

MECÁNICA Y ONDAS I

Curso 2019/2020. Grupo 521. Hoja 10

SISTEMAS DE REFERENCIA NO INERCIALES

- 1 Resolver el problema de caída libre de una partícula de masa m en un sistema de referencia no inercial S' anclado a la superficie de la tierra

$$m\mathbf{a}' = m\mathbf{g} - m\boldsymbol{\omega}^{S'/S} \wedge (\boldsymbol{\omega}^{S'/S} \wedge \mathbf{R}_E) - 2m\boldsymbol{\omega}^{S'/S} \wedge \mathbf{v}' = m\mathbf{g}_{eff} - 2m\boldsymbol{\omega}^{S'/S} \wedge \mathbf{v}'$$

con condiciones iniciales $\mathbf{r}'(t=0) = x'_3(0)\hat{\mathbf{z}}' = h\hat{\mathbf{z}}'$ ($x'_{1,2}(0) = 0$) y $\mathbf{v}'(t=0) = \mathbf{0}$ ($\dot{x}'_{i=1,2,3}(0) = 0$). Estimar el tiempo de impacto t^* , y la desviación hacia el este $x'_1(t^*)$ para $h = 100$ m y una colatitud $\theta = \pi/2$ (equador). Estimar el tiempo de impacto t^* , y las desviaciones hacia el este $x'_1(t^*)$ y hacia el norte $x'_2(t^*)$ para el mismo valor de h y una colatitud $\theta = \pi/4$.

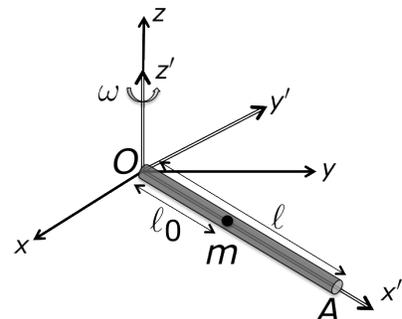
- 2 Para simular la gravedad terrestre, una estación espacial tiene forma de toro que gira entorno a su eje de simetría rotacional con velocidad angular constante cuyo módulo es ω . El radio interior del toro es $r = 160$ m y el radio exterior es $R = 220$ m de forma que la parte exterior del toro es el “suelo” para un tripulante de la estación (i.e., el tripulante está en el interior de la estación a una distancia R del eje de rotación) y la parte interior del toro es el “techo”. (a) Representar la aceleración del astronauta desde el punto de vista de un sistema de referencia inercial S , de otro referencial S' anclado a la nave y cuyo origen O' está en el centro del toro, y desde un tercer referencial S'' también anclado a la nave, pero cuyo origen O'' se encuentra en el radio exterior de la estación, a una distancia R del eje de giro. Representar también las fuerzas reales y ficticias que actúan sobre el astronauta y hallar su magnitud. (b) Calcular la velocidad angular ω necesaria para que el campo gravitatorio simulado sea igual al terrestre. (c) Calcular como varía la gravedad aparente en el interior del tubo, desde el “suelo” a distancia R desde el eje de rotación hasta el “techo” a distancia r desde el eje. (d) Si se deja caer un cuerpo desde el “techo”, ¿en que punto del suelo cae?

- 3 Demostrar que cuando se lanza una partícula verticalmente hacia arriba desde un punto situado a una latitud $\lambda = \frac{\pi}{2} - \theta$ norte ($\theta < \frac{\pi}{2}$ es la colatitud en el hemisferio norte), con módulo de la velocidad inicial v_0 , el punto donde cae se encuentra hacia el oeste aproximadamente a una distancia $d \cong \frac{4}{3} \omega \cos\lambda \sqrt{\frac{8h^3}{g}}$, donde ω es la velocidad angular terrestre y h es la altura máxima alcanzada (despreciar términos en ω^2 y suponer que h es pequeña frente al radio terrestre).

- 4 Demostrar que cuando se dispara un proyectil hacia el este desde una colatitud $\theta < \frac{\pi}{2}$ en el hemisferio norte, la desviación lateral es $d \cong \frac{4v_0^3}{g^2} \omega \cos\theta \sin^2\alpha \cos\alpha$, donde v_0 es la velocidad inicial del proyectil y α su inclinación inicial respecto de la horizontal (despreciar términos en ω^2).

- 5 Un tubo horizontal OA de longitud l gira con velocidad angular constante ω alrededor de un eje vertical perpendicular al tubo, que contiene a su extremo O (ver figura). En el interior del tubo se encuentra una partícula de masa m que se puede mover sin sufrir rozamiento con las paredes del tubo y que está sometida a la gravedad. Resolver los siguientes problemas utilizando el formalismo de los sistemas de referencia no inerciales:

- a) En el momento inicial la velocidad de la masa respecto al tubo es nula y se encuentra a una distancia l_0 de O . Calcular la velocidad con la que la masa sale por el extremo A respecto al tubo y también respecto a un sistema de referencia inercial con origen en O . Evaluar también el tiempo que tarda la partícula en llegar en A .
- b) Evaluar la fuerza que ejerce el tubo sobre la partícula, comparándola con la fuerza de Coriolis y con la fuerza de la gravedad.



- c) Considerar ahora las siguientes condiciones iniciales: la masa se encuentra en el extremo A y se le imparte una velocidad v_0 respecto al tubo hacia O . Establecer la condición que tiene que satisfacer v_0 para que la masa pueda llegar al origen O .