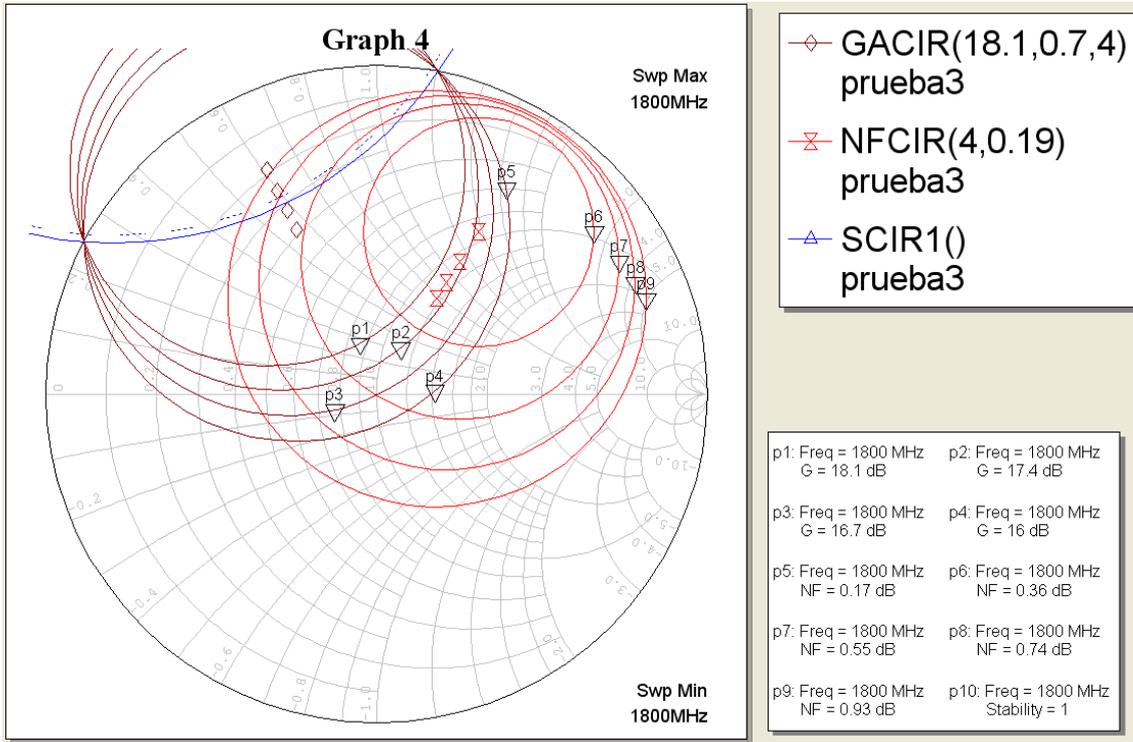
De la teoría de las circunferencias de ganancia se sabe que la circunferencia asociada a una ganancia disponible infinita coincide con la circunferencia de estabilidad en el plano de fuente. Tomando la expresión de la circunferencia de ganancia de potencia para un valor de  $g_a \rightarrow \infty$  resulta:

$$Centro = \lim_{g_a \rightarrow \infty} \left[ \frac{(s_{11}^* - \Delta^* \cdot s_{22}) \cdot g_a}{(|s_{11}|^2 - |\Delta|^2) \cdot g_a + 1} \right] = \frac{(s_{11}^* - \Delta^* \cdot s_{22})}{(|s_{11}|^2 - |\Delta|^2)} = \frac{0.78_{116^\circ} - 0.36_{53.4^\circ} \cdot 0.27_{-119^\circ}}{|0.78|^2 - |0.36|^2} = 1.83_{116^\circ}$$

De igual forma, el radio se obtiene como

$$Radio = \lim_{g_a \rightarrow \infty} \left[ \frac{(1 - 2K \cdot g_a \cdot |s_{12} \cdot s_{21}| + g_a^2 |s_{12} \cdot s_{21}|^2)^{1/2}}{(|s_{22}|^2 - |\Delta|^2) \cdot g_a + 1} \right] = \frac{|s_{12} \cdot s_{21}|}{(|s_{22}|^2 - |\Delta|^2)} = 1.18$$

Lo dibujamos en la carta de Smith adjunta. Como el parámetro  $|s_{22}| < 1$ , el centro de la carta de Smith ( $\Gamma_S=0$ ) resulta que  $\Gamma_{out}=s_{22}$ . De esta forma el centro de la carta de Smith es estable y la región exterior de la circunferencia de estabilidad SSC es estable.



