

Tema 1: Cinemática

Capítulo 2: Movimiento de proyectiles y Movimiento circular

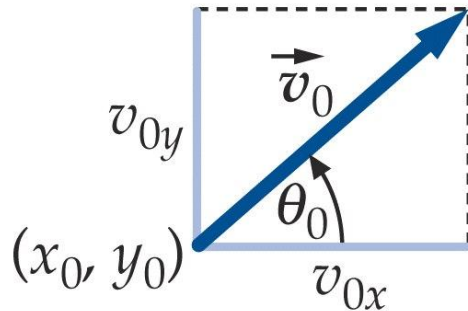
TEMA 1: CINEMÁTICA

- **Capítulo 2: Movimiento de proyectiles**
 - **Trayectoria**
 - **Tiempo de vuelo**
 - **Alcance (cota final)**
 - **Ejemplo de tiro parabólico**

Movimiento de proyectiles (1/2)

1. Composición de **rectilíneo uniforme** y **uniformemente acelerado** perpendiculares: **Tiro parabólico**

Consideremos el **lanzamiento de una partícula** con velocidad inicial V_0 y ángulo θ_0 :



$$v_{ox} = v_0 \cdot \cos \theta_0$$

$$v_{oy} = v_0 \cdot \text{sen} \theta_0$$

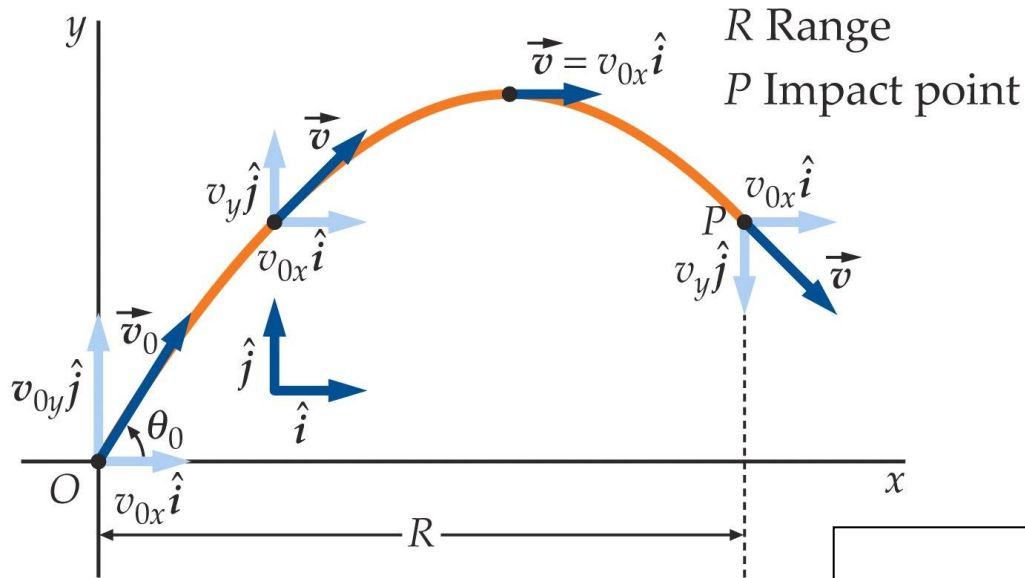
$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

$$v_x = v_{ox}$$

$$v_y = v_{oy} - gt$$

Movimiento de proyectiles (2/2)



$$x(t) = x_0 + v_{ox}t$$

$$y(t) = y_0 + v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2$$

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO DEL PROYECTIL

$$T = \frac{2v_o}{g} \text{sen } \theta_o$$

$$y(x) = (\text{tg } \theta_o) \cdot x - \frac{1}{2} \left(\frac{g}{2v_o^2 \cos^2 \theta_o} \right) x^2$$

TRAYECTORIA DE UN PROYECTIL

TIEMPO DE VUELO ($y(t)=0$)

