

# Matrices

## Ejercicios

1. Halla una forma escalonada, el rango, y las matrices canónica para cada una de las siguientes matrices:

$$(a) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (b) B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}; \quad (c) C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 8 & 10 & 3 \\ -2 & 2 & -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

2. Siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ , ¿qué condición debe verificar  $k \in \mathbb{R}$  para que  $\text{rg}(A + kB) < 2$ ?

3. Calcula la inversa, si existe, de las siguientes matrices:

$$(a) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (b) B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad (c) C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{pmatrix};$$

$$(d) D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}; \quad (e) E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad (f) F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Calcula la inversa, si existe, de la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Calcula, según los valores de  $n$ , el rango de las matrices:

$$(a) A_n = \begin{pmatrix} n+1 & 1 & 1 \\ 1 & n+1 & 1 \\ 1 & 1 & n+1 \end{pmatrix}; \quad (b) B_n = \begin{pmatrix} n+1 & 1 & n \\ 1 & n+1 & 1 \\ 0 & 0 & n \end{pmatrix}.$$

**OPCIONAL**

Obtén la matriz inversa en los casos que se pueda.