Sólo puede utilizar las siguientes expresiones (sin necesidad de deducción).

| CÍRCULOS DE GANANCIA DISPONIBLE   |  |  |
|---|--|--|
| Parámetro normalizado   | CENTRO   | RADIO  |
| $g_a = \frac{G_a}{ s_{21} ^2}$  | $\frac{(s_{11}^* - \Delta^* \cdot s_{22}) \cdot g_a}{( s_{11} ^2 -  \Delta ^2) \cdot g_a + 1}$ | $\frac{(1 - 2K \cdot g_a \cdot  s_{12} \cdot s_{21}  + g_a^2  s_{12} \cdot s_{21} ^2)^{1/2}}{( s_{11} ^2 -  \Delta ^2) \cdot g_a + 1}$ |
| CÍRCULOS DESADAPTACIÓN ENTRADA  |  | CÍRCULOS DESADAPTACIÓN SALIDA  |
| Coeficiente de desadaptación: $M_1 = \frac{4 \cdot R_S \cdot R_{IN}}{ Z_S + Z_{IN} ^2} = \frac{(1 -  \Gamma_{IN} ^2) \cdot (1 -  \Gamma_S ^2)}{ 1 - \Gamma_{IN} \cdot \Gamma_S ^2} = 1 - \rho^2$ con $\rho = \frac{ROE - 1}{ROE + 1}$ |  |  |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| $f = f_{opt} + \frac{4 \cdot r_n \cdot  \Gamma_S - \Gamma_{opt} ^2}{(1 -  \Gamma_S ^2) \cdot  1 + \Gamma_{opt} ^2}$ |   |   |   |
| <b>CENTRO</b>   | <b>RADIO</b>  | <b>CENTRO</b>   | <b>RADIO</b>  |
| $\Gamma_{sM} = \frac{M_1 \cdot \Gamma_{in}^*}{1 - (1 - M_1) \cdot  \Gamma_{in}^* ^2}$                               | $R_{sM} = \frac{\sqrt{1 - M_1} \cdot (1 -  \Gamma_{in}^* ^2)}{1 - (1 - M_1) \cdot  \Gamma_{in}^* ^2}$ | $\Gamma_{IM} = \frac{M_2 \cdot \Gamma_{out}^*}{1 - (1 - M_2) \cdot  \Gamma_{out}^* ^2}$ | $R_{IM} = \frac{\sqrt{1 - M_2} \cdot (1 -  \Gamma_{out}^* ^2)}{1 - (1 - M_2) \cdot  \Gamma_{out}^* ^2}$ |

- b) Se quiere diseñar un amplificador de bajo ruido de una etapa. El diseño del mismo se ha hecho para que no haya necesidad de realizar una red de adaptación a la entrada. Además, para la condición anterior, se requiere conseguir la máxima ganancia de transducción posible. Determine las cargas  $\Gamma_S$  y  $\Gamma_L$  objeto del diseño propuesto así como las ganancias disponible, de transducción y de potencia que se obtienen (15 puntos).

Si la carga de fuente no requiere red de adaptación de entrada quiere decir que directamente la carga de fuente del amplificador se conecta al generador de entrada y, por lo tanto,  $\Gamma_S=0$  y  $Z_S=Z_0$ . De esta forma queda fijado el nivel de ruido por el nivel que marca la curva que pasa por el origen y por el punto P7 que es 0.55dB. De igual forma la ganancia disponible vendrá dada por la curva que pasa por el origen y contiene al punto P3. Esto supone una ganancia disponible de 16.7 dB. Para la carga anterior el valor de  $\Gamma_{OUT}=S_{22}=0.27_{-119^\circ}$ .

Como dicen que, bajo esa condición, se consiga la máxima ganancia de transducción posible será la que consiga, bien con la de potencia o bien con la disponible. Como conocemos la ganancia disponible, la máxima ganancia de transducción que podamos conseguir será aquella que haga  $M_2=1$  (siempre que caiga en la región estable). De esta forma  $\Gamma_L = \Gamma_{OUT}^* = S_{22}^* = 0.27_{119^\circ}$ . Bajo estas condiciones la ganancia de transducción es 16.7 dB.