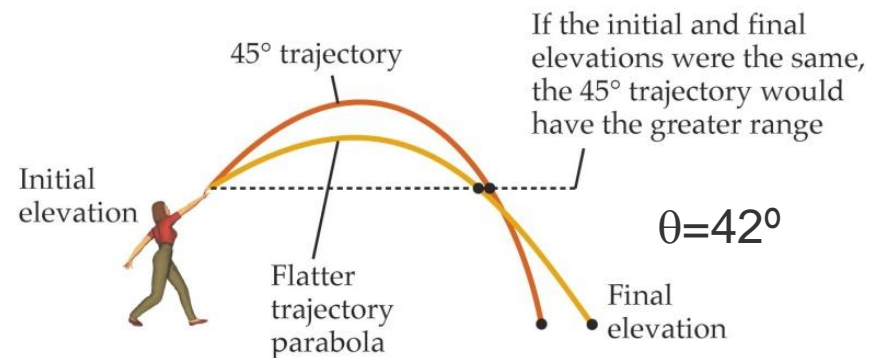
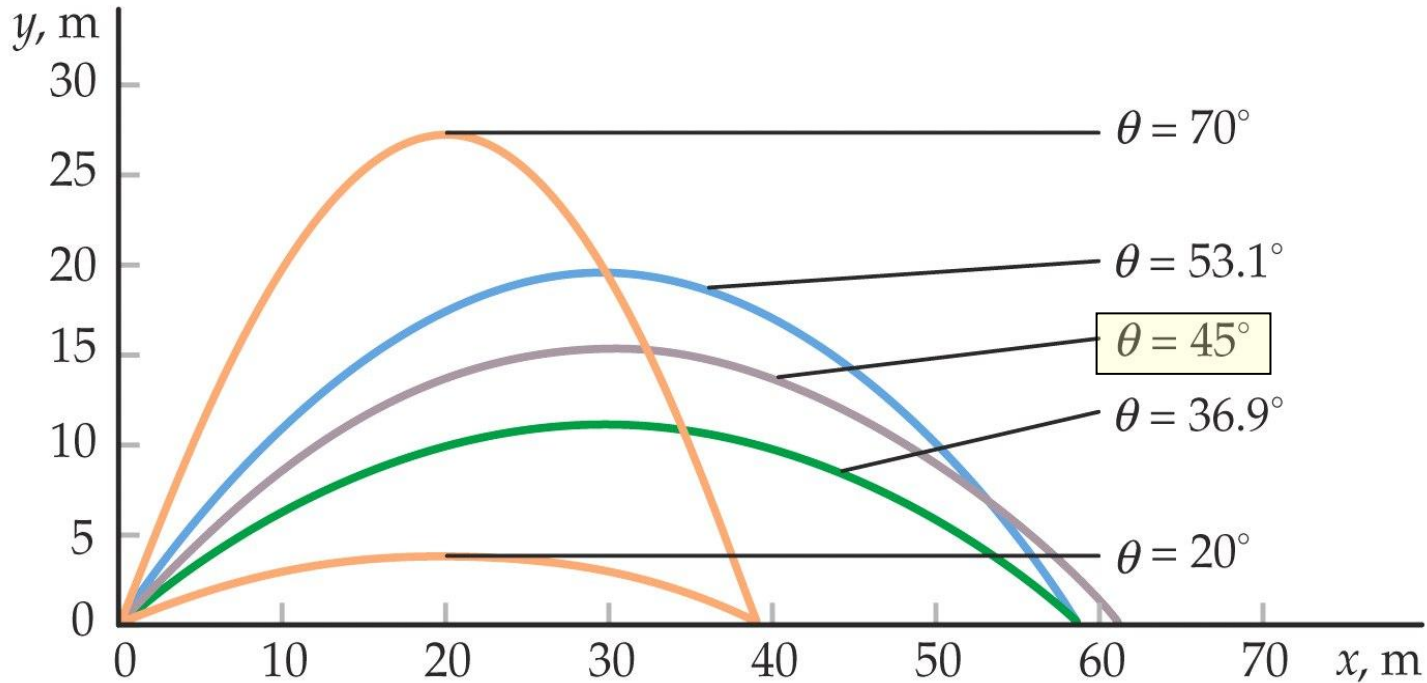
$$R = \frac{v_o^2}{g} \text{sen } 2\theta_o$$

ALCANCE PARA ELEVACIONES INICIAL Y FINAL
 IGUALES ($R = v_{ox} * T$)

$$h = \frac{v_o^2 \text{sen}^2 \theta_o}{g}$$

ALTURA MAXIMA ($v_{oy}=0$)

$$x = v_{ox}t = (v_o \cos \theta_o)t = (24.5 \text{ m/s} \cdot \cos 36.9^\circ \cdot 3.00 \text{ s}) = \boxed{58.8 \text{ m}}$$



