Informática
Año 2014/2015
Facultad de CC. Matemáticas

Hoja de ejercicios 1

Expresiones

17 de octubre de 2014

▷ 1. Términos generales

Estudia las siguientes sucesiones y escribe una expresión que calcule el término general de cada una de ellas.

1. 3, 8, 13, 18, 23...
2. 1, -1, 1, -1, 1...
3. 1, 1, 2, 3, 5, 8...
4. 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1...
5. -1, 0, 1, -1, 0, 1, -1...

▷ 2. Conversiones

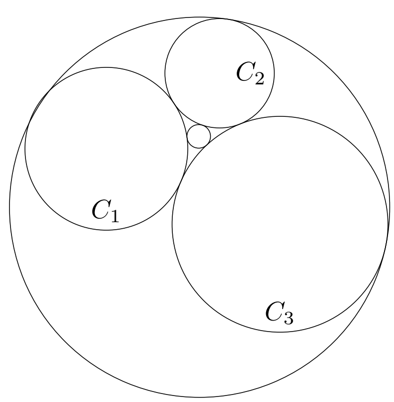
Es frecuente tener que convertir de unas unidades de medida a otras. Escribe expresiones en Python para:

- pasar de kilogramos a gramos, dada una cantidad m que representa un peso en kilogramos, dar su equivalente en gramos;
- pasar de kilogramos a libras;
- pasar de grados Celsius a grados Fahrenheit.

Escribe tambien expresiones que sirvan para dar las transformaciones inversas a las anteriores.

▷ 3. El beso exacto

Como puedes ver en el dibujo, dados tres círculos, C_1, C_2 y C_3, tangentes entre sí dos a dos, existen exactamente dos círculos que son tangentes a los tres anteriores:



Hay una fórmula que permite calcular el radio de estos círculos tangentes: si tenemos cuatro círculos C_1, C_2, C_3 y C_4, tangentes entre sí, con radios r_1, r_2, r_3 y r_4, respectivamente, entonces se verifica la fórmula

$$2(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + s_4^2) = (s_1 + s_2 + s_3 + s_4)^2$$

donde $s_i = 1/r_i$. No hay magia alguna; de esta fórmula resultan dos soluciones porque es una ecuación de segundo grado. La solución de menor valor absoluto siempre es positiva, da el radio del círculo menor. La otra es negativa si el círculo al que corresponde *encierra* a los otros tres. Si aparece como solución $s_4 = 0$ (o sea,$r_4 = \infty$), tendremos que el círculo tangente correspondiente se ha *convertido* en una recta.

Utiliza esta propiedad para escribir un programa que, dados los radios de tres círculos tangentes entre sí, calcule el radio de los dos círculos que son tangentes a los tres anteriores.

Un poco de historia La fórmula que hemos utilizado ha sido descubierta y redescubierta varias veces a lo largo de la historia. Se cree que los griegos ya la conocían. René Descartes (1596–1650) la demostró. Actualmente se conoce como la fórmula de Soddy, en honor al químico Frederick Soddy (1877–1956) que la volvió a demostrar en 1936. Una curiosidad: Soddy obtuvo el premio Nobel de química en 1921 y fué quien acuñó el término *isótopo*.

Soddy *demostró* el teorema con un poema titulado *The Kiss Precise*. Te mostramos la segunda estrofa del poema, en la columna de la izquierda, y, a la derecha, una traducción que aparece en [Gar94].

Four circles to the kissing come.	Cuatro círculos llegaron a besarse,
The smaller are the benter.	es el menor el más curvado.
The bend is just the inverse of	La curvatura no es sino la inversa
The distance form the center.	de la distancia desde el centro.
Though their intrigue left Euclid dumb	Aunque este enigma a Euclides asombrara
There's now no need for rule of thumb.	las reglas empíricas no son necesarias.
Since zero bend's a dead straight line	Como la recta tiene curvatura nula
And concave bends have minus sign,	y las curvas cóncavas tienen signo menos,
The sum of the squares of all four bends	la suma de los cuadrados de las cuatro curvaturas
Is half the square of their sum.	es igual a la mitad del cuadrado de su suma.

