

*Departamento de Matemática Aplicada*  
**Estadística Aplicada y Cálculo Numérico**  
**Grado en Química (Curso 2016-17)**  
**Combinatoria y Probabilidad.**  
**Hoja 3**

## Notación

$$\begin{array}{ll} P^k = k! & \text{número de permutaciones.} \\ V_r^k = \frac{k!}{(k-r)!} & \text{variaciones sin repetición.} \\ \tilde{V}_r^k = k^r & \text{variaciones con repetición.} \\ C_r^k = \binom{k}{r} & \text{combinaciones sin repetición} \end{array}$$

## Ejercicios

### Ejercicio 1: [Experimento, Matrículas]

Si un experimento consta de  $k$  experimentos simples e independientes de forma que los posibles resultados del primer experimento simple son  $n_1$  y para cada resultado del primer experimento simple hay  $n_2$  posibles resultados del segundo experimento simple y así sucesivamente hasta llegar al experimento  $k$ -ésimo, para el que hay  $n_k$  posibles resultados para cada resultado de los  $k - 1$  experimentos anteriores, entonces el número total de posibles resultados de todo el experimento es  $n_1 \cdot n_2 \cdots n_k$ . Teniendo en cuenta esto, contestar razonadamente las siguientes cuestiones:

1. ¿Cuántas matrículas distintas de coche se pueden formar con el actual sistema de matriculación?
2. ¿Cuántas palabras distintas de tres letras se pueden formar con las 27 letras del abecedario? ¿Y si exigimos que las tres letras sean distintas?
3. ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar reordenando las letras de la palabra RECTA ?

### Ejercicio 2: [Presidente, etc]

¿De cuántas formas diferentes se pueden cubrir los puestos de presidente, vicepresidente y tesorero de un club de fútbol sabiendo que hay 12 posibles candidatos?

### Ejercicio 3: [Cifras]

1. ¿Cuántos números distintos de cinco cifras (está permitido que se repitan) se pueden formar con las cifras impares?
2. ¿Cuántos de ellos son mayores de 70.000?

### Ejercicio 4: [Más cifras]

1. Con las cifras 1, 2 y 3, ¿cuántos números de cinco cifras pueden formarse?
2. ¿Cuántos son pares?

**Ejercicio 5:** [Bolas]

¿De cuántas formas se pueden distribuir 3 bolas idénticas en 8 cajas, si en cada caja no cabe más de una bola?

**Ejercicio 6:** [Pauli]

¿De cuántas formas se pueden distribuir  $k$  objetos indiscernibles (por ejemplo, electrones) en  $n$  ( $n \geq k$ ) cajas (estados cuánticos), con no más de un objeto por caja (Principio de exclusión de Pauli)?

**Ejercicio 7:** [Hombres y mujeres: sillas]

1. ¿De cuántas formas distintas podemos sentar a 3 hombres y 3 mujeres en una fila de 6 sillas de forma que no se sienten dos hombres juntos ni dos mujeres juntas?
2. ¿Y si tenemos 4 hombres y 3 mujeres para una fila de 7 sillas?

**Ejercicio 8:** [Capicúa]

Se elige un número del 0000 al 9999,

1. ¿Qué probabilidad hay de que sea par?
2. ¿Y de que sea capicúa?

**Ejercicio 9:** [Sexo de niños]

Supongamos que la probabilidad de nacer niño o niña es la misma:  $\frac{1}{2}$ . Una familia tiene dos hijos/hijas. Se pide:

1. Si sabemos que el mayor es niño, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo sea también niño?
2. Si sabemos que al menos uno de los dos es niño, ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean niños?

**Ejercicio 10:** [Dados: resultados diferentes]

Si se lanza un dado al aire 6 veces, hallar la probabilidad de que los 6 resultados obtenidos sean diferentes.

**Ejercicio 11:** [Palabras]

Se forman palabras de tres letras escogidas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que la palabra formada no tenga ninguna letra repetida? (Observación: el alfabeto consta de 27 letras).

**Ejercicio 12:** [Trampa con dos dados]

Calcular la probabilidad de obtener 7 puntos al lanzar dos dados bien contruidos. Calcular la misma probabilidad si uno de los dados está cargado de modo que los resultados impares son imposibles y los pares son igualmente probables.

1. ¿Merece la pena hacer trampa usando el dado cargado si se apuesta al 7?
2. ¿Y si se apuesta al 8?

**Ejercicio 13:** [Petróleo]

Un explorador de petróleo perfora pozos en cierta área. Si la probabilidad de encontrar uno productivo en cada prueba es 0'2, calcular la probabilidad de que:

1. el primer pozo productivo sea el tercero perforado.
2. no encuentre un pozo productivo si a lo sumo puede perforar 10.

**Ejercicio 14:** [8 Fusibles]

Una caja contiene 8 fusibles, de los cuales dos son defectuosos. Si se extraen 4 fusibles, sin reemplazamiento, calcular la probabilidad de que los 4 funcionen correctamente.

**Ejercicio 15:** [Alumnos]

En una clase hay 23 alumnos. Se pide:

1. Calcular la probabilidad de que al menos dos de ellos cumplan los años el mismo día.
2. Uno de los alumnos, Pedro, cumple los años el 3 de abril. ¿Cuál es la probabilidad de que haya otro compañero en la clase con el mismo cumpleaños que Pedro?
3. Repetir los apartados anteriores si el número de alumnos es 50 y si es 253

**Ejercicio 16:** [2 dados, colores similares y distintos]

Un jugador tiene dos dados distintos. Lanza los dados dos veces.

