



# Colección de Ejercicios de Estadística Descriptiva

Curso 2016/17

Departamento de Economía Aplicada  
U.D.I. de Estadística

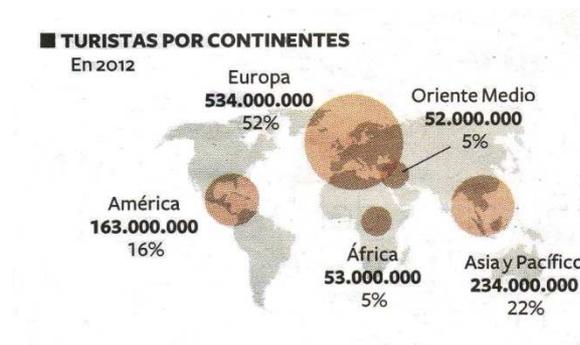
<b>Tema 2</b>	<b>Estadística Descriptiva</b>
<b>Distribuciones de frecuencia y representaciones gráficas</b>	

2.1 Se ha realizado una encuesta en 30 hogares en la que se les pregunta el nº de individuos que conviven en el domicilio habitualmente. Las respuestas obtenidas han sido las siguientes:

4, 4, 1, 3, 5, 3, 2, 4, 1, 6, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 2, 3, 3, 2, 2, 1, 8, 3, 5, 3, 4, 7, 2, 3.

- a) Calcule la distribución de frecuencias de la variable obteniendo las frecuencias absolutas, relativas y sus correspondientes acumuladas.
- b) ¿Qué proporción de hogares está compuesto por tres o menos personas? ¿Qué proporción de individuos vive en hogares de tres o menos miembros?
- c) Dibuje el diagrama de frecuencias absolutas y el diagrama de frecuencias acumuladas.
- d) Agrupe por intervalos de amplitud 2 los valores de la variable, comenzando con el intervalo 0,5 – 2,5, calcule su distribución de frecuencias y represente con los correspondientes gráficos las frecuencias absolutas y acumuladas.

2.2 El 1/9/2013 el diario *El País* publicaba el siguiente gráfico sobre la situación del turismo a nivel mundial.



- a) ¿Qué variable es la que se está presentando en el gráfico?
- b) ¿Qué tipo de variable es?
- c) Construya la tabla de distribución de frecuencias
- d) Represente la información del gráfico en un diagrama de barras.

2.3 Se realiza un estudio en una ciudad sobre la capacidad hotelera y se obtienen los siguientes resultados:

Plazas	Nº de hoteles
0-10	25
10-30	50
30-60	55
60-100	20

- a) Represente gráficamente esta distribución de frecuencias mediante un histograma. ¿Qué está representando en el eje vertical?
- b) ¿Cuál es la proporción de hoteles que disponen de entre 11 y 60 plazas?
- c) ¿Cuántos hoteles tienen treinta o menos plazas?
- d) Calcule las marcas de clase de cada intervalo.
- e) ¿Cuál es la proporción de hoteles que disponen de entre 15 y 50 plazas? ¿Qué hipótesis hace para este último cálculo?

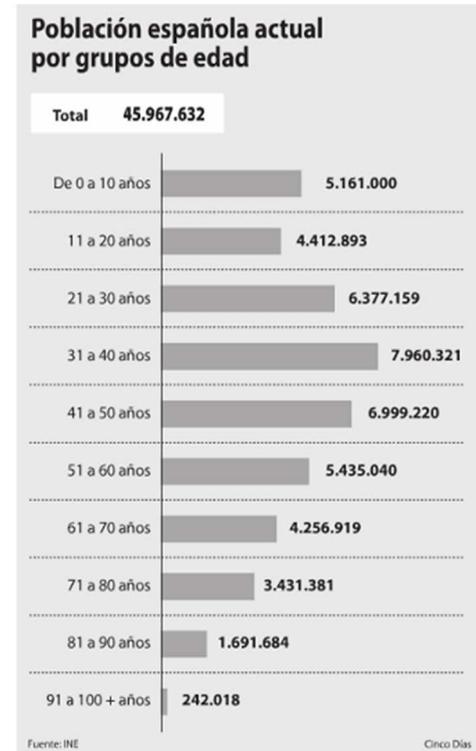
2.4 Relacionado con las pensiones de un determinado país está la “pirámide” de población, porque permite hacer estimaciones de cómo va a evolucionar la población activa, y la población en edad de percibir pensiones. Recientemente el diario *Cinco Días* publicó la pirámide de población Española.

- ¿Qué variable es la que se está representando en el gráfico?
- ¿Qué tipo de variable es?
- Construya la tabla de frecuencias y calcule las marcas de clase
- Represente el polígono de frecuencias acumuladas
- Suponiendo que todas las personas se jubilan a los 65 años, ¿cuántas personas jubiladas hay en España?

*Nota:*

1.- Para facilitar los cálculos, use la variable millones de personas redondeada a 2 decimales

2.- Para realizar los cálculos en c) y en d) suponga que el último intervalo termina en 100 años.



2.5 Una entidad bancaria dispone de 50 sucursales en el territorio nacional y ha observado el número de empleados que hay en cada una de ellas para un estudio posterior. Las observaciones obtenidas han sido:

12, 10, 9, 11, 15, 16, 9, 10, 10, 11, 12, 13,14,15, 11, 11, 12, 16, 17, 17,16,16, 15, 14, 12, 11  
11, 11, 12, 12, 12, 15, 13, 14, 16, 15, 18, 19, 18, 10, 11, 12, 12, 11, 13, 13, 15, 13, 11, 12.

- Calcule la distribución de frecuencias de la variable obteniendo las frecuencias absolutas, relativas y sus correspondientes acumuladas.
- ¿Qué proporción de sucursales tiene más de 15 empleados?
- Dibuje el diagrama de barras y el diagrama acumulativo de frecuencias correspondientes.
- Agrupe en intervalos de amplitud 3 los valores de la variable, comenzando en el intervalo 8,5 – 11,5, calcule su distribución de frecuencias y represente su histograma y su polígono de frecuencias acumuladas.

- 2.6 A continuación se presenta la tabla de clasificación de la liga española 13/14 tras la jornada 3ª, publicada en el diario *El Mundo* el 1/9/2013, donde figura los partidos jugados (J), los ganados (G), los empatados (E), los perdidos (P), los goles a favor (F), los goles en contra (C) y los puntos (Pt)

Nos centraremos en la variable Goles a Favor (F).

- ¿Qué tipo de variable es?
- Construya la tabla de frecuencias completa
- Represente gráficamente la variable con los gráficos adecuados a los datos disponibles
- ¿Qué porcentaje de equipos ha marcado 6 goles o más en las tres primeras jornadas?

FÚTBOL							
LIGA BBVA / 1ª DIVISIÓN							
							3ª jornada
	J.	G.	E.	P.	F.	C.	Pt.
1. Villarreal	3	3	0	0	8	3	9
2. Barcelona	2	2	0	0	8	0	6
3. Atlético	2	2	0	0	8	1	6
4. Athletic	2	2	0	0	4	1	6
5. Real Madrid	2	2	0	0	3	1	6
6. Celta	3	1	2	0	5	4	5
7. Espanyol	2	1	1	0	5	3	4
8. Real Sociedad	2	1	1	0	3	1	4
9. Granada	3	1	1	1	3	3	4
10. Levante	3	1	1	1	2	8	4
11. Valladolid	3	1	0	2	3	4	3
12. Valencia	2	1	0	1	2	3	3
13. Rayo	3	1	0	2	4	7	3
14. Almería	3	0	2	1	6	7	2
15. Elche	3	0	2	1	3	6	2
16. Sevilla	2	0	1	1	1	3	1
17. Getafe	3	0	1	2	2	5	1
18. Betis	2	0	0	2	2	4	0
19. Málaga	2	0	0	2	0	2	0
20. Osasuna	3	0	0	3	1	7	0

- 2.7 Complete la siguiente distribución de frecuencias:

$x_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
0	2			
1			7	
2				0,65
3	3	0,15		
4		0,2		
Total				

<b>Tema 3</b>	<b>Estadística Descriptiva</b>
<b>Medidas de posición, dispersión, forma y concentración</b>	

- 3.1** Cierta cartera de valores ha pasado en 16 años de tener un valor de 1.000 € a valer 4.728 €. Halle el tipo de interés medio anual, o tasa media anual acumulativa, al que ha crecido esta inversión.
- 3.2** Un fondo de inversión nos ofrece un 10% de rentabilidad el primer año y un 20% de rentabilidad el segundo año si mantenemos nuestro dinero con ellos.
- ¿En cuánto se convierten 1.000.000 de euros invertidos en este fondo a los dos años?
  - Calcule el interés medio para estos dos años.
  - ¿Cómo se vería alterado este interés medio si nos cambian las condiciones a 20% el primer año y 10% el segundo año?
  - Supongamos que mantenemos durante 10 años 1.000.000 de euros en un fondo que nos ofrece un 15% anual si lo mantenemos con ellos sin tocarlo. ¿En cuánto se convierte ese millón al cabo de los 10 años?
  - Repita el cálculo para 10 años y 1.000.000, pero rebajando el interés anual una décima, hasta un 14,9%. ¿Cuál es la diferencia obtenida entre ambos situaciones, expresada en euros, al final de los 10 años?
- 3.3** Ya conoce la tabla de clasificación de la liga española 13/14 tras la 3ª jornada, publicada en el diario *El Mundo* el 1/9/2013, donde figura los partidos jugados (J), los ganados (G), los empatados (E), los perdidos (P), los goles a favor (F), los goles en contra (C) y los puntos (Pt).

