FILTROS: CONCEPTOS Y ESPECIFICACIONES

- **Filtro eléctrico:** sistema (circuito) cuya función es modificar, deformar o manipular en general, el espectro en frecuencia de una señal de entrada (excitación) de acuerdo con unos determinados requerimientos (especificaciones).

⇒ Se emplean para atenuar o amplificar componentes de la entrada con frecuencias dentro de un determinado rango, o para rechazar o aislar componentes de frecuencia específicas.

⇒ Un filtro puede considerarse un sistema de transmisión de señales con la habilidad de dejar pasar ciertas frecuencias y de rechazar ciertas otras. En este sentido es posible definir:

a) **Banda (o bandas) pasante o banda de paso (passband o PB):** conjunto de frecuencias o rangos de frecuencias para las cuales el filtro deja pasar la entrada hasta la salida. Cualquier componente de la entrada cuya frecuencia pertenezca a dicho conjunto va a ser transmitida hacia la salida del filtro (no sin cierta modificación de la amplitud y de la fase).

b) **Banda (o bandas) de rechazo o banda rechazada (stopband o SB):** conjunto de frecuencias o rangos de frecuencias que el filtro no deja pasar. Cualquier componente de la entrada cuya frecuencia pertenezca a dicho conjunto va a ser rechazada.

c) **Banda (o bandas) de transición:** conjunto de frecuencias entre la banda de paso y la banda de rechazo.

⇒ Las **especificaciones** del filtro consistirán entonces en:

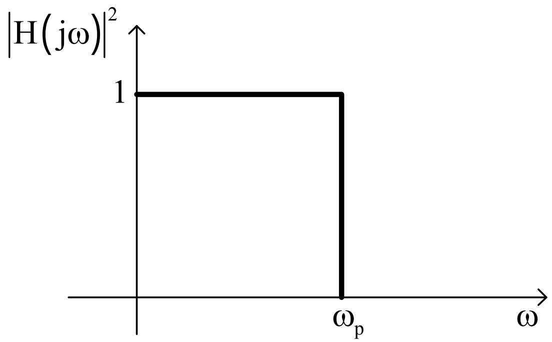
a) **Bordes de las bandas de paso y de rechazo:** frecuencias en las que teóricamente comienza o termina cada una de las bandas.

b) **Atenuaciones en cada una de las bandas:** tendremos una atenuación máxima permitida en la banda de paso y una atenuación mínima exigida en la banda de rechazo.

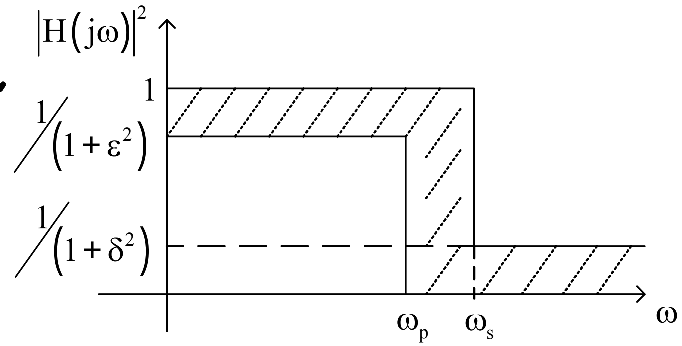
c) Otras características que pueden estar relacionadas con la forma de la función de transferencia, su magnitud, fase, el retraso de grupo, etc.

ESPECIFICACIONES FILTRO PASO DE BAJA (LP)

Filtro Paso de baja ideal: atenuación cero en la banda pasante, infinita en la de rechazo y transiciones verticales.



Filtro Paso de baja real con tolerancias en banda pasante (ε <1) y banda de rechazo (δ>1).

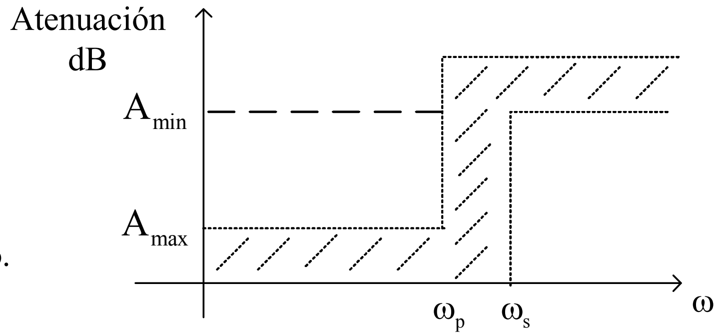


Una función de transferencia de segundo orden que implementa una característica paso de baja es:

$$H(s) = \frac{Kb}{s^2 + as + b} = \frac{K\omega_n^{\ 2}}{s^2 + \frac{\omega_n}{Q}s + \omega_n^{\ 2}} = \frac{K\omega_n^{\ 2}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^{\ 2}}$$

$Q \equiv$ Factor de calidad ; ξ=1/2Q $\equiv$ Factor de Amortiguamiento.

