



**Tema 2. Combinatoria**  
**Tema 3. Variables aleatorias**  
**Estadística**

Ángel Serrano Sánchez de León

# Índice

- Combinatoria
- Funciones
- Integrales

# Combinatoria

- Factorial de un número  $n$ : **factorial(n)**

```
> factorial(5) # 5!
```

```
[1] 120
```

- Número combinatorio  $n$  sobre  $k$ : **choose(n,k)**

```
> choose(10,3) #  $\binom{10}{3}$ 
```

```
[1] 120
```

```
> factorial(10)/(factorial(3)*factorial(7))
```

```
[1] 120
```

# Combinatoria

- Para enumerar todas las combinaciones: **combn(n, k)**

```
> combn(c("R", "G", "B", "K"), 2) # Pasamos un vector
```

```
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,] "R"   "R"   "R"   "G"   "G"   "B"
[2,] "G"   "B"   "K"   "B"   "K"   "K"
```

```
> combn(6, 2) # Números del 1 al 6 tomados de 2 en 2
```

```
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9]
[1,]    1    1    1    1    1    2    2    2    2
[2,]    2    3    4    5    6    3    4    5    6
      [,10] [,11] [,12] [,13] [,14] [,15]
[1,]     3     3     3     4     4     5
[2,]     4     5     6     5     6     6
```

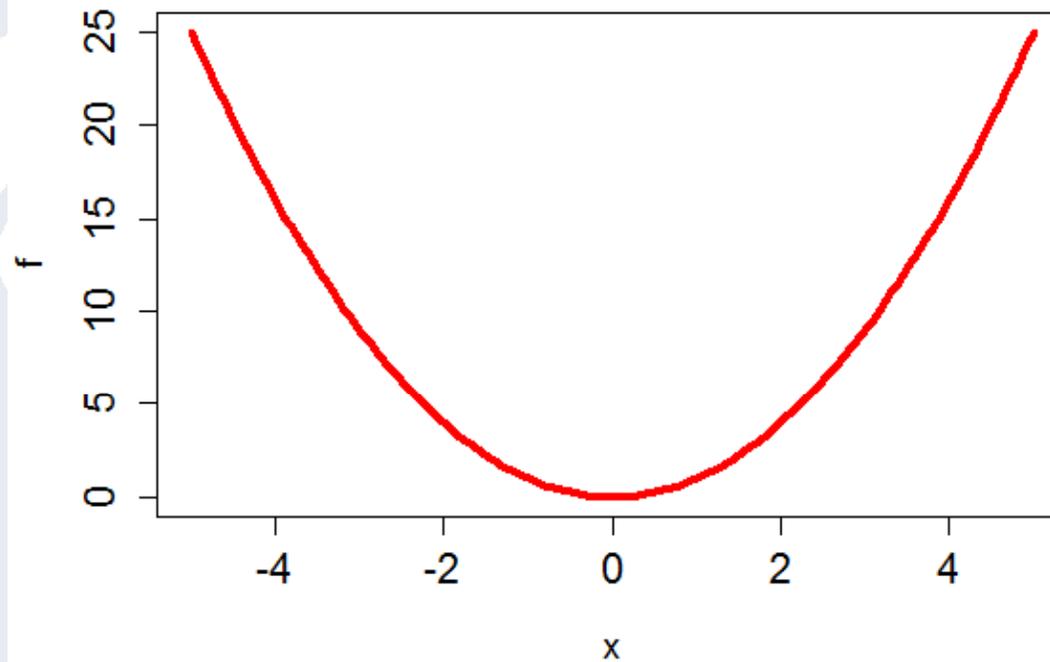
# Funciones de 1 variable

- Se definen con **function**:

```
> f <- function(x) {x^2}
> f(3)
[1] 9
> plot(f) # Representación de f(x) entre 0 y 1
> plot(f,-5,5) # Entre -5 y 5
> plot(f,-5,5,main="Funcion f(x)=x^2",col="red",
      cex.axis=2,cex.main=2,cex.lab=1.5,lwd=4)
# main = título del gráfico
# col = color de la línea
# lwd = grosor de la línea
# cex.axis, cex.main, cex.lab = factor de
incremento del tamaño de los elementos del gráfico
```

