



Distribuciones Muestrales

1. Sea una población de 5 números: 2, 3, 6, 8 y 11. Se pide:
 - a) Calcular la media y la desviación típica de la población.
 - b) Escribir todas las muestras posibles de tamaño 2 con reposición y calcular la media y la desviación típica muestrales.
 - c) Escribir todas las muestras posibles de tamaño 2 sin reposición y calcular la media y la desviación típica muestrales.
 - d) Comparar los resultados de los apartados b) y c) con las fórmulas que relacionan los parámetros poblacionales con los estadísticos muestrales.
2. Para los datos del problema anterior con muestras de tamaño 2, se pide calcular:
 - a) La media de las varianzas muestrales insesgadas y las varianzas muestrales sesgadas.
 - b) Compararlas con la varianza poblacional insesgada y la varianza poblacional sesgada. Comentar el resultado.
3. Sea una variable A cuya población toma los valores 3, 7 y 8, y una variable B con valores 2 y 4. Se pide:
 - a) Las medias de ambas poblaciones por separado.
 - b) La desviación típica de ambas poblaciones por separado.
 - c) Construir una serie de parejas de elementos (A,B) y calcular para esta muestra la diferencia entre ambos términos, las medias de dichas diferencias y su desviación típica.
 - d) Repetir los cálculos del apartado anterior utilizando las fórmulas de la distribución muestral de diferencia de medias.
4. Sea una población de 5 individuos a los que se les pregunta si les gusta o no una determinada bebida azucarada con gas. Tres responden que sí y dos que no. Supongamos que representamos esta respuesta mediante una variable numérica que vale 1 si la respuesta fue sí, y 0 en caso contrario. Se pide:
 - a) Calcular la proporción de personas de la población a las que les gusta esta bebida, así como su desviación típica.
 - b) Escribir todas las muestras posibles de tamaño 2 con reposición y calcular la media de la proporción y la desviación típica muestrales.
 - c) Escribir todas las muestras posibles de tamaño 2 sin reposición y calcular la media de la proporción y la desviación típica muestrales.
 - d) Comparar los resultados de los apartados b) y c) con las fórmulas que relacionan los parámetros poblacionales con los estadísticos muestrales.

5. Los 3000 alumnos de la Universidad Francisco de Vitoria tienen una altura distribuida normalmente con media 1,72 m y una desviación típica de 7,6 cm. Se forman de manera aleatoria 80 grupos de 25 alumnos cada uno. Calcular:
 - a) La media y la desviación típica de la distribución muestral de medias si el muestreo se hizo con reposición.
 - b) Repetir el apartado anterior para el caso sin reposición.
6. Para las muestras del ejercicio anterior, se pide calcular:
 - a) En cuántas muestras encontraríamos una altura media entre 1,65 y 1,75 m.
 - b) En cuántas muestras encontraríamos una altura media superior a 1,80 m.
 - c) En cuántas muestras encontraríamos una altura media inferior a 1,70 m.
7. Un grupo de antiguos alumnos de la UFV monta una empresa de hardware que exporta al por mayor memorias USB de alta calidad. La vida media de dichas memorias es de unos 100000 ciclos de lectura/escritura, con una desviación típica de 8000 y siguiendo una distribución normal. Antes de realizar un envío a un cliente, el departamento de calidad de la empresa realiza unas pruebas con una muestra aleatoria de 64 memorias. Calcular:
 - a) La probabilidad de que el valor medio de la vida media de las memorias de la muestra esté comprendido entre 99000 y 101000 ciclos.
 - b) La probabilidad de que dicho valor medio sea inferior a 98000 ciclos.
 - c) Los intervalos de confianza del 95% y del 99% para la vida media de una muestra aleatoria de 16 memorias.
8. Una compañía electrónica fabrica resistencias que tienen una resistencia media de 100 Ω y una desviación típica de 10 Ω . La distribución de la resistencia es normal. Encontrar la probabilidad de que una muestra aleatoria de 25 resistencias tenga una resistencia media menor que 95 Ω .
9. En un proceso de fabricación de piezas esféricas, el radio de estas sigue una distribución normal de media 0,50 cm y desviación típica 0,05 cm. ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de 49 piezas la media de los radios esté entre 0,49 y 0,51 cm?
10. Un jugador de baloncesto tiene un promedio de aciertos en tiros libres del 80 %. Si tira un total de 100 tiros libres, calcular:
 - a) La probabilidad media de aciertos.
 - b) Su desviación típica.
11. Lanzamos una moneda no trucada un total de 120 veces. Calcular:
 - a) La probabilidad de que salgan caras entre el 40 % y el 60 %.
 - b) La probabilidad de que salgan caras 5 de cada 8 veces o más.
 - c) Si un total de 500 voluntarios lanzan una moneda 120 veces cada uno (todos de la misma manera), calcular cuántas personas obtendrán cara entre el 40 % y el 60 % de las veces, o bien, 5 de cada 8 veces o más.
12. Una fábrica de procesadores ha encontrado que el 2 % de los chips fabricados en una determinada máquina son defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que en un envío de 400 chips sean defectuosos en las siguientes proporciones?
 - a) El 3 % o más.
 - b) El 2 % o menos.