H(0) = K $\equiv$ Ganancia en DC ; $\omega_n \equiv$ Frecuencia Natural.

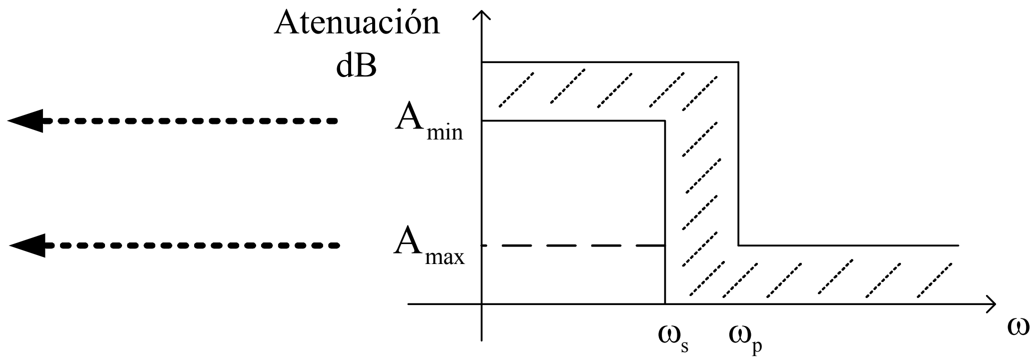


- La función básica de un filtro LP es pasar las frecuencias bajas con muy pocas pérdidas y atenuar las altas frecuencias.
- Debe pasar las señales en la banda de frec. entre DC y la frec. de corte ω_p (banda de paso), con una atenuación máxima de A_{max} dB. Las frecuencias por encima de ω_s (banda de rechazo) deben tener al menos A_{min} dB de atenuación. (ω_s = frecuencia límite de la banda de rechazo). La banda de frecuencias entre ω_p y ω_s se denomina banda de transición.
- Los parámetros ω_p , ω_s, A_{min} y A_{max} describen completamente las especificaciones del filtro LP.

ESPECIFICACIONES FILTRO PASO DE ALTA (HP)

Las pérdidas de la señal en cualquier lugar de la banda de paso son de hasta A_{max} dB

Las pérdidas de la señal en cualquier lugar de la banda de rechazo son como mínimo de A_{min} dB



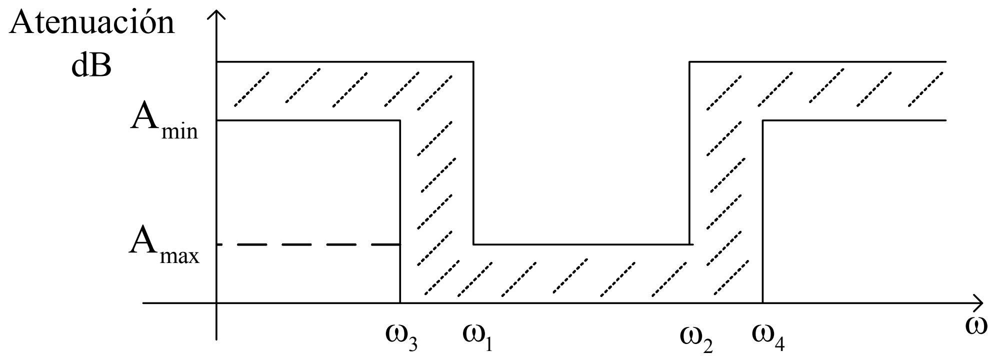
- Un filtro paso de alta pasa las frecuencias por encima de una frecuencia denominada frecuencia de corte ω_p.
- La banda de paso se extiende desde ω_p a ∞. La banda de rechazo desde 0 hasta ω_s
- Los parámetros ω_p , ω_s, A_{min} y A_{max} caracterizan completamente las especificaciones del filtro HP.
- Una función de transferencia de segundo orden con característica paso de alta es:

$$H(s) = \frac{Ks^2}{s^2 + as + b} = \frac{Ks^2}{s^2 + \frac{\omega_n}{Q}s + \omega_n^2} = \frac{Ks^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

ESPECIFICACIONES FILTRO PASO DE BANDA (BP)

- Un filtro paso de banda pasa las señales en una banda de frecuencias con atenuación muy baja mientras que rechaza las frecuencias a ambos lados de esa banda.