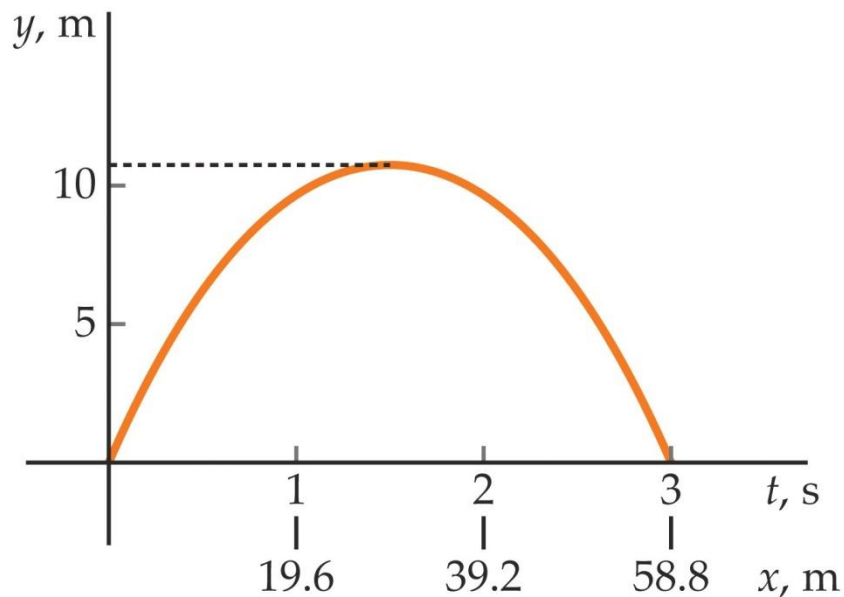
Resumen fórmulas tiro oblicuo ó parabólico

Eje horizontal, x Movimiento rectilíneo uniforme
$a=0$
$v=v_{ox}=\text{constante}$
$x=v_{ox}t$

Eje vertical, y Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado
$a=-g$
$v=v_{oy}-gt$
$y=v_{oy}t-gt^2/2$

EJEMPLO 3.8 (Tipler & Mosca)

Un estudiante de física lanza un birrete al aire con una velocidad inicial de 24.5 m/s , formando un ángulo de 36.9° con la horizontal. Posteriormente, otro estudiante lo coge. Determinar (a) el tiempo total que el birrete está en el aire y (b) la distancia total horizontal recorrida.

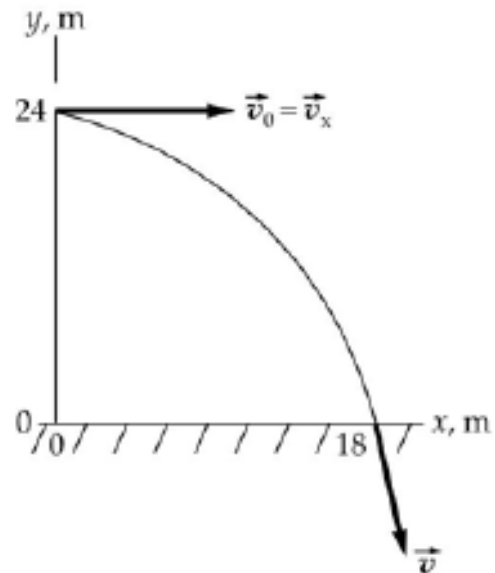


Problema propuesto: tiro parabólico

¿Cuál es la velocidad de despegue de una rana si su ángulo de salto es de 55° y su alcance es de 0.8 m?

Problema propuesto: tiro parabólico

Una piedra lanzada horizontalmente desde lo alto de una torre choca contra el suelo a una distancia de 18 m de su base. (a) Sabiendo que la altura de la torre es de 24 m, calcular la velocidad con que fue lanzada la piedra. (b) Calcular la velocidad de la piedra justo antes de que ésta golpee el suelo.