Comparemos la variable goles a favor (F, tabla de distribución construida en el problema 2.6) y la variable puntos conseguidos (Pt).

- Construya la tabla de distribución de frecuencias de la variable Puntos conseguidos (Pt)
- Calcule y compare el número medio de goles a favor y el número medio de puntos conseguidos
- ¿En cuál de las dos distribuciones existe mayor dispersión? Compruébelo por varios métodos
- ¿Cuál de las dos distribuciones tiene una mayor asimetría? Compruébelo por varios métodos
- ¿Dónde hay una distribución más homogénea de equipos, en los goles a favor o en los puntos conseguidos?
- ¿Qué preferiría un equipo, tener 6 goles a favor o tener 6 Ptos.?

FÚTBOL							
LIGA BBVA / 1ª DIVISIÓN							3ª jornada
	J.	G.	E.	P.	F.	C.	Pt.
1. Villarreal	3	3	0	0	8	3	9
2. Barcelona	2	2	0	0	8	0	6
3. Atlético	2	2	0	0	8	1	6
4. Athletic	2	2	0	0	4	1	6
5. Real Madrid	2	2	0	0	3	1	6
6. Celta	3	1	2	0	5	4	5
7. Espanyol	2	1	1	0	5	3	4
8. Real Sociedad	2	1	1	0	3	1	4
9. Granada	3	1	1	1	3	3	4
10. Levante	3	1	1	1	2	8	4
11. Valladolid	3	1	0	2	3	4	3
12. Valencia	2	1	0	1	2	3	3
13. Rayo	3	1	0	2	4	7	3
14. Almería	3	0	2	1	6	7	2
15. Elche	3	0	2	1	3	6	2
16. Sevilla	2	0	1	1	1	3	1
17. Getafe	3	0	1	2	2	5	1
18. Betis	2	0	0	2	2	4	0
19. Málaga	2	0	0	2	0	2	0
20. Osasuna	3	0	0	3	1	7	0

- 3.4 Se ha realizado un estudio entre 100 mujeres mayores de 15 años, observándose el número de hijos de las mismas. El resultado ha sido:

$x_i$ : nº hijos	$n_i$ : nº mujeres
0	13
1	20
2	25
3	20
4	11
5	7
6	4

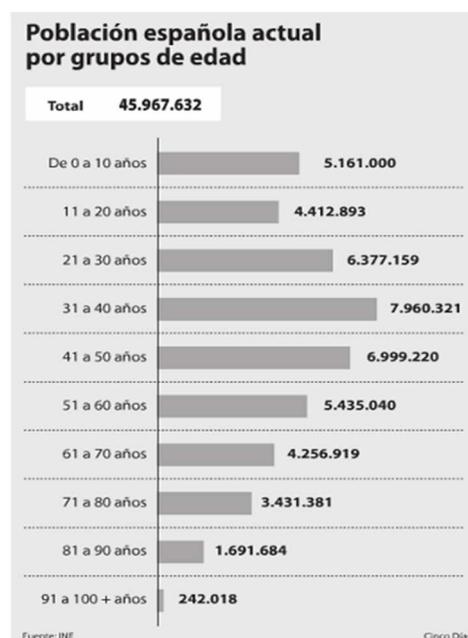
Se pide:

- Calcular el número medio de hijos, la mediana y la moda.
  - Calcular los cuartiles. Explique su significado en el ejercicio propuesto
  - ¿Cuál es el número máximo de hijos que tiene el 70% de las mujeres que menos hijos tienen?
  - Analizar la dispersión de la distribución con todas las medidas que conozca, interpretando los resultados.
  - Analizar la forma de la distribución calculando los coeficientes correspondientes. Comente los resultados.
- 3.5 Relacionado con las pensiones de un determinado país está la “pirámide de población”, porque permite hacer estimaciones de cómo va a evolucionar la población activa, y la población en edad de percibir pensiones. Recientemente *Cinco Días* publicó la pirámide de población española.

- ¿Cuál es la edad media de los españoles?
- Calcule la moda, la mediana y el rango intercuartílico
- Comente la forma de la distribución de la población
- ¿En qué percentil está usted situado?
- ¿En qué percentil está situada una persona que nació durante el “Baby Boom”? (por ejemplo, 1975)

Notas:

- Para facilitar los cálculos, use la variable millones de personas, redondeando a dos decimales
- Para el apartado d, tenga en cuenta que la pirámide se obtuvo en 2012



**3.6** Se dispone del beneficio anual obtenido el pasado año por 38 empresas madrileñas:

Beneficio (miles €)	Nº empresas
230-280	5
280-330	7
330-580	14
580-630	9
630-780	3

Se pide:

- Calcular el beneficio medio de estas 38 empresas madrileñas.
- ¿Cuál es el beneficio mayor de la mitad de las empresas más modestas?
- Determinar el beneficio más frecuente.
- El 25% de las empresas más rentables ¿qué nivel de beneficios tienen?
- Estudiar la dispersión de esta distribución a partir del recorrido intercuartílico, desviación típica y coeficiente de variación de Pearson. Interpretar los resultados obtenidos.
- Estudiar la forma de esta distribución. Comentar el resultado.
- Una empresa tiene como objetivo alcanzar los 500.000 € de beneficio ¿en qué percentil quiere situarse? ¿Y una empresa con un objetivo de 700.000 €?

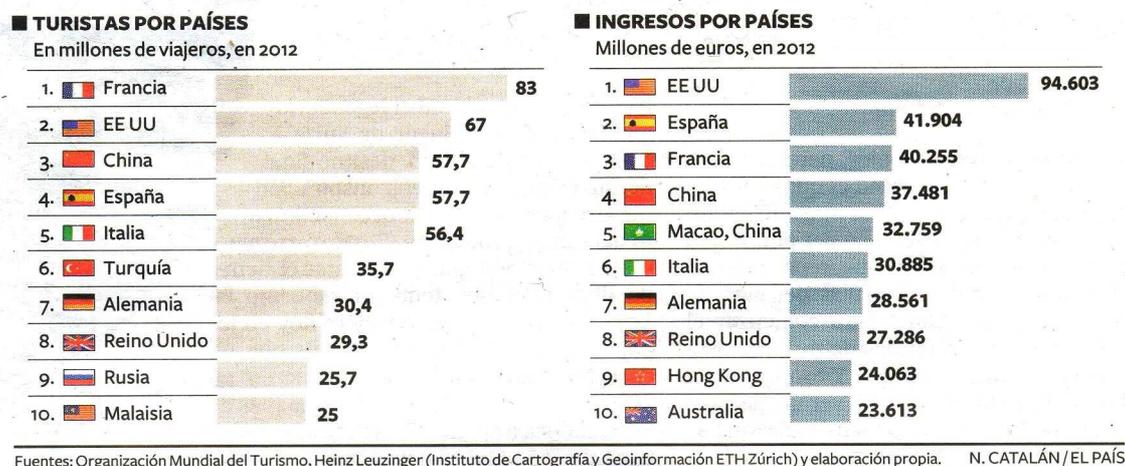
**3.7** La distribución del importe de las facturas por reparación de carrocería de una muestra de 80 vehículos en un taller, viene dada por la tabla siguiente:

Importe (€)	Nº facturas
0-60	10
60-80	20
80-120	40
120-240	10

Se pide:

- Calcular el importe medio. ¿El valor hallado es representativo de la distribución de facturas?
- Calcular el importe mediano y el importe más frecuente.
- Calcular el importe mínimo pagado por el tercio de vehículos con facturas de mayor importe.
- ¿Cuál es el importe máximo pagado por las 60 reparaciones más baratas?
- Calcular el grado de asimetría que presenta la distribución con la mayor precisión posible, e interprete el resultado.
- Calcule el grado de concentración de la distribución y grafique la curva de Lorenz correspondiente. Interprete los resultados.
- Supongamos que se aumenta el IVA en un 3 % (por ejemplo, pasa de 21 % a 24 %). Rehaga los apartados a, b y f sin repetir los cálculos, es decir, utilizando las propiedades de las transformaciones lineales.
- Supongamos ahora que se mantiene el IVA original y que además se cobra en cada factura 5 € fijos “por gastos de gestión”. ¿El Índice de Gini aumentaría, disminuiría o se quedaría igual?
- Represente gráficamente el histograma de esta distribución. Detalle las variables y unidades que representa en cada eje.