13. En las pasadas elecciones, el candidato más votado obtuvo el 44,6 % de los votos. Hallar la probabilidad de que en un muestreo de votantes escogidos al azar saliera más del 50 % de los votos a su favor.
- Con 200 votantes.
 - Con 1000 votantes.
14. Una muestra aleatoria de tamaño $n_1 = 16$ se toma de una población normal de media 75 y desviación típica 8. Una segunda muestra aleatoria de tamaño $n_2 = 9$ se toma de otra población normal de media 70 y desviación típica 12. Sean \bar{X}_1 y \bar{X}_2 las dos medias muestrales. Encontrar:
- La probabilidad de que $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ sea superior a 4.
 - La probabilidad de que $3,5 \leq \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \leq 5,5$.
15. Sean dos poblaciones normales $N(20,5)$ y $N(10,6)$ de las que se toman dos muestras de tamaños $n_1 = 25$ y $n_2 = 12$. Calcular:
- La media y desviación típica de la distribución muestral de diferencias de medias.
 - La probabilidad de que la diferencia de medias sea superior a 14.
16. Las lámparas de un fabricante A tienen una vida media de 1400 horas con una desviación típica de 200 h. Las de un fabricante B tienen sin embargo 1200 horas de vida media con 100 horas de desviación típica. Si tomamos una muestra de 125 lámparas de cada clase, ¿cuál es la probabilidad de que las del tipo A tengan una vida media que supere a las de la clase B
- En más de 160 horas?
 - En más de 250 horas?
17. En un restaurante A el valor medio de una cena para dos personas es de 49,80 € con una desviación estándar de 9,50 €, mientras que en el restaurante B el valor medio de la cuenta es 42,38 € con desviación estándar 8,20 €. Si se eligen al azar 80 cenas del restaurante A frente a 60 cenas del B, ¿cuál es la probabilidad de que la diferencia de los precios entre A y B sea superior a 10 €?
18. Las bolas de rodamientos de un fabricante pesan 0,50 g de media, con desviación típica de 0,02 g. ¿Cuál es la probabilidad de que dos lotes de 1000 bolas cada uno difieran en peso en más de 2 g?
19. Juan y Luis juegan a cara o cruz con una moneda no trucada, que lanzan 50 veces. El ganador será quien saque 5 caras o más que su adversario. Determinar la probabilidad de que Juan gane el juego.
20. Dos fábricas A y B producen productos similares. La producción de A contiene un 7 % de productos defectuosos mientras que la de B es el 5 %. Para una muestra aleatoria de 2000 productos de cada fábrica, se pide la probabilidad de que las dos muestras revelen una diferencia del 1 % de productos defectuosos o más.