Para calcular la ganancia de potencia hacemos uso de la relación:  $G_P = G_T / M_1$ . Luego hay que calcular  $M_1$

$$M_1 = \frac{4 \cdot R_S \cdot R_{IN}}{|Z_S + Z_{IN}|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_{IN}|^2) \cdot (1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_{IN} \cdot \Gamma_S|^2} = (1 - |\Gamma_{IN}|^2)$$

$$\Gamma_{IN} = S_{11} + \frac{S_{12} \cdot S_{21} \cdot S_{22}^*}{1 - |S_{22}|^2} = -0.41 - 0.85j = 0.94_{-115^\circ} \Rightarrow M_1 = 0.12$$

$$G_P = 46.77 / 0.12 = 389.8 \Rightarrow 25.9dB$$

- c) Se quiere ahora diseñar un amplificador de bajo ruido de dos etapas. Se ha decidido que en la primera etapa no haya necesidad de realizar una red de adaptación a la entrada mientras que en la segunda etapa tampoco debe haber una red de adaptación a la salida. Además, se ha decidido que el ruido de esta segunda etapa sea el óptimo que puede tener el amplificador. Demuestre si es posible conseguir una ganancia de transducción de 27 dB (15 puntos)

Si no se requieren redes de adaptación de salida ni de entrada quiere decir que  $\Gamma_{S1}=0$  y  $Z_{S1}=Z_0$  y que  $\Gamma_{L2}=0$  y  $Z_{L2}=Z_0$ . Además se sabe que  $\Gamma_{S2}=0.74_{58^\circ}$ . También sabemos que la ganancia de transducción de un amplificador de dos etapas viene dado por:

$$G_T = G_{T1} \cdot G_{P2} = G_{a1} \cdot M_2 \cdot G_{P2} = G_{a1} \cdot G_{T2}$$

Como se puede ver con la expresión del medio, necesito  $G_{a1}$  (se dispone de ella) y  $G_{P2}$  (habría que hallarla, o  $G_{a2}$  y  $M_3$ , donde habría que hallar esta última también). Además también hay que hallar siempre  $M_2$ . De acuerdo con el comentario

anterior el ejercicio se puede abordar desde dos puntos de vista (hay que tener en cuenta que las fórmulas de que se dispone no está la expresión de  $G_P$  ni de  $G_T$ ): bien aplicando la definición de  $G_P$  que, en este caso concreto, por las condiciones de carga es tremendamente sencilla, bien calculando  $M_3$  y  $G_{a2}$  y con ellas  $G_{P2}$ . El proceso debe salir de las dos formas pero hay que tener mucho cuidado con las cifras significativas de los números ya que pueden dar resultados muy diferentes.

Si se abordan con la definición de  $G_P$  cargado con  $\Gamma_{L2}=0$  resulta que:

$$G_P = \frac{\text{Potencia\_entregada\_load}}{\text{Potencia\_entrada\_ampl}} = \frac{|b_2|^2}{|a_1|^2 - |b_1|^2} = \frac{|s_{21}|^2}{1 - |s_{11}|^2} = \frac{|6.61|^2}{1 - |0.78|^2} = 111.57 \approx 112$$

Si se aborda con el cálculo de  $M_3$  resulta:

$$G_T = G_{T1} \cdot G_{P2} = G_{a1} \cdot M_2 \cdot G_{P2} = G_{a1} \cdot M_2 \cdot G_{a2} \cdot \frac{M_3}{M_2} = G_{a1} \cdot M_3 \cdot G_{a2}$$

$$M_3 = \frac{(1 - |\Gamma_{out2}|^2) \cdot (1 - |\Gamma_{L2}|^2)}{|1 - \Gamma_{out2} \cdot \Gamma_{L2}|^2} = 1 - 0.55^2 = 0.70$$

$$M_2 = \frac{(1 - |s_{11}|^2) \cdot (1 - |\Gamma_{S2}|^2)}{|1 - \Gamma_{in2} \cdot \Gamma_{S2}|^2} = \frac{(1 - |0.78|^2) \cdot (1 - |0.74|^2)}{|1 - 0.78_{-116^\circ} \cdot 0.74_{58^\circ}|^2} = 0.246$$

De esta forma se puede llegar a que la ganancia de transducción es:

$$G_T = G_{T1} \cdot G_{P2} = G_{a1} \cdot M_2 \cdot G_{P2} = 10^{1.67} \cdot 0.246 \cdot 112 = 1288.7 \Rightarrow 31.1dB$$

$$G_T = G_{a1} \cdot M_3 \cdot G_{a2} = 10^{1.67} \cdot 0.70 \cdot 10^{1.6} = 1303.5 \Rightarrow 31.15dB$$

Los valores simplemente discrepan por temas de precisión numérica.

- d) Con el fin de aumentar la ganancia de transducción se ha decidido rebajar las especificaciones de ruido del anterior amplificador de dos etapas (se mantiene la especificación de que no debe haber redes de adaptación a la entrada ni a la salida). Discuta si es posible conseguir unas ganancias de 38 dB y de 34 dB. Se ha decidido, si hubiera sido posible, conseguir una ganancia de 34 dB; determine la carga  $\Gamma_{S2}$  que consigue el menor ruido posible. Determine asimismo la figura de ruido resultante. (30 puntos)

De acuerdo con las expresiones últimas se puede poner:

$$G_T(dB) = G_{a1}(dB) + 10 \log M_2 + G_{P2}(dB) = 16,7 + 10 \log M_2 + 20,5 = 37,2 + 10 \log M_2$$

Dado que  $M_2$  es menor que 1, está claro que su logaritmo será negativo y, por lo tanto, no se puede alcanzar una ganancia de 38 dB. Sin embargo, si se puede alcanzar una ganancia de 34 dB.