Notas bibliográficas Frederick Soddy dió la demostración de esta fórmula en 1936, en forma de poema [Sod36]. El poema puede encontrarse en Internet, por ejemplo, en la dirección: http://www.pballew.net/soddy.html

▷ 4. Expresiones en Python

Considera las siguientes funciones definidas en Python

```
def f1(a, b):
    return a + b
```

```
def f2(a, b):
    s = 0.0
    s = s + a
    s = s + b
    return s / 2
```

```
def f3(s):
    return "hola " + s
```

```
def f4(s):
    return s*5
```

```
def f5(a, b, c):
    return a % b + c
```

```
def f6(a, b, c):
    return a % b * c
```

```
def f7(a, b, c):
    return a * b // c
```

```
def f8(a, b, c, d):
    return a * b // c + d
```

```
def f9(x, y):
    num = abs(x - y)
    den = math.sqrt(x**2 + y**2)
    return num / den
```

Indica si son correctas las siguientes llamadas y en caso afirmativo indica el valor y el tipo que tienen:

1) `f1(1,2)`	2) `f1(1.2, 3)`	3) `f1("Hola", "Juan")`	4) `f1("Hola", 2)`
5) `f2(1,2)`	6) `f2(1.2, 3)`	7) `f2("Hola", "Juan")`	8) `f2("Hola", 2)`
9) `f3("Juan")`	10) `f3(4)`	11) `f4("Hola")`	12) `f4(5)`
13) `f5(7,23,2)`	14) `f5(7, 23, 2.0)`	15) `f5(6, 0, 2)`	16) `f5(6, 2, 0)`
17) `f6(7,23,2)`	18) `f6(7, 23, 2.0)`	19) `f6(6, 0, 2)`	20) `f6(6, 0, 2)`
21) `f7(7,23,2)`	22) `f7(7, 23, 2.0)`	23) `f7(6, 0, 2)`	24) `f7(6, 0, 2)`
25) `f8(2,3,4,5)`	26) `f8(2,3,0,5)`	27) `f8(2,3,4,5.0)`	
28) `f9(4,5)`	29) `f9(400,500)`	30) `f9(0,0)`	

▷ 5. Los siete mensajeros

(*) El relato de *Los siete mensajeros* de Dino Buzzati (1906–1972) contiene el siguiente fragmento:

> Partí a explorar el reino de mi padre, pero día a día me alejo más de la ciudad y las noticias que me llegan se hacen cada vez más escasas. [...]
>
> Aunque despreocupado —¡mucho más de lo que lo soy ahora!—, pensé en el modo de comunicarme con mis allegados y, de entre los caballeros de mi escolta, elegí a los siete mejores para que me hicieran de mensajeros. [...]
>
> Poco habituado a estar lejos de casa mandé al primero, Alejandro, la noche del segundo día de viaje, cuando habíamos recorrido ya unas ochenta leguas. Para asegurarme la continuidad de las comunicaciones, la noche siguiente envié al segundo, luego al tercero, luego al cuarto, y así de forma consecutiva hasta la octava noche del viaje, en que partió Gregorio. El primero aún no había vuelto.
>
> Éste nos alcanzó la décima noche, mientras nos hallábamos plantando el campamento para pernoctar en un valle deshabitado. Supe por Alejandro que su rapidez había sido inferior a la prevista; yo había pensado que, yendo solo y montando un magnífico corcel, podría recorrer en el mismo tiempo el doble de distancia que nosotros; sin embargo, sólo había podido recorrer la equivalente a una vez y media; [...] lo mismo ocurrió con los demás. Bartolomé, que partió hacia la ciudad la tercera noche de viaje, volvió a la decimoquinta. Cayo, que partió la cuarta, no regresó hasta la vigésima.

Escribe una expresión que permita calcular cuándo regresará un mensajero conociendo el día del viaje en el que se encuentra en el momento de su partida. Es decir, conocido el día de partida de un mensajero, la expresión deberá anunciar el día de su llegada.