- 3.8 El diario *El País* publicaba el 1/9/2013 los siguientes gráficos de barras con los países “top ten” en turismo por volumen de viajeros y de ingresos.



Suponiendo despreciable el volumen de viajeros e ingresos fuera de estas 10 primeras posiciones,

- Determine con base estadística si en el sector hay una mayor concentración en términos de volumen de viajeros o en términos de ingresos por turismo.
  - Dibuje las curvas de Lorenz de volumen de viajeros y de ingresos en un mismo gráfico
  - España ocupa los primeros puestos en ambos rankings, pero ¿en cuál de las dos variables tiene una mejor posición relativa?
- 3.9 Establezca, con base estadística, en cuál de las siguientes empresas el salario está repartido de forma más equitativa.

Empresa A		Empresa B	
nº personas	salario percibido (€)	nº personas	salario percibido (€)
15	800	10	800
20	1000	30	1000
30	1200	35	1200
20	1500	24	1500
15	7500	1	7500

¿Qué conclusiones puede obtener del análisis de las correspondientes curvas de Lorenz?

- 3.10 Una empresa tenía a finales del pasado año mil seiscientos cincuenta accionistas distribuidos de la siguiente forma:

Nº de acciones	Nº de accionistas
0-20	1030
20-60	380
60-100	180
100-500	50
500-1000	10

Se pide:

- Hallar el número medio de acciones por accionista y su desviación típica.
- ¿Cuál es el número de acciones que como máximo posee la mitad del accionariado?

- c) Comente, con base estadística, el grado de concentración de las acciones.
- d) ¿Qué porcentaje del total de acciones poseen los accionistas mayoritarios? (accionistas mayoritarios son aquellos que poseen mas de 500 acciones)
- e) ¿Qué porcentaje de los accionistas minoritarios posee el 20% del total de acciones?

**3.11** En un aparcamiento cobran por cada minuto que está estacionado el vehículo 1,5 céntimos de €. La ocupación del aparcamiento durante la semana pasada fue la siguiente:

Tiempo de estacionamiento (min.)	Nº de vehículos
0-60	1.240
60-120	3.575
120-180	746
180-240	327
240-360	218
360-1440	44

Se pide:

- a) Obtener el tiempo medio de estacionamiento, el más frecuente y el mediano.
- b) ¿A partir de qué cantidad de tiempo un vehículo está estacionado más que el 85% de los vehículos?
- c) Calcular los ingresos totales, el ingreso medio y el más frecuente.
- d) La empresa arrendataria del servicio está estudiando modificar la tarifa existente de la siguiente manera: a todos los vehículos se les cobrará 50 céntimos de € por entrar y 1,1 céntimos de € por cada minuto que tengan su coche dentro del aparcamiento. Bajo esta suposición, y con los datos de que dispone, ¿qué alternativa resultaría más ventajosa para la empresa? Razonar la respuesta.

**3.12** El testamento de un hombre de negocios lega 2.500 euros a su familia repartiéndose de la siguiente forma: a su cónyuge le asigna el doble que a su hijo primogénito y a éste el doble que a cada uno de sus otros dos hermanos.

- a) Considerando que cada heredero ha de aplicar un impuesto de sucesiones proporcional del 20%. ¿Cuáles serán los índices de Gini en los dos casos: antes de pagar los impuestos y después de haberlo hecho? ¿Cuál de las distribuciones es más equitativa?
- b) Si a cada heredero se le aplicara un impuesto fijo de 125 euros, ¿cómo se vería afectado el índice de Gini original?

**3.13** Se conocen los siguientes momentos de las distribuciones de frecuencias de las variables X e Y:

Variable X	Variable Y
$\bar{x} = a_1 = 2,6$	$\bar{y} = a_1 = 4,8$
$S_x^2 = m_2 = 1,16$	$S_y^2 = m_2 = 4,64$
$m_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 n_i}{N} = 0,756$	$m_3 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^3 n_i}{N} = -6,048$

Se pide:

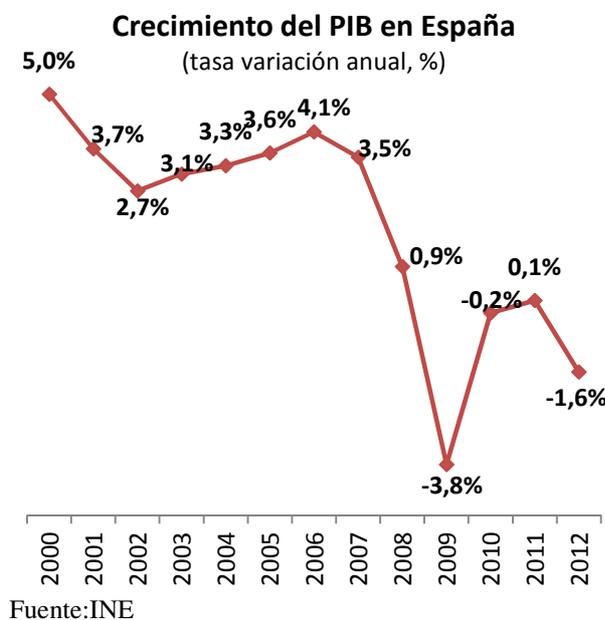
- a) ¿Mediante qué cambio de origen y/o escala se puede obtener la variable Y a partir de la variable X?
- b) ¿Qué podría decir de la asimetría de las variables X e Y?

**3.14** El volumen de ventas (millones de euros) de una empresa de telefonía en el año 2009 se repartió de la siguiente manera:

- en telefonía móvil las ventas de la empresa fueron de 7,51 millones de euros. En el sector de telefonía móvil la media fue 6,61 y varianza de 86,5.
- en telefonía fija la empresa alcanzó unas ventas de 8,41 millones de euros. La media en el sector de telefonía fija fue de 7,2 y varianza de 117,79.

- a) ¿En qué unidades vendrá medida la varianza?
- b) ¿En cuál de los dos sectores está mejor situada la empresa en cuanto a su volumen de ventas? Razone la respuesta.

**3.15** El INE publicó el 27/08/2013 la actualización de los datos de Contabilidad Nacional de España. Según esta publicación, el crecimiento del PIB (tasa de variación anual) cayó un 1,6% en 2012. La evolución desde el año 2000 al 2012 se recoge en el siguiente gráfico. Calcule la tasa de variación media anual.



**3.16** En un club de fútbol hay equipos que juegan en 3 categorías. Hay un 10% de jugadores que juegan en primera división, un 30% en segunda y un 60% en tercera división. Se sabe que en la temporada 2012-13 el sueldo medio para los jugadores de primera división fue de 500.000 euros al año, el de segunda división 300.000 € al año y para los de tercera 175.000 € al año.

- a) ¿Cuál fue el sueldo medio de los jugadores de todo el club?
- b) Para la temporada 2013-14 se ha mantenido la plantilla de los trabajadores, pero se han negociado incrementos salariales distintos para cada categoría. Se conocen sólo algunos aspectos de dicha negociación. El salario medio para el conjunto de la empresa será exactamente de 250.000 € anuales. El incremento previsto para los de primera división será del 10%, y para los de segunda un 8%. Tras conocer esta información los jugadores de tercera división deciden convocar una huelga indefinida en tanto en cuanto no se revisen los incrementos salariales pactados ya que se consideran claramente desfavorecidos. Según la información de que dispone ¿estaría de acuerdo con la actitud de dichos jugadores? Justifique su respuesta.

- 3.17 Una alumna de primer curso de ADE, tras los exámenes de Enero, quiere saber en qué asignatura de las cursadas en el primer cuatrimestre ocupa una mejor posición relativa según la nota obtenida. Para satisfacer su curiosidad dispone de la siguiente información:

Asignaturas	Nota obtenida por la alumna	Nota media de la asignatura	Desviación típica de las notas de la asignatura
Estadística Descriptiva	7,0	6,0	1,2
Sociología de la Empresa	6,5	6,0	1,7
Introducción al Derecho ...	6,0	5,0	2,0
Instrumentos matemáticos ...	7,2	7,0	1,4
Fundamentos de ADE	8,5	7,5	2,1

Determine en qué asignatura está situada en una mejor posición relativa.