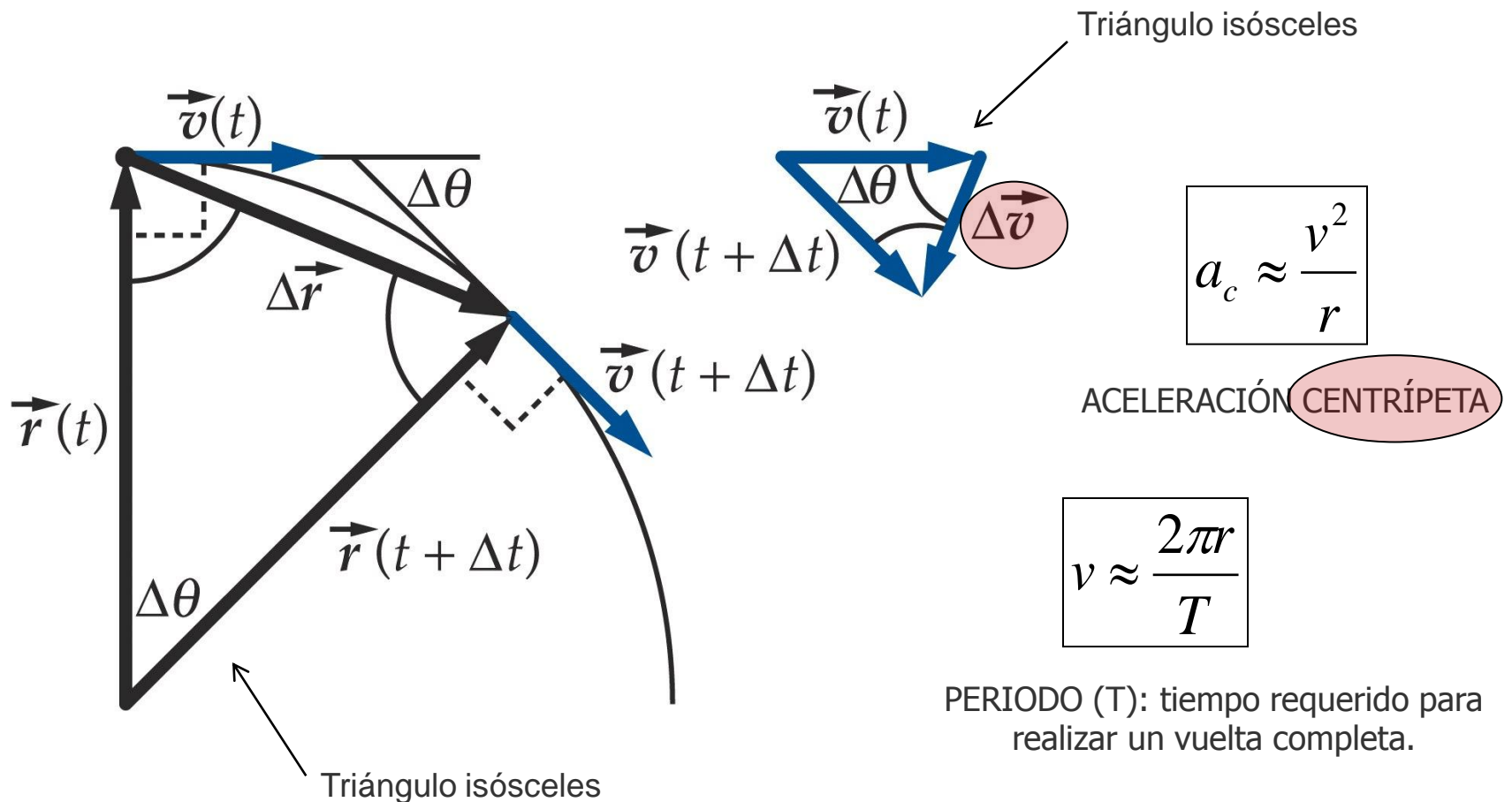


TEMA 1: CINEMÁTICA

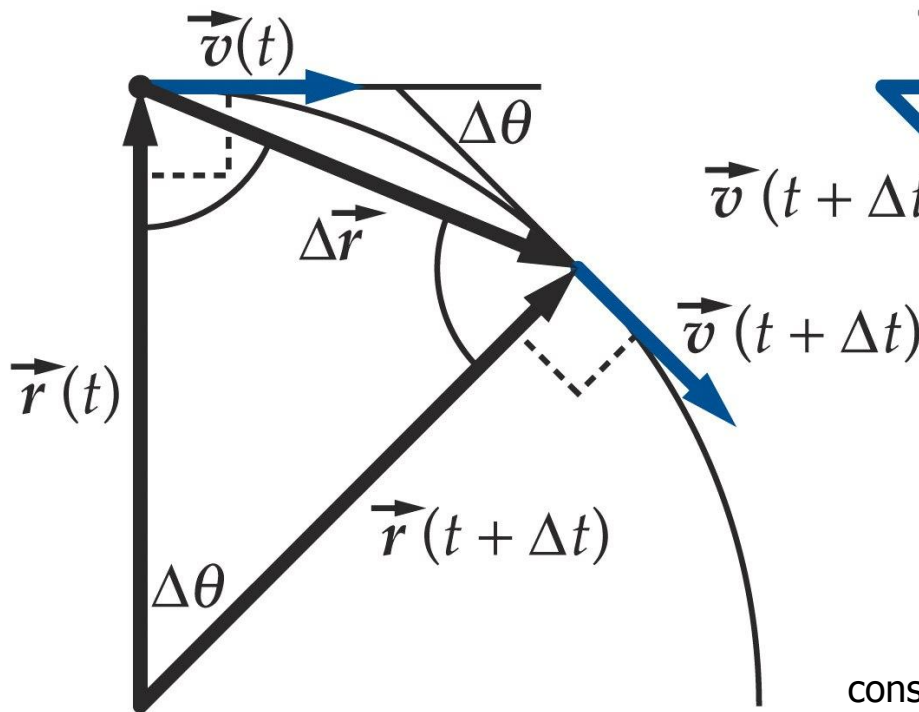
- **Capítulo 2: Movimiento circular**
 - **Movimiento circular**
 - **Componentes intrínsecas**
 - **Composición de movimientos**
 - **Cinemática del sólido**

Movimiento circular **uniforme**

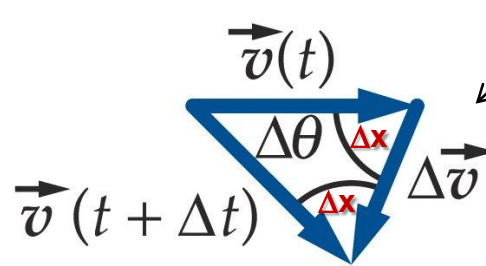
- El movimiento en un círculo a **velocidad escalar constante** se denomina **movimiento circular uniforme**.



