1. Sea *X* la variable aleatoria que representa el número de hijos varones en familias con 3 hijos. Calcular la función de probabilidad y la función de distribución.

2. Una moneda se lanza 2 veces. Sea *X* el número de caras. Calcular la función de probabilidad.

3. Calcular el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria correspondiente al lanzamiento de un dado.

4. Sea una variable aleatoria continua que toma valores en el intervalo 0 a 4. Su función de densidad de probabilidad viene dada por $f(x) = 0{,}5 - a\,x$, donde *a* es una constante. Se pide:

a) Calcular *a*.

b) Calcular la probabilidad de que *X* tome valores entre 1 y 2.

5. Sea una variable aleatoria continua que toma valores entre 2 y 8, con una función de densidad de probabilidad de $f(x) = a\,(x + 3)$, donde *a* es una constante. Se pide:

a) Calcular *a*.

b) El valor esperado de *X*.

c) Calcular la probabilidad de que *X* tome valores entre 3 y 5.

d) Calcular la probabilidad de que *X* tome valores mayores o iguales a 4.

e) Calcular la probabilidad de que $|X - 5|$ sea menor que 0,5.

6. Sea la densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua:

$$f(x) = \begin{cases} cx^2, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

Se pide:

a) Encontrar el valor de *c*.

b) $P(1 < X < 2)$

c) La función de distribución F(*x*).

7. Sea la densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua:

$$f(x) = \begin{cases} x/2, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

Calcular:

a) E(*X*)

b) Var(*X*)

c) Desviación típica de *X*.

8. Dada la densidad de probabilidad del ejercicio anterior, calcular:

a) E(3 *X*)

b) Var(3 *X*)

9. Sea *X* una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } 0 \leq 1 < 1 \\ k - x, & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{resto} \end{cases}$$

Se pide calcular:

a) El valor de *k*.

b) La función de distribución.

c) E(*X*)

d) Var(*X*).

10. En un negocio, un empresario puede ganar 300 € con probabilidad 0,6 o bien perder 100 € con probabilidad 0,4. Calcular su esperanza matemática.

11. Un juego consiste en apostar 1 € al resultado de lanzar una moneda (cara o cruz). Si se acierta, se ganan 2 €. Comentar si merece la pena apostar.

12. Una muestra aleatoria con reposición de tamaño *n* = 2 se selecciona del conjunto {1, 2, 3} produciendo el espacio equiprobable de 9 elementos S = {(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)}. Sea *X* la suma de los dos números. Se pide:

a) La distribución de probabilidad de *X*.

b) El valor esperado E(*X*), la varianza y la desviación típica.

13. Sea la siguiente distribución de probabilidad de la variable *X*:

x	8	12	16	20	24
f(x)	1/8	1/6	3/8	1/4	1/12

Se pide calcular:

a) E(*X*)

b) E(X^2)

c) Var(*X*)

14. Disponemos de una bolsa con 5 bolas: 2 blancas y 3 negras. Pedimos a cuatro personas que saquen cada uno una bola (no hay reposición). El primero que saque una bola blanca se lleva 10 €. Calcular la esperanza matemática de cada uno de los cuatro participantes.

15. Una variable aleatoria toma el valor 1 con probabilidad *p* y el valor 0 con probabilidad *q* = 1 – *p*. Demostrar que:

a) E(*X*) = *p*

b) Var(*X*) = *p q*

16. Una compañía de refrescos anuncia premios en las chapas asegurando que en cada 1000 chapas hay 500 con "inténtelo otra vez", 300 con premio de 0,50 €, 150 con premio de 1 €, 40 con premio de 5 € y 10 con premio de 10 €. Un individuo, al que no le gusta el refresco, decide comprar una botella cuyo coste es de 1 €. Calcular la esperanza matemática del valor del premio y la probabilidad de no ganar dinero.

17. Sean *X* e *Y* dos variables aleatorias independientes. Demostrar que Var(*X* ± *Y*) = Var(*X*) + Var(*Y*).

18. Con el resultado del ejercicio anterior, considerar el caso de dos variables aleatorias, *X* e *Y*, cada una de las cuales corresponde al resultado de lanzar un dado. Calcular la varianza de la variable aleatoria correspondiente a la suma los resultados de cada dado.

19. Sea una caja que contiene 3 bolígrafos azules, 2 rojos y 3 verdes. Se cogen al azar 2 bolígrafos. Llamemos *X* al número de bolígrafos azules e *Y* al de bolígrafos rojos que se toman. Se pide calcular:

- **a)** La función de probabilidad conjunta f(*x*,*y*).
- **b)** La probabilidad de que el número de bolígrafos azules y rojos sacados sea en total menor o igual que 1.
- **c)** Los valores esperados E(*X*) y E(*Y*).
- **d)** Las varianzas Var(*X*) y Var(*Y*).
- **e)** La covarianza Cov(*X*,*Y*).

20. Sea la siguiente una función de densidad conjunta de dos variables aleatorias *X* e *Y*:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{5}(2x+3y) & \text{si } 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1 \\ 0 & \text{en el resto de casos} \end{cases}$$

Se pide:

- **a)** Comprobar que f(*x*,*y*) es una función de densidad correcta.
- **b)** Calcular la probabilidad de que la variable *X* esté en el intervalo 0 ≤ *x* ≤ ½ y la variable *y* esté en el intervalo ¼ ≤ *y* ≤ ½.
- **c)** Los valores esperados E(*X*) y E(*Y*).
- **d)** Las varianzas Var(*X*) y Var(*Y*).
- **e)** La covarianza Cov(*X*,*Y*).