- La banda de paso, desde ω_1 a ω_2, presenta una atenuación máxima de A_{max} dB y las dos bandas de rechazo, desde DC a ω_3 y de ω_4 a ∞, tienen una atenuación mínima de A_{min} dB.



- Una función de transferencia de 2º orden con característica paso de banda es:

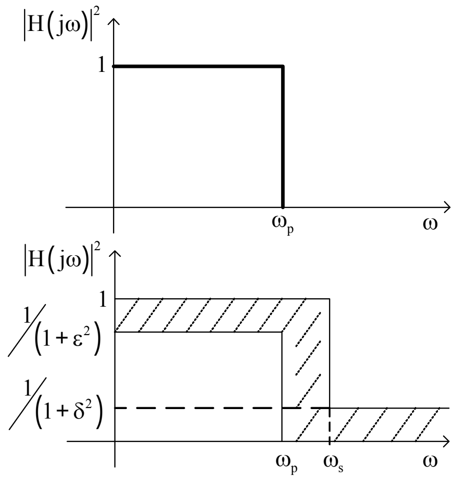
$$H(s) = \frac{K\omega_o s}{s^2 + \frac{\omega_o}{Q}s + \omega_o^2} = \frac{K\omega_o s}{s^2 + BWs + \omega_o^2}$$

$$\text{Factor de Calidad de un F. BP} \equiv Q = \frac{\omega_o}{BW(rad/s)} = \frac{f_o}{BW(Hz)}$$

$$\text{Frecuencia Central} \equiv f_o = \sqrt{f_1 f_2} \;\; ; \;\; \text{Para } Q > 10 \Rightarrow f_o \cong \frac{f_1 + f_2}{2}$$

$$\text{En } \omega_o\text{:} \;\; H(jw_0) = \frac{K \cdot \omega_0 \cdot j\omega_0}{-\omega_0^2 + j\omega_0 \cdot B + \omega_0^2} = \frac{K \cdot \omega_0}{B} = K \cdot \frac{\omega_0}{B} = K \cdot Q$$

DISEÑO DE FILTROS



Partiendo de un conjunto de especificaciones que describen las propiedades deseadas del filtro selector de frecuencias:

1.- Aproximación de una respuesta en frecuencia preestablecida por medio de una función de transferencia racional que presentan un sistema que es tanto causal como estable.

2.- Realización de la función de transferencia aproximada mediante un sistema físico.

CLASIFICACIÓN DE FILTROS SEGÚN SU TECNOLOGÍA

Filtros Pasivos:

- Se construyen exclusivamente con elementos pasivos como resistencias, condensadores y autoinducciones. Se usan generalmente por encima de 1 MHz (a bajas frec. exigen inductancias muy elevadas), no tienen ganancia en potencia y son difíciles de sintonizar. No requieren fuentes externas de energía y funcionan sin alimentación.
- Orden de un filtro pasivo (n): es igual al número de autoinducciones y condensadores en el filtro. De esta forma, el orden indica la complejidad del circuito. (A mayor n, mayor pendiente en la región de transición)

Filtros Activos:

- Se construyen con resistencias, condensadores y amplificadores operacionales. Por tanto, necesitan alimentación externa para su funcionamiento. Se usan por debajo de 1 MHz, tienen ganancia en potencia y son relativamente fáciles de sintonizar. Además, proporcionan amplificación de la señal de entrada (ganancia), lo que puede ser importante al trabajar con señales de niveles muy bajos.
- El orden de un filtro activo depende del número de circuitos RC que contentan. Salvo excepciones ocasionales, coincide con el número de condensadores.

APROXIMACIÓN DE FILTROS LP

En el análisis y diseño de filtros, los filtros LP son el prototipo, un circuito básico que puede ser modificado para conseguir otros circuitos. Normalmente, cualquier problema en un filtro se transforma en el equivalente para el filtro L.P. y se resuelve; la solución a este problema se transforma de nuevo a la del filtro original.