- Por $\Delta\theta \rightarrow 0$ (Δt pequeño), Δv es \perp a la velocidad y Δv indica la **dirección centrípeta**.



Triángulo isósceles: los ángulos de la base son iguales y valen 90° por $\Delta\theta \rightarrow 0$.



$$\Delta\theta = 180 - 2 * \Delta x$$

$$\Delta x \rightarrow 90 \text{ cuando } \Delta\theta \rightarrow 0$$

Como los triángulos son semejantes:

$$\frac{|\Delta v|}{v} = \frac{|\Delta r|}{r}$$

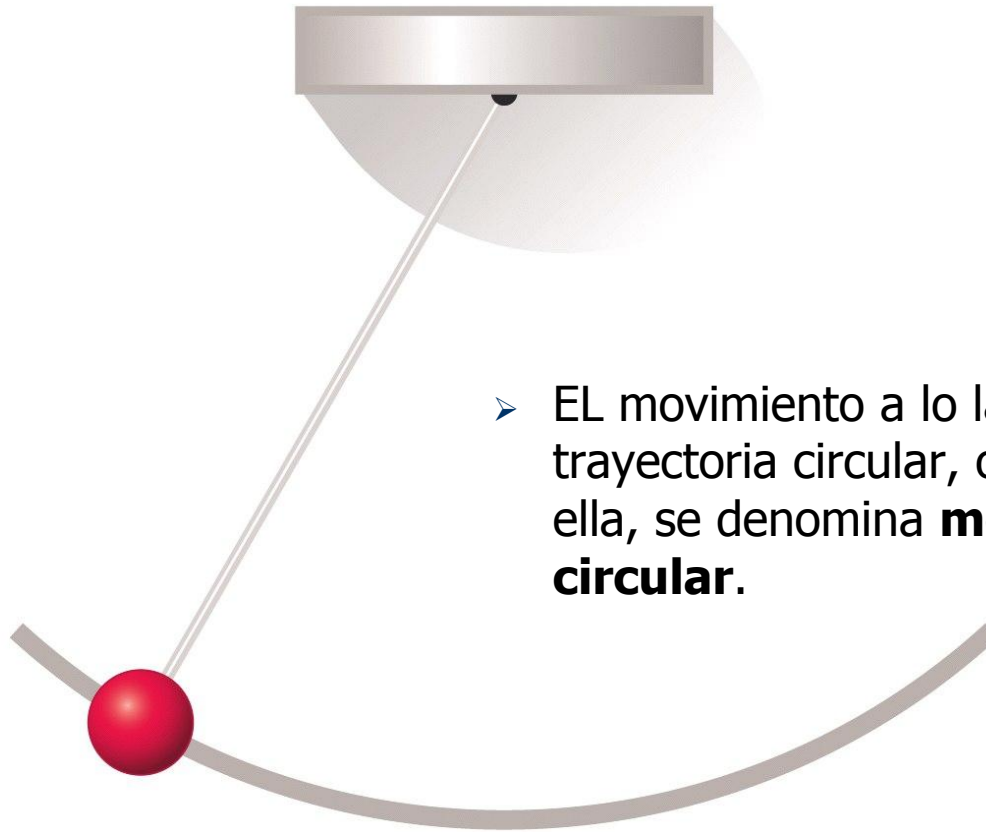
Dividimos por Δt y consideramos el límite cuando Δt es muy pequeño:

$$\frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{v|\Delta r|}{r\Delta t}$$