- 3.18 Un barrio de la periferia de Madrid tiene la siguiente distribución de rentas (en miles de euros):

Renta (miles €)	Nº de Familias
3-15	70
15-35	28
35-65	2

- Obtenga la renta media, modal y mediana de dicho barrio e interprete los resultados. ¿Qué conclusiones puede obtener de la comparación de ambos valores?
  - En otro barrio, la renta media por familia es de 12.000€ y la desviación típica de 2.400€ ¿Cuál de los dos barrios puede considerarse más homogéneo en rentas familiares?
  - Se decide intervenir con alguna política de subvenciones sobre las rentas de las familias del barrio periférico. Si por ello aumentasen en 4.000 € la renta de cada familia ¿cuál sería la renta media, la modal, la renta mediana y la varianza? ¿Cambiaría la conclusión obtenida en el apartado b)?
  - Si debido a la política de subvenciones aumentasen las rentas de las familias en un 10%, ¿cuál sería la renta media, la modal, la renta mediana y la varianza? ¿Cambiaría la conclusión obtenida en el apartado b)?
  - Comente el grado de equidistribución de la renta.
- 3.19 El servicio de estudios de una importante entidad bancaria está llevando a cabo un análisis de las exportaciones realizadas por las empresas del sector industrial en España. Concretamente los datos recabados han sido los siguientes:

Exportaciones (miles €)	Número de empresas (cientos)
0 – 10	4
10 – 20	20
20 – 40	10
40 – 50	10

A partir de dicha información:

- Calcule la media y la mediana de las exportaciones realizadas. ¿Qué conclusiones obtiene de la comparación de ambos indicadores?
- En Francia se ha realizado un estudio similar obteniéndose un coeficiente de variación de Pearson de 0,64. Compare este valor con el que se obtendría a partir de los datos suministrados en el ejercicio, ¿qué puede decir sobre ambas distribuciones de frecuencias a raíz de la comparación?
- En ambos países se han aprobado políticas públicas destinadas a incrementar el dinamismo del sector exportador. Como consecuencia, en España cada una de las empresas ha aumentado sus exportaciones

un 1%, mientras que en Francia se ha producido un aumento lineal de las exportaciones de 1.000 euros por empresa. A tenor de esta información, ¿cree que cambiarán las conclusiones obtenidas en el apartado anterior? Justifique su respuesta.

- d) ¿Qué porcentaje de las exportaciones totales realizan el 40% de las empresas que menos exportan?
- e) Dibuje el histograma de la variable exportaciones

**3.20** Las facturaciones sin IVA (en decenas de mil) obtenidas en el último trimestre en 300 restaurantes de una localidad española han sido:

Facturación sin IVA (decenas de mil €)	Nº restaurantes
2-4	40
4-6	85
6-10	115
10-12	60

Con esta información:

- a) ¿Cuál es, en euros, la facturación media por restaurante? ¿Considera la facturación media obtenida una medida representativa de la distribución de frecuencias observada? Emplee un indicador adecuado y justifique su respuesta.
- b) Determine cuál ha sido la facturación mediana y la facturación más frecuente. ¿Qué se puede concluir sobre la asimetría de la distribución?
- c) Uno de los restaurantes afirma que la facturación que ha realizado en el último trimestre sólo ha sido superada por un 20% de los restaurantes encuestados. ¿Cuál ha sido la facturación de este restaurante?
- d) El IVA aplicado a los restaurantes es del 10%. Determine la facturación media con el IVA incluido así como la varianza. ¿Qué distribución es más dispersa, la facturación con IVA o sin IVA? Razone la respuesta.
- e) Comente el grado de concentración de esta distribución.

<b>Tema 4</b>	<b>Estadística Descriptiva</b>
<b>Distribución de frecuencias bidimensional</b>	

- 4.1 A partir de la siguiente distribución bidimensional  $(X_i, Y_j; n_{ij})$ , calcule las  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $S_x^2$ ,  $S_y^2$  y  $S_{xy}$ . ¿Son independientes las variables X e Y?

<b>X\Y</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>-1</b>	0	1	0
<b>0</b>	1	0	1
<b>1</b>	0	1	0

- 4.2 A partir de la siguiente distribución bidimensional  $(X_i, Y_j; n_{ij})$ , calcule la  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $S_x^2$ ,  $S_y^2$  y  $S_{xy}$ . Calcule la distribución de X condicionada a que  $Y=4$ . ¿Son independientes las variables X e Y?

<b>X\Y</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>-1</b>	2	4	6	10	8
<b>0</b>	1	2	3	5	4
<b>1</b>	3	6	9	15	12
<b>2</b>	4	8	12	20	16

- 4.3 Dada la siguiente distribución bidimensional, donde X es el nº de miembros del hogar e Y es el nº de coches del hogar, calcule la media y varianza de la distribución del nº de coches condicionada a que el hogar esté formado por 5 miembros.

<b>X\Y</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1</b>	7			
<b>2</b>	10	2		
<b>3</b>	11	5	1	
<b>4</b>	16	6	6	
<b>5</b>	8	6	4	2
<b>6</b>	1	2	3	1
<b>7</b>	1		1	1
<b>8</b>			1	1

- 4.4 Tenemos la siguiente tabla de correlaciones. Halle  $n_{21}$  para que las dos variables sean estadísticamente independientes y calcule su covarianza en este caso.

<b>X\Y</b>	<b>5</b>	<b>7</b>
<b>100</b>	8	4
<b>250</b>	$n_{21}$	6

4.5 Vea la situación de la liga Española tras la tercera jornada, según la publicaba *El Mundo* el día 1/09/2013.

Tomando las variables Goles a Favor (F) y Goles en Contra (C):

- Construya la tabla de correlaciones
- ¿Son variables independientes?
- Calcule las distribuciones marginales.
- Calcule la distribución de los Goles a Favor, condicionada a tener 3 o menos Goles en Contra
- Calcule la covarianza de ambas distribuciones

FÚTBOL						
LIGA BBVA / 1ª DIVISIÓN						3ª jornada
	J.	G.	E.	P.	F.	C. Pt.
1. Villarreal	3	3	0	0	8	3 9
2. Barcelona	2	2	0	0	8	0 6
3. Atlético	2	2	0	0	8	1 6
4. Athletic	2	2	0	0	4	1 6
5. Real Madrid	2	2	0	0	3	1 6
6. Celta	3	1	2	0	5	4 5
7. Espanyol	2	1	1	0	5	3 4
8. Real Sociedad	2	1	1	0	3	1 4
9. Granada	3	1	1	1	3	3 4
10. Levante	3	1	1	1	2	8 4
11. Valladolid	3	1	0	2	3	4 3
12. Valencia	2	1	0	1	2	3 3
13. Rayo	3	1	0	2	4	7 3
14. Almería	3	0	2	1	6	7 2
15. Elche	3	0	2	1	3	6 2
16. Sevilla	2	0	1	1	1	3 1
17. Getafe	3	0	1	2	2	5 1
18. Betis	2	0	0	2	2	4 0
19. Málaga	2	0	0	2	0	2 0
20. Osasuna	3	0	0	3	1	7 0

4.6 Tenemos una distribución bidimensional expresada en la siguiente tabla de correlaciones. La variable X representa los ingresos familiares mensuales en unidades de 10 €. La variable Y representa, a su vez, los metros cuadrados de la vivienda familiar.

X\Y	40-60	60-80	80-100	100-150	150-250
50-100	20	18	2	1	0
100-200	25	40	30	2	1
200-350	5	10	15	25	3
350-500	0	5	15	20	8
> 500	0	1	2	7	10

- Calcule la distribución marginal de las dos variables.
- Obtenga la distribución de la superficie de la vivienda condicionada al intervalo modal de los ingresos familiares.
- Calcule la distribución de los ingresos condicionada al intervalo mediano de vivienda familiar.
- ¿Son independientes los ingresos familiares y el tamaño de la vivienda donde habitan?

- 4.7 Se han observado, durante un mes determinado, el gasto en teléfono móvil y el ingreso total en seis familias. Los resultados obtenidos, expresados en unidades monetarias corrientes, han sido:

	Gasto en teléfono móvil	Ingreso total (miles €)
<b>Familia 1</b>	2	4
<b>Familia 2</b>	3	6
<b>Familia 3</b>	6	8
<b>Familia 4</b>	9	10
<b>Familia 5</b>	10	12
<b>Familia 6</b>	11	20

- Represente la nube de puntos correspondiente.
  - A la vista de la nube de puntos, ¿cree que existe correlación estadística entre ambas variables? ¿es fuerte, media o débil? ¿es creciente o decreciente?
  - Calcule la covarianza entre el gasto y el ingreso. A la vista de este resultado, ¿puede afirmar que las variables sean dependientes o independientes?
  - Para estas 6 familias ¿Qué variable se distribuye de forma más homogénea, el gasto en móvil o los ingresos totales?
- 4.8 Dada la siguiente distribución bidimensional, donde las variables X e Y son estadísticamente independientes.