Criterios de aproximación:

- Aproximación de Butterworth (ó aproximación máximamente plana): la atenuación en la mayor parte de la banda pasante es cero y disminuye gradualmente hasta Ap al final de la banda pasante (Ap = atenuación máxima permitida en la banda pasante). Por tanto los filtros de Butterworth poseen como principal ventaja la propiedad de tener una curva de respuesta lo más plana posible en el punto de frecuencia cero. Su mayor desventaja es lo relativamente despacio que decae en la región de transición (decae a un ritmo aproximado de 20n dB por década, donde n es el orden del filtro) comparado con otras aproximaciones. **(Pendiente de Filtro Butterworth en Región de Transición = 20n dB/dec).**

- Aproximación de Chebyshev: presenta en la región de transición una pendiente de decaimiento más pronunciada que la aproximación Butterworth. Por ello, la atenuación con un filtro de Chebysehv a una frecuencia dada de la región de transición es siempre mayor que la atenuación con un filtro de Butterworth del mismo orden. Sin embargo la banda pasante no tiene una respuesta plana, sino que aparece en ella un rizado. El número de rizados en la banda pasante de un filtro LP de Chebyshev es igual a la mitad del orden del filtro.

FUNCIONES DE APROXIMACIÓN DE FILTROS LP: FUNCIÓN DE BUTTERWORTH (I)

- Respuesta en magnitud máximamente plana. Para un filtro LP de orden n, esto se consigue imponiendo que las 2n-1 primeras derivadas sean nulas.

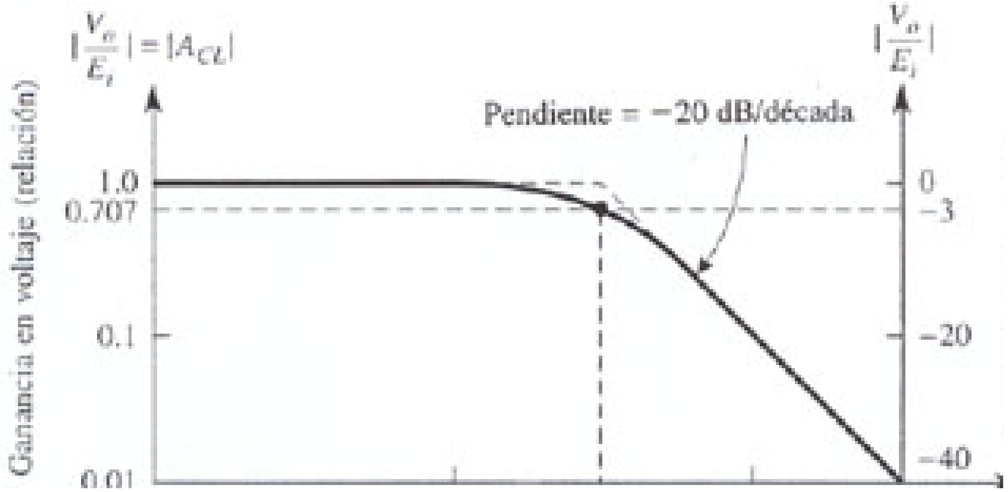
- La función de Butterworth viene definida por la ecuaciones:

$$\frac{|H(\omega)|^2}{|H(0)|^2} = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}} \Rightarrow \frac{|H(\omega)|}{|H(0)|} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\frac{|H(f)|^2}{|H(0)|^2} = \frac{1}{1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}} \Rightarrow \frac{|H(f)|}{|H(0)|} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

Ejemplo:



donde:

$\omega_c=2\pi f_c$ ≡ Frecuencia de corte (aquella a la que $|H(\omega)|$ cae 3dB respecto a DC en filtros LP)

n ≡ orden del filtro.

FUNCIONES DE APROXIMACIÓN DE FILTROS LP: FUNCIÓN DE BUTTERWORTH (II)

Ejemplo 1.-: Se desea atenuar en 60 dB una interferencia de 50Hz , empleando un filtro Butterworth con una frecuencia de corte fc=10 Hz. Determinar el orden del filtro.

Atenuación de un filtro viene determinada por la ecuación $A_{dB} = -20\mathrm{Log}\dfrac{|H(f)|}{|H(0)|}$; Función de Butterworth: $\dfrac{|H(f)|^2}{|H(0)|^2} = \dfrac{1}{1+\left(\dfrac{f}{f_c}\right)^{2n}}$

$$2\mathrm{Log}\left[\frac{|H(f)|}{|H(0)|}\right] = -\mathrm{Log}\left[1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}\right] \Leftrightarrow -20\mathrm{Log}\left[\frac{|H(f)|}{|H(0)|}\right] = 10\mathrm{Log}\left[1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}\right] \Rightarrow \frac{A_{dB}}{10} = \mathrm{Log}\left[1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^{\frac{A_{dB}}{10}} - 1 = \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n} \Rightarrow \mathrm{Log}\left[10^{\frac{A_{dB}}{10}} - 1\right] = 2n\mathrm{Log}\left(\frac{f}{f_c}\right) \Rightarrow n = \frac{\mathrm{Log}\left[10^{\frac{A_{dB}}{10}} - 1\right]}{2\mathrm{Log}\left(\frac{f}{f_c}\right)}$$