$$a_c \approx \frac{v^2}{r}$$

ACELERACIÓN CENTRÍPETA

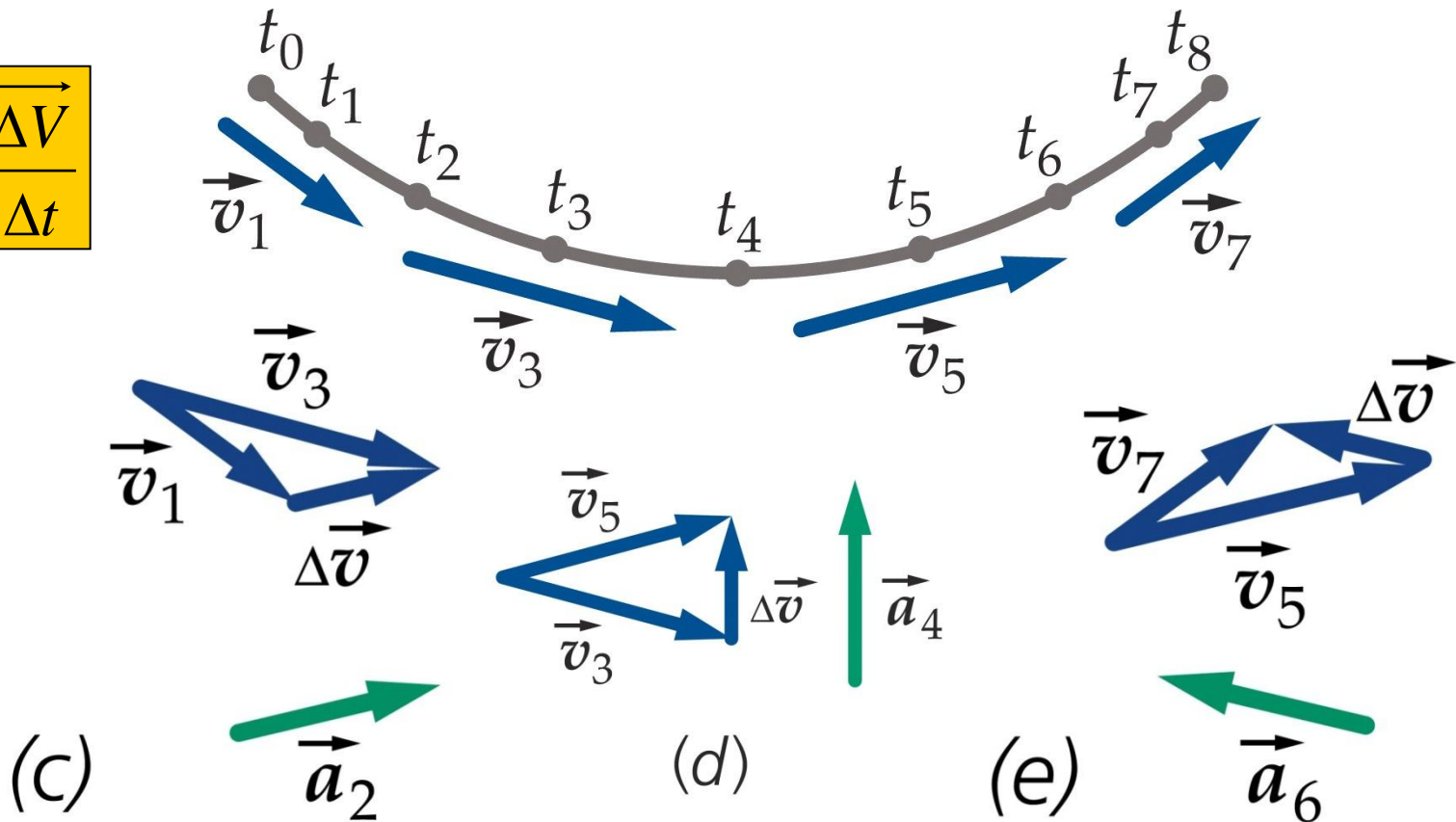
Movimiento circular con **velocidad variable**



- EL movimiento a lo largo de una trayectoria circular, o de una parte de ella, se denomina **movimiento circular**.