X \ Y	3	4
1	3	c
2	2	6

Se pide

- Determinar las distribuciones marginales de ambas variables.
- Calcular las medias y varianzas, así como el valor de la covarianza.
- Gráficamente, ¿cómo serían las rectas de regresión de Y/X y de X/Y correspondientes a esta distribución bidimensional? [este apartado corresponde al tema 5]

<b>Tema 5</b>	<b>Estadística Descriptiva</b>
<b>Regresión y correlación</b>	

- 5.1 Justifique las razones por las cuales debe aceptarse o rechazarse que las dos rectas siguientes sean, respectivamente, las líneas de regresión mínimo-cuadráticas de Y sobre X y de X sobre Y de una serie de observaciones.

$$\begin{aligned}
 Y/X: & \quad Y = 2X + 1 \\
 X/Y: & \quad X = -5Y + 10
 \end{aligned}$$

- 5.2 Justifique las razones por las cuales debe aceptarse o rechazarse que las dos rectas siguientes sean, respectivamente, las líneas de regresión mínimo-cuadráticas de Y sobre X y de X sobre Y de una misma serie de observaciones.

$$\begin{aligned}
 Y/X: & \quad Y = 2X + 1 \\
 X/Y: & \quad X = 5Y + 10
 \end{aligned}$$

Si se acepta como válida la recta Y/X, ¿entre qué valores puede variar el parámetro b', de la recta X/Y?

- 5.3 Las notas en Estadística (X) y en Matemáticas (Y) obtenidas por 10 alumnos elegidos al azar en un grupo de primer curso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales han sido las siguientes, según el orden de selección de la muestra:

Nº orden	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
<b>Xi (est)</b>	9	7	3	6	7	5	10	8	2	5
<b>Yi (mat)</b>	8	5	4	2	9	6	10	9	1	5

- Represente la nube de puntos correspondiente a esta distribución. ¿Qué hipótesis puede hacerse a la vista de esta representación?
  - Estime los parámetros de la recta de regresión de Y/X. Interprete los coeficientes calculados.
  - Estime los parámetros de la recta de regresión de X/Y. Interprete los coeficientes calculados, y compare ambas rectas.
  - Represente las dos rectas de regresión junto a la nube de puntos.
  - ¿Es bueno el ajuste de la recta de Y/X a la nube de puntos? ¿Y el de la recta de X/Y?
  - Calcule la varianza residual en la regresión Y/X. ¿Coincidirá con la varianza residual en la regresión X/Y? . Compruébelo.
  - Para un alumno que haya obtenido un 7 en Matemáticas ¿qué nota le pronosticaría en Estadística?
  - Para un alumno que haya obtenido un 4 en Estadística ¿qué nota le pronosticaría en Matemáticas?
- 5.4 El coeficiente de correlación entre dos variables X e Y es 0,6. Sabiendo además

VARIABLE	MEDIA	DESV. TIPICA
X	10	1,5
Y	20	2

- Halle las rectas de regresión Y/X y de X/Y e interprete los resultados obtenidos.
- Calcule la varianza residual para las dos regresiones anteriores.

- 5.5 En el último año se ha registrado en un hipermercado las cantidades vendidas de un artículo y el precio del mismo, en euros. Aleatoriamente se seleccionan los datos de 10 días, mostrados en la siguiente tabla.

<b>X (precio)</b>	10,7	10,55	10,5	10,44	10,43	10,4	10,37	10,34	10,31	10,3
<b>Y (ventas)</b>	18	26	30	33	38	39	42	44	46	49

- Represente la nube de puntos correspondiente. Tomaremos como eje x, el precio.
  - A la vista de esta nube de puntos y todavía sin hacer cálculos precisos, ¿qué hipótesis puede hacer sobre la relación entre las variables precio y cantidad de este artículo?
  - Calcule el coeficiente de correlación lineal entre precios y cantidades, e interprete el valor hallado.
  - Obtenga la recta de regresión que explique la cantidad vendida en función del precio del artículo.
  - ¿Qué previsión de ventas habrá para un precio de 10,6 €? ¿Qué grado de fiabilidad tendrá esta predicción?
  - Dada la bondad del ajuste realizado, ¿puede graficar esquemáticamente las rectas Y/X y X/Y?
  - Obtenga la recta de regresión X/Y y represéntela junto a la recta de regresión Y/X y la nube de puntos.
  - Si deseamos obtener unas ventas de 55, ¿qué precio debemos establecer para el artículo? ¿Qué recta ha utilizado para establecer esta previsión?
- 5.6 La clasificación final de la liga ACB en la temporada 2012-2013, donde viene los partidos jugados (J), los ganados (G), los perdidos (P), los puntos a favor (PF) y los puntos en contra (PC).

Clasificación Liga Endesa 2012-13					Jornada 34	
Pos	Equipo	J	G	P	P.F.	P.C.
1	Real Madrid	34	30	4	2.985	2.563
2	Laboral Kutxa	34	25	9	2.815	2.695
3	FC Barcelona Regal	34	23	11	2.693	2.436
4	Valencia Basket	34	22	12	2.764	2.579
5	CAI Zaragoza	34	21	13	2.692	2.460
6	Uxue Bilbao Basket	34	19	15	2.762	2.665
7	Herbalife Gran Canaria	34	19	15	2.491	2.416
8	Blusens Monbus	34	18	16	2.556	2.507
9	Unicaja	34	18	16	2.481	2.475
10	CB Canarias	34	17	17	2.746	2.806
11	FIATC Joventut	34	16	18	2.653	2.738
12	Asefa Estudiantes	34	15	19	2.712	2.704
13	UCAM Murcia CB	34	13	21	2.691	2.888
14	Mad-Croc Fuenlabrada	34	12	22	2.530	2.695
15	Cajasol	34	12	22	2.448	2.606
16	Blancos de Rueda Valladolid	34	12	22	2.644	2.838
17	Lagun Aro GBC	34	8	26	2.492	2.750
18	La Bruixa d'Or	34	6	28	2.574	2.908

Fuente: [www.altaspulsaciones.com](http://www.altaspulsaciones.com)

- ¿En qué grado marcar más puntos, implica ganar más partidos?
- ¿Existe una correlación entre los partidos ganados y perdidos? ¿Cuál es la varianza residual?
- ¿Qué es más determinante para ganar partidos, tener más puntos a favor, o menos en contra?

5.7 En una distribución bidimensional  $(X, Y)$  se ha ajustado una regresión lineal entre las dos variables. Se sabe que  $r = 0,8$ ,  $S_x = 4$ ,  $\bar{Y} = 2$  y que la recta de regresión de  $X$  sobre  $Y$  ajustada es  $X = \frac{1}{4} Y$ . Se pide:

- Calcular los valores de  $S_{xy}$ ,  $S_y^2$  y  $\bar{X}$ .
- Calcular la recta de regresión de  $Y$  sobre  $X$ .
- Calcular la varianza residual en la regresión de  $X$  sobre  $Y$ .

5.8 Dados los siguientes datos sobre las variables  $X$  e  $Y$ , donde  $X = \text{PIB per cápita}$  (en miles de dólares) e  $Y = \text{Tasa natural de crecimiento demográfico}$ , referidos a 162 países de todo el mundo.

$$\begin{array}{ll}
 \sum y = 2.886,4 & \sum y^2 = 172.291,2 \\
 \sum x = 978,9 & \sum x^2 = 17.569,9 \\
 \sum xy = 8.938,4 &
 \end{array}$$

- Obtenga la recta de regresión que explique la tasa natural de crecimiento en función de la renta del país.
- Interprete los coeficientes de la recta estimada.
- Obtenga una medida de la bondad del ajuste y califique si éste es bueno.
- Para dentro de 10 años se estima que la tasa de crecimiento demográfico descenderá en 3 puntos y que el PIB pc crecerá en un 15% ¿Cómo será la recta de regresión bajo ambas hipótesis? ¿Mejorará el ajuste entre las dos variables?

5.9 Sabemos que las rectas de regresión de  $X/Y$  y de  $Y/X$  son las siguientes:

$$\begin{array}{l}
 Y/X: Y = 3 + 2 X \\
 X/Y: X = 2 + 0,3 Y
 \end{array}$$

Conociendo además que  $S_{XY} = 3,2$ . Obtenga la varianza residual de la regresión de  $Y/X$  y la varianza residual de la regresión de  $X/Y$ .

5.10 Sabiendo que para una distribución bidimensional  $(X, Y; n_{ij})$ :

$$r = 0,7 \quad S_x = 1,2 \quad \bar{Y} = 4 \quad X/Y: X = 0,6 + 0,44 Y$$

Obtenga:

- La media de  $X$ .
- La recta de regresión de  $Y/X$ .
- Varianza de  $Y$ .
- La covarianza de ambas variables.

5.11 ¿Cuáles de los siguientes pares de posibles rectas de regresión de  $Y/X$  y de  $X/Y$  realmente pueden serlo? Razone la respuesta.

