EXAMEN ANÁLISIS MATEMÁTICO
Grado en Económicas
JUNIO 2016.

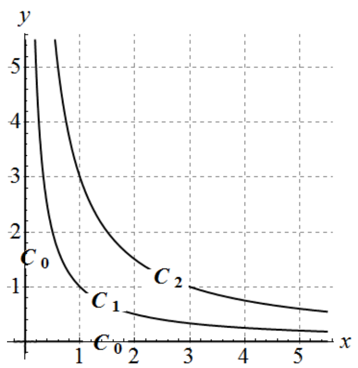
Apellidos:	**DNI:**
Nombre:	**Grupo:**

CUESTIONES TEST [3 puntos]: Marque las **respuestas** a las **cuestiones de test** en el **cuadro** siguiente:

1	**a**	**b**	**c**	**d**	**2**	**a**	**b**	**c**	**d**	**3**	**a**	**b**	**c**	**d**	**4**	**a**	**b**	**c**	**d**	**5**	**a**	**b**	**c**	**d**

1. Sea $f(x,y) = \ln(x+y)$. Se verifica que:
   (a) El punto $(1,1)$ pertenece a la curva de nivel 0 de f.
   (b) $\frac{dy}{dx}(1,0) = -1$.
   (c) El punto $(0,0)$ pertenece al dominio de f.
   (d) La curva de nivel -1 de f no existe.

2. En la figura siguiente se representan las curvas de nivel $0, 1$ y 2 de una función f. Se verifica que:



   (a) $f(0,0) = 0$.
   (b) $\nabla f(-1,-1) = \nabla f(1,1)$.
   (c) $f_y(2,0) = 0$ (La derivada parcial de f respecto de y en el punto $(2,0)$ es cero).
   (d) $f_x(2,0) = 0$ (La derivada parcial de f respecto de x en el punto $(2,0)$ es cero)

3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable en $\mathbb{R}^2$ con $\nabla f\,(x,y) = (4,-3)$ para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Entonces:
   (a) El polinomio de Taylor de grado 1 de f en el punto $(1,2)$ es:
   $$p_1(x,y) = f\,(1,2) + 4\,(x-1) - 3\,(y-2)$$
   (b) La máxima variación de los valores de f entre un punto cualquiera y un punto de su entorno es de 5.
   (c) f es una función constante.
   (d) $f\,(1'05, 2) \approx 1'02$.

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable y homogénea de grado 2. Se sabe que $\nabla f\,(2,3) = (1,0)$. Entonces:
   (a) $f(2,3) = 4$
   (b) $f(4,6) = 28$
   (c) $f(2,3) = 1$
   (d) $f(4,6) = 4$

5. Una función primitiva de la función $f(x) = e^{x^2}(1+2x^2)$ es:
   (a) $G(x) = xe^{x^2}$
   (b) $G(x) = xe^{2x}$
   (c) $G(x) = xe^{x^2} + 1$
   (d) $G(x) = e^{x^2} + 2xe^{x^2}$

PROBLEMAS [7 puntos]

1. [1 punto] Considere la función

$$f(x,y)=\frac{\sqrt{x^2+y^2-1}}{x}$$

Determine tanto analíticamente como gráficamente:

(a) [0'5 puntos] Su dominio.

(b) [0'5 puntos] La curva de nivel 0 de la función.

2. [1'5 puntos] Dada la función:

$$f(x,y)=e^{x^2-y}+\ln(x+y)$$

(a) [1 punto] Determine $\nabla f(x,y)$ y $Hf(x,y)$.

(b) [0'5 puntos] Calcule $\nabla f(1,1)$ y $Hf(1,1)$.

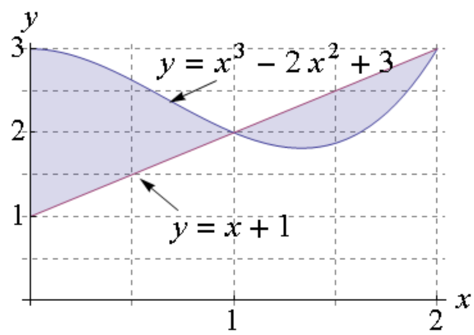
3. [2 puntos] Una refinería de petróleo produce gasóleo y gasolina. Se sabe que el ingreso diario, en euros, viene dado por una función $I(x,y)$, donde x e y son los metros cúbicos (m^3) de gasóleo y de gasolina producidos en el día. Además se sabe que $I(x,y)$ es una función homogénea de grado $1/2$, diferenciable y con derivadas parciales continuas. Hoy se han producido 300 m^3 de gasóleo y 250 m^3 de gasolina. En la situación actual, la marginal del ingreso respecto de x es $\frac{\partial I}{\partial x}(300,250)=500$ y la marginal del ingreso respecto de y es $\frac{\partial I}{\partial x}(300,250)=300$.

(a) [0'5 puntos] Determine exactamente $I(300,250)$.

(b) [0'5 puntos] Calcule el incremento aproximado del ingreso si se aumenta la producción de gasóleo en un 0'1% y la de gasolina en un 0'2%.

(c) [1 punto] La producción diaria de gasóleo y de gasolina en la refinería depende del tiempo total de refinado diario, t, (medido en horas) vía una función $p(t)=(x(t),y(t))$ de la que sabemos que $p(8)=(x(8),y(8))=(300,250)$. Además sabemos que la función es diferenciable y que $x'(8)=\frac{\partial x}{\partial t}(8)=35$ y que $y'(8)=\frac{\partial y}{\partial t}(8)=30$.
Determine la marginal de la función de ingreso respecto del tiempo de refinado, $I(t)$, para $t=8$, es decir, calcule $I'(8)=\frac{\partial I}{\partial t}(8)$. Calcule el aumento aproximado en el ingreso diario de la refinería si se incrementa el tiempo diario de refinado en 0'25 horas.

4. [1 punto] Calcule el área de la región sombreada.



5. [1'5 puntos] La función **Gamma** $\Gamma(n)$ se define como

$$\Gamma(n)=\int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}dx, \quad n>0$$

Calcule $\Gamma(n)$ para $n=1$ y $n=2$.