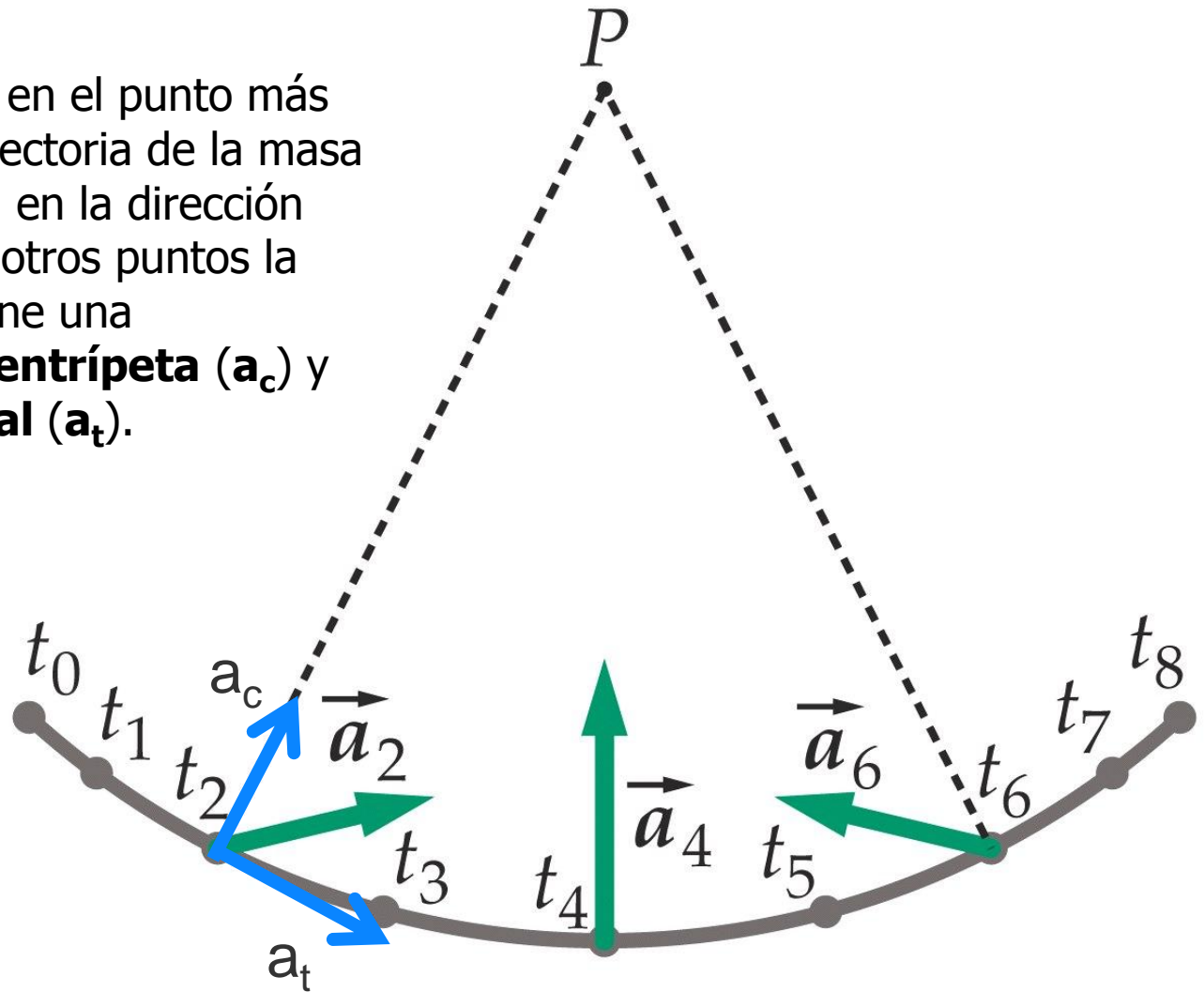
El péndulo que oscila: dirección del vector aceleración