- $Y = 3 + 4 X$  siendo  $X = 2 + Y$
- $Y = 3 + 2 X$  siendo  $X = 2 - 0,3 Y$
- $Y = 3 + 2 X$  siendo  $X = 2 + 0,2 Y$

**5.12** Sean las siguientes ecuaciones las rectas de regresión de una variable bidimensional (Y,X;n<sub>ij</sub>).

$$X-2Y = 3$$

$$X-4y = 2$$

- ¿Cuál de estas rectas corresponde a la regresión de Y/X y cuál a la regresión de X/Y?
- Calcule las medias aritméticas de Y y de X.
- ¿Cuánto vale el coeficiente de correlación lineal?

**5.13** De una distribución bidimensional (X<sub>i</sub>, Y<sub>j</sub>, n<sub>ij</sub>) sabemos que  $\bar{x} = 10$  y  $S_{xy} = 10$ . Ambas rectas de regresión pasan por el punto (0,0). ¿Cuál es el grado de bondad del ajuste?

**5.14** A partir de un conjunto de datos sobre las variables X e Y se ha calculado la regresión de Y sobre X, obteniéndose los siguientes resultados:

$$Y = 10 + 0,45 X \qquad r^2 = 0,9 \qquad \bar{X} = 20$$

Calcule los parámetros de la regresión de X sobre Y.

**5.15** Compruebe si son coherentes los resultados obtenidos al ajustar la recta de regresión:

$$\text{a) } Y = a + b X, \Rightarrow S_{xy} = 20 \quad S_x^2 = 10 \quad \bar{Y} = 8 \quad \bar{X} = 4 \quad a = 3$$

$$\text{b) } Y = a + b X, \Rightarrow S_y^2 = 4 \quad S_{xy} = 4 \quad S_{ry}^2 = 0,4 \quad S_x^2 = 5$$

**5.16** Una de las medidas barajadas ante la situación de crisis actual consiste en rebajar el tipo impositivo del IRPF (impuesto sobre la renta de las personas físicas) con el propósito de conseguir un aumento del consumo y, por ende, una reactivación de la economía. Para probar la eficacia de la medida ésta se aplica de forma experimental a un grupo de ciudadanos, recogiendo información sobre la variación experimentada en su consumo a raíz de variar el tipo impositivo del IRPF. La variación en el consumo (Y) se ha expresado en cientos de euros, mientras que la variación en el tipo impositivo (X) se ha expresado en porcentaje. A partir de los datos se han obtenido los siguientes momentos respecto al origen:

	X	Y
$a_1 = \frac{\sum x}{N}$	-1,03	13,3
$a_2 = \frac{\sum x^2}{N}$	1,343	219,5
$a_{11} = \frac{\sum xy}{N}$	-16,84	

- Con la información suministrada, ¿cree que la medida va a tener los efectos deseados? Justifique su respuesta.
- ¿Cuál sería la bondad del ajuste de la regresión lineal de Y sobre X? Interprete el resultado obtenido.
- Obtenga el coeficiente de correlación lineal e interprételo.
- Suponga que otro economista ha realizado una regresión lineal de Y sobre X en la que la variable Y se ha expresado en euros mientras que la variable X se ha expresado en tanto por uno. ¿Cómo variarían los valores de los coeficientes de la recta obtenida con estas nuevas unidades de medida?

5.17 Demuestre que la suma de los errores resultantes de un modelo de regresión lineal simple, ajustado por mínimos cuadrados es igual a cero.

5.18 Si usted prestara dinero, ¿que considera que tiene más riesgo? ¿prestarlo a 1 semana o a 12 meses? En los préstamos, el riesgo se repercute a través del tipo de interés que hay que pagar. La web [www.bsmarket.com](http://www.bsmarket.com) publica el tipo de interés que se pagan los bancos unos a otros cuando se prestan dinero (en euros) a través del mercado interbancario.

### Euribor 1 semana

0,098 % +1,031%

11:03 6 Septiembre 13



Historico:

6 Septiembre 2013	↑	0,098 %
5 Septiembre 2013	→	0,097 %
4 Septiembre 2013	→	0,097 %
3 Septiembre 2013	→	0,097 %
2 Septiembre 2013	↓	0,097 %

[Historico de tipos](#)

Nombre	Tipo medio	Fecha	Nombre	Tipo medio	Fecha
<a href="#">Euribor 1 semana</a>	0,098 %	6/09/13	<a href="#">Euribor 6 Meses</a>	0,344 %	6/09/13
<a href="#">Euribor 2 semanas</a>	0,107 %	6/09/13	<a href="#">Euribor 7 Meses</a>	0,378 %	6/09/13
<a href="#">Euribor 3 semanas</a>	0,115 %	6/09/13	<a href="#">Euribor 8 Meses</a>	0,413 %	6/09/13
<a href="#">Euribor 1 Mes</a>	0,129 %	6/09/13	<a href="#">Euribor 9 Meses</a>	0,456 %	6/09/13
<a href="#">Euribor 2 Meses</a>	0,175 %	6/09/13	<a href="#">Euribor 10 Meses</a>	0,490 %	6/09/13
<a href="#">Euribor 3 Meses</a>	0,225 %	6/09/13	<a href="#">Euribor 11 Meses</a>	0,522 %	6/09/13
<a href="#">Euribor 4 Meses</a>	0,259 %	6/09/13	<a href="#">Euribor 12 meses</a>	0,551 %	6/09/13
<a href="#">Euribor 5 Meses</a>	0,297 %	6/09/13			

Fuente: SIX Telekurs

- Observando los tipos del Euribor y el plazo, ¿qué proporción del riesgo no es debido al plazo al que se presta?
- ¿Qué tipo de interés debería tener un préstamo en euros a 24 meses?
- Si un banco paga un 0,30% de interés, ¿a qué plazo lo ha pedido?

<b>Tema 6</b>	<b>Estadística Descriptiva</b>
<b>Números índices</b>	

- 6.1 Una empresa estudia la evolución en los últimos 5 años de los precios (en €) de tres componentes (A, B, C) necesarios para construir una pieza de recambio.

año	A	B	C
1	3,0	4,0	1,0
2	4,0	6,0	1,5
3	5,0	6,5	2,0
4	4,5	7,0	2,5
5	7,0	4,0	3,0

- a) Calcule un índice simple para estudiar la evolución del precio de los componentes A, B y C tomando como periodo de referencia el año 1. Interprete el valor de los números índices calculados
- b) Calcule un índice complejo de la evolución del precio de la pieza, utilizando una media aritmética de índices simples y tomando como referencia el año 1.
- c) Suponiendo que en cada pieza van 5 unidades del componente A, 10 del B y 15 del C, calcule la serie de índices de precios para la pieza de recambio tomando como referencia el periodo 1 y usando una media aritmética ponderada de los índices simples.
- d) Analice cómo varían los resultados y cuál es el incremento medio anual de precios a partir del índice complejo media aritmética ponderada.

- 6.2 El consumo en combustible de una empresa (en miles de litros) y los índices de precios del combustible en seis años han sido:

año	Consumo (miles litros)	Índice (base 2009=100%)
2006	60	91%
2007	70	93%
2008	75	95%
2009	78	100%
2010	80	114%
2011	85	120%

Sabiendo que el precio del combustible fue de 1,5 €/litro en el año 2011, calcule el gasto en combustible de la empresa en cada año.

- 6.3 A continuación tenemos los precios y cantidades vendidas de los tres productos que fabrica una determinada empresa, durante los tres últimos años:

t	P <sub>A</sub>	P <sub>B</sub>	P <sub>C</sub>	Q <sub>A</sub>	Q <sub>B</sub>	Q <sub>C</sub>
0	4	10	15	2	2	3
1	6	11	20	5	1	3
2	5	12	25	4	1	2

- a) Obtenga los índices de precios y de cantidades de Paasche, de Laspeyres y de Fisher para estos tres períodos considerando como base el periodo 0.
- b) Obtenga los índices de valor.

- 6.4 Un grupo de estudiantes decide analizar la evolución de los precios de tres artículos que consumen en sus tiempos de ocio: discoteca, cine y conciertos. Para ello recogen a lo largo de dos años el precio de las entradas ( $P_i$ ) y el número de veces que asisten a lo largo de un año ( $Q_i$ ). Los resultados aparecen en la siguiente tabla:

Año	discoteca		cine		conciertos	
	$P_i$ (€)	$Q_i$	$P_i$	$Q_i$	$P_i$	$Q_i$
2010	12	25	5	70	30	10
2011	15	30	6	80	40	25

Obtenga los índices de precios y cantidades de Laspeyres, Paasche y Fisher tomando como base el año 2010. Comente los resultados obtenidos.

- 6.5 Antonio alquiló un local el 1 de enero de 2010 por 3.000 euros mensuales, impuestos no incluidos. La revisión del alquiler se efectúa según los valores del IPC. Dispone de una tabla con información sobre el IPC de cada año (base 2005=100%).

Mes de enero	2010	2011	2012
IPC %	128,712	133,413	138,34

- Antonio quiere saber cuál será la renta que tendrá que pagar en 2013 si la previsión del IPC para enero de 2013 es un incremento del 1,8% sobre el mes de enero del año 2012.
- Calcule las tasas de variación del alquiler respecto a 2005.
- Calcule las tasas de variación interanuales del alquiler.
- Calcule la tasa media de variación del alquiler en el periodo 2010-13.