# Funciones de 1 variable

**Funcion  $f(x)=x^2$**



# Integrales definidas de funciones de 1 variable

- Paquete: **pracma**

```
> install.packages("pracma")
```

```
> require("pracma")
```

- Función para integrar numéricamente:

**integral(función, límite  $x_{\text{inferior}}$ ,  
límite  $x_{\text{superior}}$ )**

```
> f
```

```
function(x) {x^2}
```

```
> integral(f,0,5)
```

```
[1] 41.66667
```

Analíticamente:

$$\int_0^5 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^5 = \frac{5^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{125}{3} = 41,6\bar{6}$$

# Funciones de 2 variables

- También se definen con **function**:

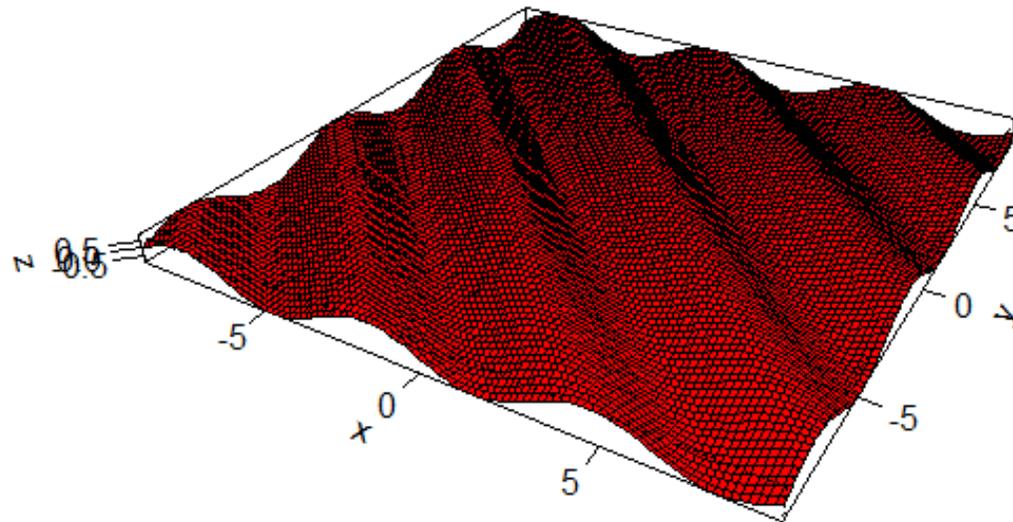
```
> g <- function(x,y) {sin(x+y)}  
> g(0,pi/2) # sin (=seno) funciona en radianes  
[1] 1
```

- Representación gráfica: **persp**

```
> x <- seq(-3*pi,3*pi,.2)  
> y <- x  
> z <- outer(x,y,g)  
> persp(x,y,z,col="red",theta=30,phi=30,  
  expand=0.05,ticktype="detailed",  
  main="Funcion f(x,y)=sin(x+y)")
```

# Funciones de 2 variables

Funcion  $f(x,y)=\sin(x+y)$



# Integrales definidas de funciones de 2 variables

- Función para integrar numéricamente:  
`integral2(función, límite xinferior,  
límite xsuperior, límite yinferior, límite  
ysuperior)`

```
> g
function(x,y) {sin(x+y)}
> integral2(g,0,pi,0,pi/2)
```

```
$Q
```

```
[1] 2
```

```
$error
```

```
[1] 1.37564e-16
```

Analíticamente:

$$\int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin(x+y) dy dx = \int_0^{\pi} [-\cos(x+y)]_0^{\pi/2} dx = \int_0^{\pi} \left[ -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(x+0) \right] dx =$$

$$= \int_0^{\pi} \sin x dx + \int_0^{\pi} \cos x dx = (-\cos x)|_0^{\pi} + \sin x|_0^{\pi} = -\cos \pi + \cos 0 + \sin \pi - \sin 0 = 1 + 1 + 0 - 0 = 2$$