▷ 6. Cuadrados perfectos

Los cuadrados perfectos son los números 1, 4, 9, 16, ..., esto es, los cuadrados de los números naturales: 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, ...

Cuadrado perfecto Encuentra una expresión, o una secuencia sencilla de instrucciones, adecuada para averiguar si un número natural m es un cuadrado perfecto, o sea, si es de la forma

$$m = n^2$$

para algún natural n.

Cuadrado perfecto previo Encuentra una expresión que, para un número m entero, averigüe el número n mayor posible pero que no supere a m, (o sea, $n \leq m$) y sea cuadrado perfecto.

Notas bibliográficas El libro *El diablo de los números, un libro para todos aquéllos que temen a las matemáticas* [Enz01] es ameno y contiene bellas ilustraciones. En él podrás encontrar curiosidades, definiciones e historias acerca de varias sucesiones de números, entre ellas los cuadrados perfectos, los números triangulares, la sucesión de Fibonacci. . .

▷ **7. Ser o no ser. . . triángulo**
Dadas tres cantidades reales positivas, se quieren dilucidar las siguientes situaciones:

¿Es un triángulo? Si los valores de dichas cantidades pueden corresponder a las longitudes de los lados de un triángulo (quizá la figura 1 pueda ayudarte).

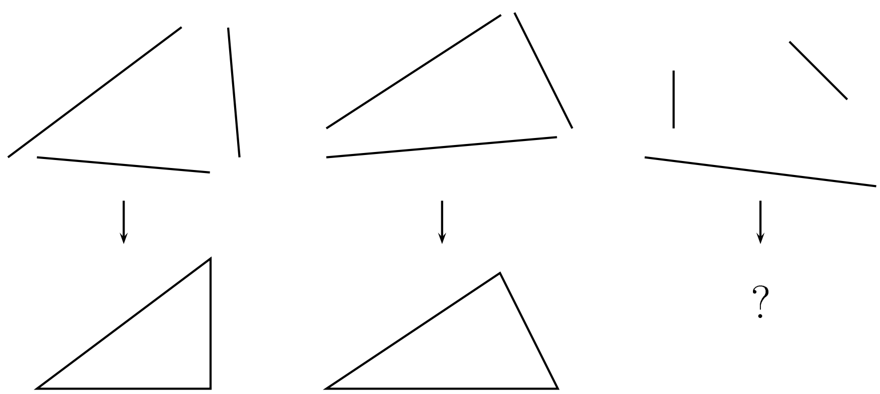


Figura 1: Construcción de triángulos a partir de sus lados

¿Es escaleno? En el caso de que las medidas puedan corresponder a las longitudes de los lados de un triángulo, si dicho triángulo es escaleno.

¿Es equilátero? En el caso de que las medidas puedan corresponder a las longitudes de los lados de un triángulo, si dicho triángulo es equilátero.

¿Es isósceles? En el caso de que las medidas puedan corresponder a las longitudes de los lados de un triángulo, si dicho triángulo es isósceles.

▷ **8. Rectángulos**
(*) Teniendo en cuenta que un rectángulo se puede representar en un plano a partir de cuatro puntos, considera las siguientes cuestiones:

¿Es un rectángulo? Escribe una expresión que determine si dados cuatro puntos del plano, éstos pueden representar los vértices de un rectángulo.

Pista: La distancia entre los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) vale $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

Pista: Recuerda que en un rectángulo los lados deben ser de igual longitud dos a dos y también ambas diagonales deben ser de la misma longitud.

Centro de un rectángulo Supongamos que tenemos las coordenadas de cuatro puntos que representan un rectángulo. Escribe dos expresiones que nos den las coordenadas del centro del rectángulo.

Referencias

[Enz01] Hans Magnus Enzensbergen. *El diablo de los números: un libro para todos aquéllos que temen a las matemáticas.* Siruela, 2001.

[Gar94] Martin Gardner. *Nuevos pasatiempos matemáticos.* Alianza, 1994.

[Sod36] Frederick Soddy. The kiss precise. *Nature*, (137), June 1936.