Luego, en nuestro ejemplo: $n = \dfrac{\mathrm{Log}\left[10^{\frac{A_{dB}}{10}} - 1\right]}{2\mathrm{Log}\left(\frac{f}{f_c}\right)} = \dfrac{\mathrm{Log}\left[10^{\frac{60}{10}} - 1\right]}{2\mathrm{Log}\left(\frac{50}{10}\right)} = \dfrac{6}{2\mathrm{Log}5} = \dfrac{3}{\mathrm{Log}5} = 4.29$. El orden sería **n=5** ya que se debe construir el mejor filtro posible para así cumplir todas las especificaciones.

FUNCIONES DE APROXIMACIÓN DE FILTROS LP: FUNCIÓN DE CHEBYSHEV (I)

- Presentan una transición entre la banda de paso y la de rechazo más abrupta que las funciones de Butterworth. Por el contrario, la banda de paso no es plana, esto es, presenta rizado.

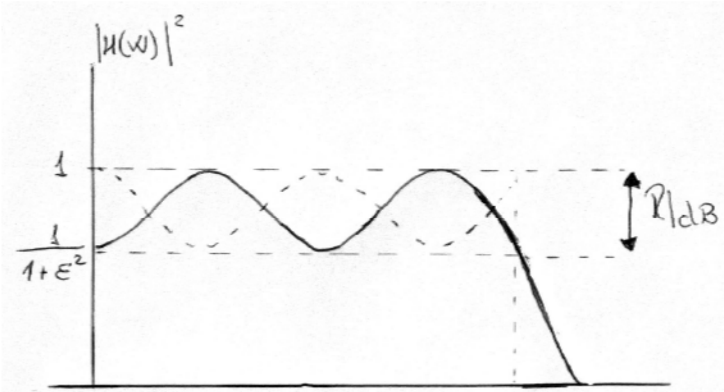


Fig. 7

- La función de Chebyshev viene definida por la ecuaciones:

$$\frac{|H(f)|^2}{|H(0)|^2}=\frac{1}{1+\varepsilon^2\cdot C_n^2\left\{\frac{f}{f_0}\right\}}\text{ , donde:}$$

1. $C_n(f)$ (polinomio de Chebychev de 1ª especie y de orden n) es un polinomio que oscila entre –1 y 1 para $0\le|\omega|\le 1$.

$$C_n=\begin{cases}\cos\left[n\cdot\arccos\left(\frac{f}{f_0}\right)\right] & ;\quad 0\le\left|\frac{f}{f_0}\right|\le 1\\ \cosh\left[n\cdot\operatorname{arccos h}\left(\frac{f}{f_0}\right)\right] & ;\quad \left|\frac{f}{f_0}\right|>1\end{cases}$$

2. ε es el denominado factor de rizado **($\varepsilon^2\le 1$)**. Se especifica mediante el valor pico a pico en decibelios $R_{dB}=-20\log\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}=10\log\left(1+\varepsilon^2\right)$. Si n es par el rizado será positivo (señalado en la figura) y si es impar neg.

3. $\mathbf{f_0}$ es la frecuencia natural (donde acaba el rizado) ; $\mathbf{\omega_0=2\pi f_0}$.

FUNCIONES DE APROXIMACIÓN DE FILTROS LP: FUNCIÓN DE CHEBYSHEV (II)

- Orden n según la función de Chebyshev:

$$\frac{|H(f)|^2}{|H(0)|^2} = \frac{1}{1+\varepsilon^2 C_n{}^2} \Leftrightarrow -10\log\left\{\frac{|H(f)|^2}{|H(0)|^2}\right\} = -10\log\left\{\frac{1}{1+\varepsilon^2 C_n{}^2}\right\} \Leftrightarrow -20\log\left\{\frac{|H(f)|}{|H(0)|}\right\} = 10\log\left\{1+\varepsilon^2 C_n{}^2\right\}$$

$$A_{dB} = 10\log\left\{1+\varepsilon^2 C_n{}^2\right\} \Leftrightarrow 10^{A_{dB}/10} - 1 = \varepsilon^2 C_n{}^2 \Rightarrow C_n = \varepsilon^{-1}\left[10^{A_{dB}/10} - 1\right]^{1/2} \Rightarrow (f > f_0) : n = \frac{\operatorname{arccos h}\left[\varepsilon^{-1}\left(10^{\frac{A_{dB}}{10}} - 1\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{\operatorname{arccos h}\left(\frac{f}{f_0}\right)}$$