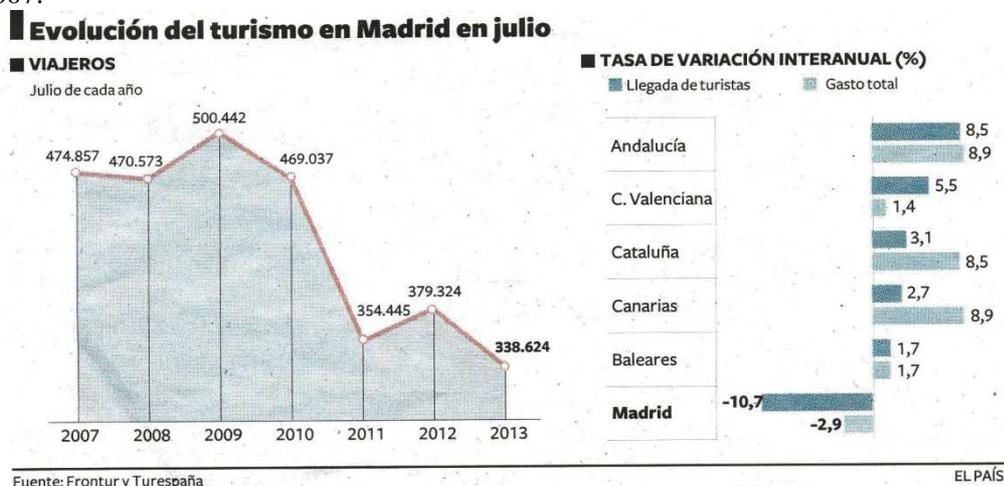
- 6.6 Se conoce la información sobre la evolución de los precios de los bienes y servicios consumidos por un estudiante. Rellene el siguiente cuadro con las cantidades correspondientes

AÑO	Índ. General	Índ. cafetería	Índ. transporte	Índ. ocio	Índ. otros
2010		149%	157%	133%	142%
2011		160%	165%	143%	
Ponderación	100%	15%	35%		20%
Tasa variación interanual					4,2%

- 6.7 En la elaboración de un índice de precios, en un determinado período se decide cambiar la base cortándose la serie en dicho período. Enlace las dos series de manera que se obtenga una serie completa con base 100% en 2008.

Año	Índice base 100% = 2005	Índice base 100% = 2008
2005	100%	
2006	120%	
2007	150%	
2008	180%	100%
2009		110%
2010		133%
2011		150%

- 6.8 El diario *El País* publicaba el 1/9/2013 cómo había evolucionado el turismo en Madrid en julio, desde el año 2007.



- a) Construya la serie de números índice correspondiente, entre los años 2007 y 2013 (Índice de Viajeros), con base 2007 y con base 2013.
- b) Calcule las tasas de variación correspondientes a cada año.
- c) Calcule la tasa de variación media en el periodo 2007-2013.
- d) El descenso en términos de gasto total de los visitantes es menos acusado. Calcule el gasto total en julio de 2012 sabiendo que en julio de 2013 el gasto ascendió a 448 millones de euros.
- 6.9 En cierto país el salario medio por hora, en unidades monetarias corrientes, de los trabajadores de un determinado sector productivo y los Índices de Precios de Consumo a lo largo de seis años fueron:

Años	Salario/hora (€)	Índice de Precios (2000 = 100%)
2006	5,2	144%
2007	5,8	166%
2008	6,0	179%
2009	6,3	194%
2010	6,4	204%
2011	8,4	209%

- a) Exprese el salario en unidades monetarias constantes del año 2006.
- b) ¿Cuáles fueron las tasas de variación interanual del salario en términos corrientes durante estos años?
- c) ¿Cuáles fueron las tasas de variación interanual del salario en términos reales durante estos años?
- d) Calcule la tasa de variación media anual de los salarios en el periodo 2006-11, en términos nominales y reales.

- 6.10** Las cantidades aportadas anualmente a un plan de pensiones por una persona durante seis años, y los correspondientes valores del IPC fueron los siguientes:

Año	IPC (2003 = 100%)	Pagos (€)
2006	121,561	500
2007	123,791	900
2008	126,651	1.200
2009	131,000	1.450
2010	135,702	1.500
2011	140,450	1.670

La empresa desea saber cuál es la valoración, en euros de 2010, de la suma total de pagos efectuados en el periodo 2006-2011.

- 6.11** Dados los siguientes datos referidos a los años 2001 y 2011:

Índice de cantidad de Paasche:  $Q_P^{11_{01}} = 140\%$

Índice de cantidad de Laspeyres:  $Q_L^{11_{01}} = 135\%$

Índice de precios de Laspeyres:  $P_L^{11_{01}} = 180\%$

Valor de la producción del año 2001 a precios de ese año:  $Y_{01} = 200$  millones de euros.

Calcúlese:

- El índice de precios de Fisher de 2011 con base 100% en 2001.
- El valor de la producción de 2011 a precios de dicho año.
- El valor de la producción de 2011 a precios de 2001.
- El incremento medio anual de la producción habido en el período 2001 - 2011.

- 6.12** De un sistema de índices de cotización de bolsa, con base 100% en 2005, se tiene la siguiente información estadística relativa a la cotización de las 5 compañías en que ha invertido el Sr. Peláez. La ponderación informa del reparto de la cartera de inversión del Sr. Peláez.

Cía.	Ponderación %	Índices simples 2009	Índices simples 2010	Índices simples 2011
a	50%	110%	112%	120%
b	14%	105%	105%	110%
c	9%	108%	110%	114%
d	10%	104%	108%	110%
e	17%	106%	107%	110%

Calcúlense:

- Los índices de cotización de la cartera de inversión del Sr. Peláez para los años 2009, 2010 y 2011.
- ¿Qué tasas de variación anual (en porcentaje) se han producido en la cotización de la cartera de inversión en los años 2010 y 2011?

- 6.13** El conjunto de bienes de consumo se ha clasificado en tres grupos. Los precios y cantidades de cada grupo son los siguientes:

	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3	
Año	P <sub>1</sub>	Q <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Q <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	Q <sub>3</sub>
2008	3	5	7	3	8	4
2009	4	7	9	8	10	10
2010	5	8	6	4	8	8
2011	6	5	7	7	10	10

Calcule:

- Los índices de precios de Paasche, con base en el año 2008.
- Dados los siguientes salarios monetarios:
  - Año 2008: 120 u.m.
  - Año 2009: 140 u.m.
  - Año 2010: 180 u.m.
  - Año 2011: 200 u.m.
 Exprese dichos salarios en unidades monetarias del año 2008.
- Exprese dichos salarios en unidades monetarias del año 2010.
- Calcule las tasas medias de variación del salario en términos corrientes y en términos constantes.

- 6.14** Una persona invirtió 6.000 euros en acciones de Telefónica en 2008. Los índices de cotización de Telefónica y de un Índice general de precios en los años siguientes fueron:

Año	Índice cotizaciones (base 2008 = 100%)	Índice Precios (base 2004 = 100%)
2008	100,00%	126,651%
2009	95,312%	131,000%
2010	83,254%	135,702%
2011	75,584%	140,450%

¿Cuál es el valor de su inversión a final de 2011 a precios corrientes? ¿Y a precios constantes de 2008?

- 6.15** Una empresa de alquiler de coches ha obtenido los siguientes beneficios netos en miles de euros corrientes en los últimos años. El Índice de Precios del subsector ha seguido la evolución que también se refleja en la siguiente tabla:

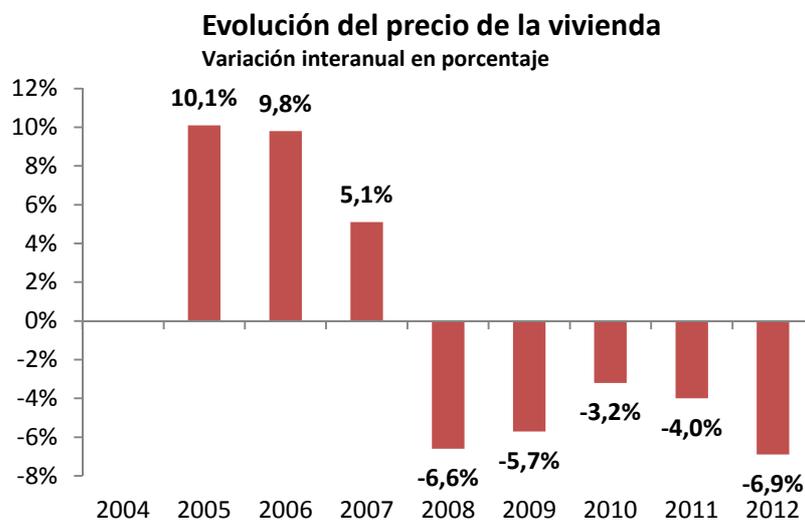
Años	Beneficios Netos (10 <sup>3</sup> euros)	Índice de Precios (2007 = 100%)
2006	72,4	97%
2007	78,7	100%
2008	80,0	104%
2009	83,1	110%
2010	84,9	112%
2011	94,3	119%

- Calcule los Beneficios Netos en miles de euros, a precios constantes de 2009.
- Calcule las tasas de variación interanuales de los beneficios netos, en miles de euros corrientes y constantes.

