**EXAMEN ANÁLISIS MATEMÁTICO**
**Grado en Económicas.**
**JUNIO 2015**

**NOMBRE:**
**APELLIDOS:**
**D.N.I:**
**GRUPO:**

La duración del examen es de 2 horas y media. No se permite el uso de calculadoras.

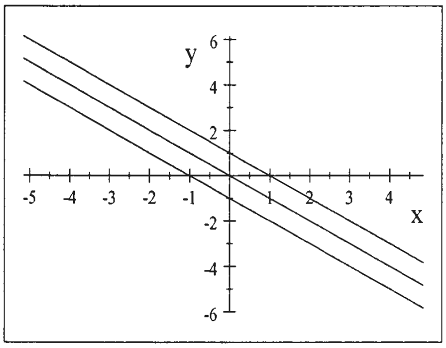
---

# CUESTIONES

**Marque en el siguiente cuadro** las opciones correctas a las cuestiones planteadas:

| **RESPUESTAS** | | **A** | | | **LAS** | | **CUESTIONES** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cuestión 1: | (a) | (b) | (c) | (d) | Cuestión 4: | (a) | (b) | (c) | (d) |
| Cuestión 2: | (a) | (b) | (c) | (d) | Cuestión 5: | (a) | (b) | (c) | (d) |
| Cuestión 3: | (a) | (b) | (c) | (d) | | | | | |

1. **[0.6 puntos]** Las curvas de nivel dibujadas en el siguiente gráfico corresponden a la función:




(a) $f(x,y) = \ln xy$

(b) $f(x,y) = y + e^x$

(c) $f(x,y) = e^{x+y}$

(d) $f(x,y) = e^y - x$

2. **[0.6 puntos]** Si $f(x,y)$ y $g(x,y)$ son dos funciones diferenciables y homogéneas de grado 2 y 3 respectivamente, entonces la función $h(x,y) = \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) \cdot g(x,y)$ verifica que:
   (a) Es homogénea de grado 3.
   (b) Es homogénea de grado 4.
   (b) Puede no ser homogénea.
   (d) Es homogénea de grado 6.

3. **[0.6 puntos]** Sea $z = 5(x-1) + 4(y-2)$ la ecuación del plano tangente a la gráfica de una función $f(x,y)$ diferenciable en $\mathbb{R}^2$, en el punto $(1, 2, f(1,2))$. Entonces:
   (a) La derivada parcial de $f$ con respecto a $x$ en $(1,2)$ es positiva.
   (b) La derivada parcial de $f$ con respecto a $x$ en $(1,2)$ es negativa.
   (c) La derivada parcial de $f$ con respecto a $x$ en $(1,2)$ es mayor que derivada parcial de $f$ con respecto a $y$ en $(1,2)$.
   (d) La derivada parcial de $f$ con respecto a $y$ es nula en $(1,2)$.

4. **[0.6 puntos]** Sea la función de producción $q = F(L,K) = \sqrt{LK}$. Suponga que las cantidades empleadas de los factores $L$ y $K$ son funciones del tiempo, $L = L(t)$ y $K = K(t)$. Si se sabe que $L(0) = 9$, $K(0) = 4$, $\frac{dK}{dt}(0) = 8$ y $\frac{dL}{dt}(0) = 3$, entonces:

   (a) $\dfrac{dq}{dt}(t=0) = 0$  (b) $\dfrac{dq}{dt}(t=0) = \frac{13}{12}$

   (c) $\dfrac{dq}{dt}(t=0) = 7$  (d) $\dfrac{dq}{dt}(t=0) = 12$

5. **[0.6 puntos]** Si la función $f(x,y)$ tiene como polinomio de Taylor de orden 2 en el punto $(0,0)$ el polinomio $p_2(x,y) = x + y^2$, entonces:

(a) $f(0,0) = 1$ (b) $f(0'1, 0'1) \approx 0'11$

(c) $\frac{\partial^2 f}{\partial^2 y}(0,0) = 2$ (d) $\nabla f(0,0) = (0,1)$

---

# PROBLEMAS

1. **[1 punto]** Considere la la función
$$f(x,y) = \ln(4 - x^2 - y^2).$$
Determine tanto analítica como gráficamente:
   (a) **[0'5 puntos]** Su dominio.
   (b) **[0'5 puntos]** La curva de nivel 0 de la función.

2. **[1'5 puntos]** Dada la función:
$$f(x,y) = \ln(5x) + xy^{-1/5}.$$
   (a) **[1 punto]** Determine $\nabla f(x,y)$ y $Hf(x,y)$.
   (b) **[0'5 puntos]** Determine $\nabla f(1,1)$ y $Hf(1,1)$.

3. **[2 puntos]** El propietario de una heladería ha comprobado que la venta diaria de helado en su negocio, medido en kilogramos (kg), viene determinado por una función $v = V(x,y)$, donde $x$ es la temperatura media del día en la población donde se encuentra esta heladería e $y$ es el precio de la tarrina de helado. Sabe además que esta es una función con derivadas parciales continuas. Hoy la temperatura media ha sido de $x_0 = 25°$ y el precio de la tarrina de helado es de $y_0 = 3'25$ euros. Se han vendido 200 kg de helado, es decir $V(25, 3'25) = 200$. En estas condiciones el propietario de la heladería sabe que la marginal de la venta respecto de la temperatura es $0'5$, y la marginal del consumo respecto del precio es -10, es decir:
$$\frac{\partial V}{\partial x}(25, 3'25) = 0'5 \quad \frac{\partial V}{\partial y}(25, 3'25) = -10$$
   (a) **[1 punto]** Determine el precio aproximado $y$ de la tarrina de helado que debe de fijar el propietario si la temperatura prevista para mañana es de 26° y quiere seguir vendiendo 200 kilos de helado, es decir, determine el valor aproximado de $y$ para que $V(26, y) = 200$.
   (b) **[1 punto]** El propietario sabe además que el beneficio diario de su negocio es una función derivable $B(v)$, donde $v$ es la venta diaria de helado medido en kilogramos. Sabe que para una cantidad vendida de $v = 200$ kilogramos el beneficio es de 30 euros, $B(200) = 30$. Además sabe que $\dfrac{dB}{dv}(200) = 0'75$. Determine las marginales de la función beneficio con respecto a $x$ e $y$ en el punto $(25, 3'25)$. Es decir, calcule las derivadas parciales $\dfrac{\partial B}{\partial x}(25, 3'25)$ y $\dfrac{\partial B}{\partial y}(25, 3'25)$.

4. **[1'25 puntos]** El Ingreso Marginal obtenido al vender $x$ unidades del bien $A$ viene determinado por la función:
$$IM(x) = x^2 e^x \qquad x \geq 0$$
   (a) **[0'75 puntos]** Calcule la función que determina el Ingreso obtenido al vender $x$ unidades del bien $A$. Es decir, calcule:
$$I(x) = \int_0^x IM(s)ds.$$
   (b) **[0'5 puntos]** Halle el Ingreso adicional que se obtiene si se pasa de 0 a 1 unidad vendida del bien $A$.

5. **[1.25 puntos]** Determine si la siguiente integral es convergente y, en caso afirmativo, calcule su valor:
$$\int_{10}^{\infty} \frac{4}{x^2 - 9} dx$$