1. ¿Cuál es la probabilidad de obtener el mismo resultado en ambos lanzamientos?
2. ¿Y si los dados son idénticos?

**Ejercicio 17:** [Examen con temas para elegir]

Un examen consta de 14 temas y se debe escoger 1 tema de 2 elegidos al azar.

1. Hallar la probabilidad de que a un alumno que ha preparado 5 temas le toque al menos 1 que sabe.
2. ¿Cuál es el número mínimo de temas que debe preparar para tener una probabilidad superior a 0'5 de superar el examen?

**Ejercicio 18:** [Conjuntos]

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos de los que conocemos que

$$P(A) = 0'3 \quad (55)$$

$$P(B) = 0'4 \quad (56)$$

$$P(A \cap B) = 0'2 \quad (57)$$

Hallar

$$P(A \cup B), \quad P(B \cap \bar{A}), \quad P(\bar{B} \cup A), \quad P(A|B), \quad P(B|\bar{A}), \quad P(\bar{B}|A) \quad (58)$$

**Ejercicio 19:** [Cursos en la universidad]

El 65 % de los alumnos de un curso eligen la asignatura optativa de Cálculo Computacional, el 45 % eligen la asignatura de Física Experimental y el 30 % eligen ambas asignaturas. Responder razonadamente,

1. ¿Qué porcentaje de estudiantes elige una de las dos asignaturas optativas?
2. ¿Qué porcentaje de estudiantes no elige ninguna de las dos?
3. ¿Qué porcentaje ha elegido solamente la Física Experimental?
4. ¿Sobre todos los estudiantes que han elegido la asignatura de Cálculo Computacional, qué porcentaje ha elegido Física Experimental?
5. ¿Sobre todos los estudiantes que no han elegido la asignatura de Física Experimental, qué porcentaje ha elegido el Cálculo Computacional?

**Ejercicio 20:** [Gluten]

Se sabe que el 8 % de la población de un país sufre de celiaquía (intolerancia al gluten). Una empresa farmacéutica ha diseñado un test para determinar si una determinada persona es celíaca. Se sabe que la sensibilidad del test es de 0.75 (la probabilidad de que el test dé positivo cuando se le hace a un celíaco) y su especificidad es de 0.98 (la probabilidad de que a una persona no celíaca le dé negativo en el test). Calcular la probabilidad de acierto del test en los dos sentidos: la probabilidad de ser celíaco cuando el test ha salido positivo y la de no ser celíaco cuando el test ha resultado negativo.

**Ejercicio 21:** [Urnas]

Se tienen dos urnas  $A$  y  $B$  con bolas blancas y negras. La urna  $A$  tiene 2 bolas blancas y 8 negras. La urna  $B$  tiene 5 blancas y 4 negras. Se realiza el siguiente experimento:

1. Se lanzan dos dados equilibrados y se denota por  $S$  la suma de los números resultantes en cada dado.
2. Si  $S$  es menor o igual que 4 se extrae una bola de la urna  $A$ .
3. Si  $S$  es mayor o igual que 5 se extrae una bola de la urna  $B$ .

Se pide,

1. Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea de la urna  $A$ .
2. Calcular la probabilidad de que la bola extraída sea negra.
3. ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?
4. Si se realiza el experimento y resulta que la bola es negra. ¿Cuál es la probabilidad de que  $S$  haya sido menor o igual que 4?
5. ¿Cuál es la probabilidad de que  $S$  haya sido exactamente 3?

**Ejercicio 22:** [Urna]

Una urna contiene 10 bolas blancas y 5 negras. Se lanza una moneda al aire tres veces y anotamos el número de caras que ha salido. Se saca de la urna el número de bolas

blancas que haya correspondido al número de caras y, con la urna modificada, se extrae una bola.

1. ¿Cuál es la probabilidad que la bola extraída haya sido blanca?
2. Si la bola extraída ha sido negra, cual es la probabilidad de que hayan salido tres caras en el lanzamiento de las monedas?

**Ejercicio 23:** [Hospital]

Los pacientes que entran en el servicio de urgencias de un hospital se dividen en tres grupos de acuerdo a sus edades:

1. Grupo A: hasta 6 años de edad,
2. Grupo B: entre 7 y 55 años,
3. Grupo C: por lo menos 56 años de edad,

ahora

- El grupo A representa el 35 % de los pacientes,
- el grupo B el 25 % y
- el grupo C el 40 %.

Además, se sabe que el 45 % de los pacientes del grupo A, el 20 % del grupo B y el 60 % del grupo C son ingresados en planta. Se pide:

1. Calcular el porcentaje de los pacientes que ingresan en planta.
2. Si escogemos un paciente al azar entre los que están en planta, ¿cuál es la probabilidad de que el paciente sea del grupo C? ¿Y cuál es la probabilidad de que sea del grupo C y mujer, sabiendo que el 55 % de personas del grupo C es mujer?

**Ejercicio 24:** [Televisión]

En un concurso de televisión se da la siguiente situación: el presentador del programa pide al concursante que elija una de las tres puertas que le muestra para conseguir el premio más importante del concurso. Una vez elegida la puerta, el presentador (que conoce dónde se encuentra el premio) abre una de las otras dos puertas que no tiene el premio y le ofrece al concursante cambiar de puerta.

- ¿Debe cambiar el concursante de puerta?