- c) Calcule la tasa media de variación anual habida en el periodo 2006-11, en términos corrientes y constantes.
- d) Construya la serie de Números Índice para los Beneficios de la Empresa con base 100 en 2006.

**6.16** El PIB per cápita del país A era en el año 2008 de 30.000 € mientras que el PIB per cápita del país B era de 32.000 €. Si el PIB per cápita del país A crece a una tasa media anual acumulativa del 2,6% y el del país B lo hace al 2%, ¿cuántos años serán necesarios para que ambos países tengan el mismo PIB per cápita? ¿A qué tasa media anual acumulativa tendría que haber crecido el PIB per cápita del país A para alcanzar al país B en 6 años?

**6.17** La web [www.idealista.com](http://www.idealista.com) publica periódicamente la evolución del precio de la vivienda. El gráfico refleja las variaciones interanuales, a diciembre de cada año, entre los años 2005 y 2012.



Fuente: [www.idealista.com](http://www.idealista.com)

- a) Con los datos disponibles, ¿podemos calcular la subida acumulada del precio hasta 2012 desde 2004, o tan sólo desde 2005?
- b) ¿Cuál es la subida acumulada hasta 2012?
- c) ¿Cuál es la subida media?

<b>Tema 7</b>	<b>Estadística Descriptiva</b>
<b>Series temporales</b>	

7.1 La siguiente serie temporal expresa la evolución de los gastos en medicamentos en cientos de millones.

trimestre	2009	2010	2011
1	5	6	6
2	6	7	4
3	5	6	6
4	4	5	7

Obtenga la tendencia de dicha serie mediante:

- a) el ajuste de una recta a los valores de la variable
- b) el método de las medias móviles.

7.2 Calcule las predicciones trimestrales de la importación de componentes electrónicos (en millones de euros) para el año 2012 suponiendo un esquema de agregación multiplicativo. Los IVEs calculados a partir de los datos disponibles para el periodo 2009-2011 son los siguientes:

$$IVE_1 = 1,01; \quad IVE_2 = 1,03; \quad IVE_3 = 1,03; \quad IVE_4 = 0,93$$

Por otro lado, el componente Ciclo-Tendencia determinado por el método de ajuste de una recta a los valores de la serie se ajusta a la regresión:  $CT_t = 2,2 + 0,5 t$

*Nota: se ha dispuesto de los datos trimestrales desde 2009.1 hasta 2011.4*

7.3 Se conocen los datos de la serie trimestral de paro de un determinado país desde 2007 a 2011. Suponiendo que sus componentes se agregan según un esquema multiplicativo y sabiendo que:

- $IVE_1 = 99,479\%$      $IVE_3 = 100,39\%$      $IVE_4 = 101,89\%$
- el coeficiente **b** de la recta de regresión que explica los datos de parados en función del tiempo vale 47,06 y el coeficiente **a** vale 93,45 ( $t=1, 2, \dots$ ):

Prediga el valor de la serie para los dos primeros trimestres de 2012.

7.4 Dada la siguiente serie temporal:

Trimestre	2009	2010	2011
1º	2,0	2,2	2,2
2º	3,1	3,0	3,5
3º	2,6	2,8	4,3
4º	1,8	2,0	2,1

Se pide:

- a) Desestacionalizar la serie bajo la hipótesis de modelo multiplicativo.
- b) Realizar un análisis de los residuos utilizando como modelo de tendencia una recta ajustada a los valores de la serie y como índices de variación estacional los obtenidos en el apartado anterior.
- c) Predecir los valores trimestrales de la serie para el año 2012.

- 7.5 Analice la serie de coste laboral por hora efectiva (€), previa determinación gráfica del modelo agregativo (\*) que sigue la serie, y ofrezca una predicción para los dos primeros trimestres del año 2012.

Trimestre	2008	2009	2010	2011
1º	11,32	11,79	12,77	13,24
2º	12,24	12,74	13,03	14,12
3º	13,33	13,92	14,50	15,03
4º	13,34	14,02	14,60	15,09

(\*) Si no conoce la descomposición de una ST bajo un modelo aditivo, presuponga un modelo multiplicativo.

- 7.6 Las ventas de una cadena local de supermercados están reflejadas en la siguiente tabla de valores trimestrales:

Trimestre	2009	2010	2011
1º	1,9	2,1	2,3
2º	3,2	2,9	3,6
3º	2,5	2,6	4,1
4º	1,7	2,0	2,0

- a) Obtenga la componente estacional (índices de variación estacional) e interprete los resultados obtenidos.
- b) Graficar la serie original junto con la serie desestacionalizada.
- 7.7 Se dispone de información relativa a cinco años (desde enero de 2007 hasta diciembre de 2011) sobre las ventas mensuales (en miles de euros) de una determinada compañía. Con estos datos se ha realizado un análisis de series temporales obteniéndose un modelo de tendencia (mediante el ajuste de una recta a los valores de la serie) y un modelo de estacionalidad (obteniendo los IVEs a partir del método de la razón a la media móvil). Dichos modelos se muestran a continuación:

Modelo de tendencia:

$$T_t = 217,25 + 1,25 t \quad (\text{para } t = 1, 2, \dots, 60)$$

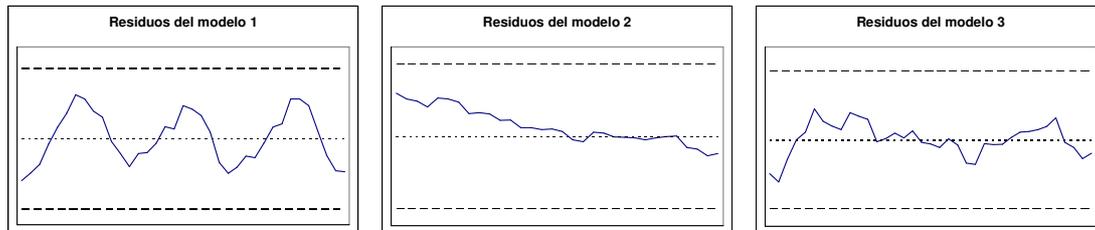
Modelo de estacionalidad:

$$\begin{array}{cccccc}
 IVE_{01} = 1,04 & IVE_{02} = 1,07 & IVE_{03} = 1,05 & IVE_{04} = 1,00 & IVE_{05} = 0,98 & IVE_{06} = 0,95 \\
 IVE_{07} = 0,90 & IVE_{08} = 0,93 & IVE_{09} = 0,95 & IVE_{10} = 1,02 & IVE_{11} = 1,03 & IVE_{12} = ?
 \end{array}$$

Se pide:

- a) Determine el valor del  $IVE_{12}$  e interprete el modelo de estacionalidad obtenido.
- b) Interprete el modelo de tendencia obtenido.
- c) Obtenga la predicción del valor de las ventas de los tres primeros meses de 2012.

- 7.8 Suponiendo un esquema de agregación multiplicativo se han planteado tres modelos diferentes para analizar una serie temporal. Los residuos obtenidos en cada uno de los modelos se representan a continuación junto con la media (banda central de cada gráfico) y el intervalo en torno a la media de  $\pm 3$  desviaciones típicas (bandas superior e inferior de cada gráfico). A la vista de los gráficos de residuos, ¿qué puede decir sobre cada uno de los modelos planteados?



- 7.9 Se dispone de la siguiente serie cuatrimestral de gasto en telefonía móvil de una empresa (miles de euros):

	2008	2009	2010	2011
<b>Cuatrimstre 1</b>	3,5	4,0	4,8	5,0
<b>Cuatrimstre 2</b>	4,0	4,8	5,2	6,0
<b>Cuatrimstre 3</b>	3,0	3,5	4,0	4,8

- Determinar la tendencia de la serie por el método de las medias móviles.
- Según el modelo de agregación que determine (\*), calcular e interpretar los IVEs correspondientes.
- Si el modelo de tendencia, habiéndose ajustado una recta es  $T_t = 3,27 + 0,17 t$ , siendo  $t = 1, 2, \dots$  ¿qué interpretación tiene el coeficiente  $b = 0,17$ ?
- ¿Cuál será la predicción de gasto en móvil para el primer cuatrimestre de 2012?

(\* Si no conoce la descomposición de una ST bajo un modelo aditivo, presuponga un modelo multiplicativo)