Tomando el valor de 3 dB resulta que  $M_2$  vale 0,48. A partir de ese valor realizamos la circunferencia de desadaptación en torno a  $\Gamma_{in2}^* = 0,78_{116^\circ}$ . Este punto cae dentro de la zona inestable luego no puede haber adaptación conjugada a la entrada. Hay que comprobar si es admisible el nivel de desadaptación que permiten:

$$\Gamma_{sM} = \frac{M_1 \cdot \Gamma_{in}^*}{1 - (1 - M_1) \cdot |\Gamma_{in}^*|^2} = \frac{0,48 \cdot 0,78_{116^\circ}}{1 - (1 - 0,48) \cdot 0,78^2} = 0,55_{116^\circ}$$

$$R_{SM} = \frac{\sqrt{1-M_1} \cdot (1-|\Gamma_{in}^*|^2)}{1-(1-M_1) \cdot |\Gamma_{in}^*|^2} = \frac{\sqrt{1-0,48} \cdot (1-0,78^2)}{1-(1-0,48) \cdot 0,78^2} = \frac{0,72 \cdot 0,39}{1-0,52 \cdot 0,78^2} = \frac{0,72 \cdot 0,39}{1-0,31} = 0,41$$

Trazamos esa circunferencia de desadaptación en la carta de Smith y tomamos un punto estable y lo más próximo posible al óptimo de ruido. Ese punto resulta ser  $0,59_{77^\circ}$

Ahora hay que calcular el ruido mediante la expresión de la conexión en cascada de dos cuadripolos. Previamente hay que calcular la figura de ruido de la segunda etapa ya que no pasa por ninguna circunferencia. Para ello,

$$f = f_{opt} + \frac{4 \cdot r_n \cdot |\Gamma_S - \Gamma_{opt}|^2}{(1-|\Gamma_S|^2) \cdot |1 + \Gamma_{opt}|^2} = 1,04 + \frac{4 \cdot 0,10 \cdot |\Gamma_S - \Gamma_{opt}|^2}{(1-|\Gamma_S|^2) \cdot |1 + \Gamma_{opt}|^2} = 1,085 \Rightarrow 0,25dB$$

Por ello lo único que hay que hallar es el valor de la figura de ruido resultante.

$$f = f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_{a1}} = 10^{0,055} + \frac{10^{0,025} - 1}{10^{1,67}} = 1,13 \Rightarrow 0,53dB$$

- e) Se quiere realizar un oscilador a 1.8 GHz con el anterior transistor. Para ello, se carga la puerta del anterior transistor con una línea de transmisión y un resonador serie sin pérdidas. Si la permitividad efectiva de la anterior línea de transmisión es 4 y si la inductancia equivalente del resonador es 14,5 nH, determine la longitud del tramo de línea, el ancho de banda de la oscilación, los parámetros R y C del resonador equivalente (30 puntos)

Desplazamos hacia la carga la circunferencia de estabilidad  $0,085\lambda$  para que estemos en condiciones de resonancia serie (mínimo de impedancia). De esta forma la longitud del tramo de línea vale:

$$\lambda = \frac{c}{f \cdot \sqrt{\epsilon_{eff}}} = 8,3cm \Rightarrow 0,085\lambda = 0,71cm$$

Como el resonador es serie y no tiene pérdidas, resulta que la impedancia puede venir dada por:

$$Z_{LC} = \left( j\omega L - \frac{j}{\omega C} \right) = j \left( \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} \right) = j\omega_o L \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)$$

Los puntos que corta la carta de Smith corresponden a impedancias situadas en  $\pm 0,05\lambda$  lo que equivale a impedancias de  $\pm 0,32j$ . Si desnormalizamos dicho valor queda  $\pm 16j$ .

De la anterior expresión podemos sacar la frecuencia superior o inferior (por simetría con la de resonancia), y el doble de ese margen será el ancho de banda:

$$16j = j\omega_o L \cdot (\Delta) \Rightarrow \Delta = 0,0976 \Rightarrow f_2 = 90MHz \Rightarrow \Delta f = 180MHz \Rightarrow 10\%$$

Queda hallar C que será:  $0,54pF$  y R será 0 ya que no hay pérdidas.