HOJA 12: GRUPOS (GRUPOS CÍCLICOS)

1. Demuestra que todo subgrupo de un grupo cíclico es, a su vez, cíclico.

   Pista: Dado un subgrupo H, elige un generador a de G y demuestra que, si a^k es la menor potencia de a que está en H, entonces a^k genera H.

2. Prueba que la imagen de un grupo cíclico por un homomorfismo de grupos es cíclico.

3. Describe los elementos de $\mathbb{Z}_n$ que lo generan como grupo.

4. Calcula el orden del elemento $m \in \mathbb{Z}_n$.

5. Demuestra que $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$ no son isomorfos.

6. Propón una colección infinita de grupos que sólo tengan subgrupos triviales.

7. Prueba que D_n contiene un subgrupo cíclico de orden n. Descríbelo.

8. Encuentra representaciones de $\mathbb{Z}_n$ en D_n y en S_n.