$$\vec{a} \approx \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



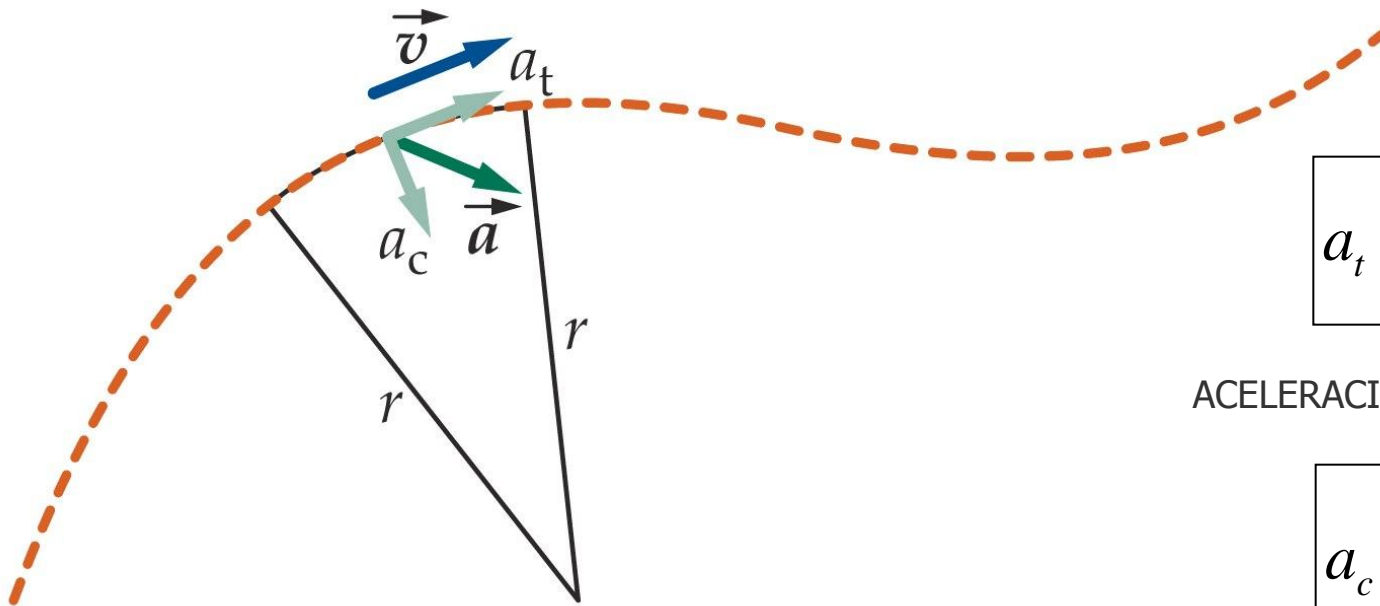
Aceleración centrípeta y tangencial

- La aceleración en el punto más bajo de la trayectoria de la masa del péndulo va en la dirección centrípeta. En otros puntos la aceleración tiene una componente **centrípeta** (\mathbf{a}_c) y una **tangencial** (\mathbf{a}_t).



Trayectoria curva

- Cuando una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria curva se considera que cada pequeño intervalo de tiempo se mueve siguiendo un **arco de circunferencia** distinto. El vector aceleración instantánea tiene una componente a_c dirigida hacia el centro de curvatura del arco y una componente tangencial a la curva (a_t).



$$a_t \approx \frac{dv}{dt}$$

ACELERACIÓN TANGENCIAL

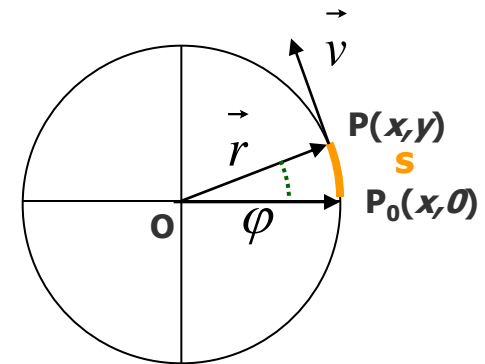
$$a_c \approx \frac{v^2}{r}$$

ACELERACIÓN CENTRÍPETA

Movimiento circular: *velocidad*

Trayectoria es una circunferencia

- Vector posición varía en dirección pero NO en módulo



- **Desplazamiento** (**s**) es la **longitud de arco recorrida**

$$s = \varphi \cdot r \quad \longrightarrow \quad \left| \vec{v} \right| = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt}$$

- Se define **velocidad angular** como la derivada con
- respecto al tiempo del ángulo descrito por el móvil

$$\boxed{\omega \equiv \frac{d\varphi}{dt}} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\left| \vec{v} \right| = \omega \cdot r}$$

✓ Unidad en el S.I.: *rad/s*

Movimiento circular: ***aceleración***

- Se define *aceleración tangencial* a la variación con el tiempo del módulo de la velocidad

$$a_T \equiv \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r$$

- Se define *aceleración angular* a la variación con el tiempo de la velocidad angular

$$\alpha \equiv \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad \longrightarrow \quad a_T = \alpha \cdot r$$

✓ Unidad en el S.I.: *rad/s²*

Circular: Ecuaciones movimiento

Movimiento circular uniforme ($\omega = \text{cte}$)

$$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$$

Movimiento circular uniformemente acelerado ($\alpha = \text{cte}$)

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$$

Ecuaciones del movimiento. **Resumen**

□ Movimiento Uniforme

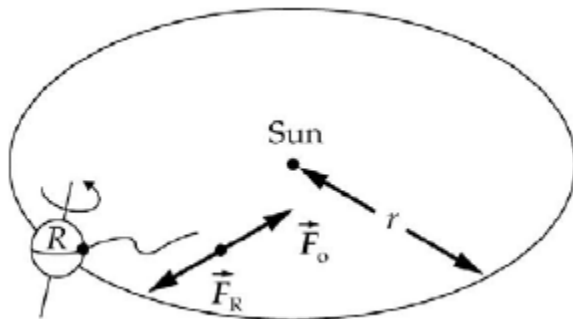
	Movimiento rectilíneo ($v=cte$)	Movimiento circular ($\omega=cte$)
Desplazamiento	$x = x_0 + v \cdot t$	$\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t$

□ Movimiento Uniformemente acelerado

	Movimiento rectilíneo	Movimiento circular
Velocidad	$v = v_0 + a \cdot t$	$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$
Desplazamiento	$x = x_0 + v \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$

Ejercicio propuesto

Un objeto situado en reposo en el ecuador experimenta una aceleración dirigida hacia el centro de la Tierra debido al movimiento rotacional de la Tierra alrededor de su eje y una aceleración dirigida hacia el Sol debida al movimiento orbital de la Tierra. Calcular los módulos de ambas aceleraciones y expresarlos como fracción de la aceleración de caída libre de los cuerpos g .



Radio Tierra: 6370 km

Periodo rotación Tierra: 24 h

Distancia Tierra-Sol: 1.5×10^{11} m

Periodo rotación Tierra-Sol: 365 días