Inferencia Paramétrica:

- 21.** Al medir una variable aleatoria correspondiente a una población normal de media 10 y desviación típica 4, se toman dos muestras con los siguientes valores:
Muestra 1: 4, 13, 8, 12, 8, 15, 14, 7, 8.
Muestra 2: 17, 14, 2, 12, 12, 6, 5, 11, 5.
Se pide calcular el intervalo de confianza del 95 % para la media en cada una de las muestras.
- 22.** Con los datos del problema anterior, y recordando que la desviación típica es conocida y vale 4, calcular el intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de las medias de cada una de las muestras. ¿Diríamos que las muestras tienen la misma media?
- 23.** Los 3000 alumnos de la Universidad Francisco de Vitoria tienen una altura distribuida normalmente con media 1,72 m y una desviación típica de 7,6 cm. Se forman de manera aleatoria 80 grupos de 25 alumnos cada uno. Calcular los intervalos de confianza del 95 % y del 99 % para la altura media.
- 24.** Las medidas de los diámetros de una muestra aleatoria de 200 bolas de rodamiento producidas por una máquina en una semana dieron una media de 0,824 cm con una desviación típica de 0,042 cm. Hallar los intervalos de confianza del 95 % y del 99 % para el diámetro medio.
- 25.** Al medir el tiempo de reacción ante un estímulo visual, un psicólogo estima que la desviación típica es de 0,05 segundos. ¿De qué tamaño ha de tomarse una muestra de medidas para tener una confianza del (a) 95 % y (b) 99 % de que el margen de error de la estimación no supera 0,01 segundos?
- 26.** Un sondeo electoral a puerta de colegio de 100 votantes elegidos al azar indica que el 55 % de ellos estaba a favor de un determinado partido. Se pide:
a) Hallar el intervalo de confianza del 95 % para la proporción de todos los votantes favorables a ese partido.
b) Repetir el cálculo con el nivel de confianza del 99 %.
c) Comentar razonadamente si es esperable que este partido no consiga la mayoría absoluta.
d) Calcular el tamaño de la muestra del ejercicio anterior que se necesita para ambos niveles de confianza antes considerados (95 % y 99 %) de que el partido saldrá ganador por mayoría absoluta.
- 27.** En una gala de exhibición de la NBA Pau Gasol lanza 100 triples y anota 85. Calcular el intervalo de confianza del 95 % para la proporción de aciertos de este jugador.
- 28.** De 40 lanzamientos de una moneda no trucada, se obtienen 24 caras. Calcular los intervalos de confianza del (a) 95 % y del (b) 99 % para la proporción de caras que se obtendrían en un número ilimitado de lanzamientos de moneda.
- 29.** Una muestra de 150 lámparas del modelo A ha dado una vida media de 1400 horas y una desviación típica de 120 h. Una muestra de 200 lámparas del modelo B ha dado una vida media de 1200 h y una desviación típica de 80 h. Calcular los intervalos de confianza del (a) 95 % y del (b) 99 % para la diferencia de las vidas medias de las poblaciones de ambos tipos.

30. Según el último sondeo electoral publicado en prensa, realizado mediante muestreo aleatorio a 1000 ciudadanos, el partido A tiene una intención de voto del 22,5 %, mientras que el partido B tiene un apoyo del 20,2 %. Calcular el intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de las proporciones. Según esta encuesta, ¿hay empate técnico?
31. El pasado 02/09/2013 se publicó el Observatorio sobre clima político de la Cadena Ser (<http://bit.ly/17umKw8>). Los resultados de la estimación de voto, así como la ficha técnica, son los siguientes:

Partido	%
A	28,4
B	20,9
C	15,0
D	14,8

FICHA TÉCNICA

Ámbito: nacional.

Universo: población española de 18 años y más.

Tamaño de la muestra: 1.000 entrevistas con cuotas por sexo, edad, región y hábitat. En todos los casos, las cuotas se aplican en función de la población general y no en función de la población internauta.

Error muestral: para un nivel de confianza del 95,45%, el margen de error de la muestra es del $\pm 3,2\%$.

Trabajo de campo: entrevistas online a partir de un panel (comunidad de internautas) de captación activa (sólo por invitación) certificado con la norma ISO026362.

Fechas de realización del trabajo de campo: del 26 al 30 de agosto de 2013.

Se pide:

- Demostrar que el error muestral del caso más desfavorable correspondiente a una estimación de voto del 50% es precisamente de $\pm 3,2\%$ para el nivel de confianza del sondeo.
- Calcular el intervalo de confianza de la estimación de voto para el Partido A para el nivel de confianza del sondeo.
- Calcular el intervalo de confianza para la diferencia de estimación de voto entre el Partido B y el C para el nivel de confianza del sondeo. Según esta encuesta, ¿es esperable que la segunda fuerza política más votada sea el Partido C?