- Relación entre f_c (frecuencia de corte de caída 3dB) y f_0:

$$A_{3dB} = -20\log\frac{|H(f_c)|}{|H(0)|} = 3dB \Rightarrow \frac{|H(f_c)|}{|H(0)|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{|H(f_c)|^2}{|H(0)|^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + \varepsilon^2 \cdot C_n^2\left\{\frac{f_c}{f_0}\right\} = 2 \Rightarrow \varepsilon^2 \cdot C_n^2\left\{\frac{f_c}{f_0}\right\} = 1 \Rightarrow \varepsilon \cdot C_n\left\{\frac{f_c}{f_0}\right\} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_n\left\{\frac{f_c}{f_0}\right\} = \frac{1}{\varepsilon} \Leftrightarrow (f > f_0) \Leftrightarrow \cosh\left[n.\operatorname{arccos h}\left(\frac{f_c}{f_0}\right)\right] = \frac{1}{\varepsilon} \Leftrightarrow \frac{\operatorname{arccos h}(1/\varepsilon)}{n} = \operatorname{arccos h}\left(\frac{f_c}{f_0}\right) \Rightarrow f_c = f_0 \cdot \cosh\left[\frac{\operatorname{arccos h}\left(1/\varepsilon\right)}{n}\right]$$

FUNCIONES DE APROXIMACIÓN DE FILTROS LP: FUNCIÓN DE CHEBYSHEV (III)

Ejemplo 2.-: Se desea atenuar en 60 Db una interferencia de 50Hz , empleando un rizo de Chebyshev de 0.1dB y una frecuencia natural de $f_0 = 5$ Hz. Determinar el orden del filtro y su frecuencia de corte.

$$R_{dB} = 10\mathrm{Log}\left[1+\varepsilon^2\right] = 0.1\mathrm{dB} \Rightarrow \varepsilon = 0.1526$$

$$A_{dB} = -20\log\frac{|H(f)|}{|H(0)|} = 10\mathrm{Log}\left[1+\varepsilon^2 \cdot C_n^2\right] \quad ; \quad \text{Cuando } f = 50 \text{ Hz} \Rightarrow A_{dB} = 60\mathrm{dB} \Rightarrow$$

$$60\mathrm{dB} = 10\mathrm{Log}\left[1+\varepsilon^2 \cdot C_n^2\right] \Leftrightarrow 6 = \mathrm{Log}\left[1+\varepsilon^2 \cdot C_n^2\right] \Rightarrow 1+\varepsilon^2 \cdot C_n^2 = 10^6 \Rightarrow C_n^2 = \frac{10^6-1}{\varepsilon^2} \Rightarrow C_n = 6553.0$$

Por otra parte, para este valor de C_n, calculado para una frecuencia de 50Hz que es mayor que $f_0 = 5$Hz:

$$C_n\left\{\frac{50\mathrm{Hz}}{5\mathrm{Hz}}\right\} = \cosh\left(n \cdot \operatorname{arccos h}\left(\frac{50}{5}\right)\right) \Leftrightarrow 6553 = \cosh\left(n \cdot \operatorname{arccos h}(10)\right) \Rightarrow n = \frac{\operatorname{arccosh}(6553)}{\operatorname{arccos h}(10)} = \frac{9.48}{2.99} = 3.16$$

Por tanto, el orden sería 4 para poder cumplir todas las especificaciones.

La frecuencia de corte para un orden de n = 4: $f_c = f_0 \cdot \cosh\left[\frac{\operatorname{arccos h}\left(1/\varepsilon\right)}{n}\right] = 6.06\,\mathrm{Hz}$

Si hubiésemos utilizado un orden de $n = 3 \Rightarrow f_c = 6.94$ Hz (observar como se están suavizando las especificaciones del filtro)

NORMALIZACIÓN DE PARÁMETROS

- Cuando se trabaja con circuitos eléctricos es usual **normalizar la frecuencia y el nivel de impedancia**. La normalización no causa ninguna pérdida de generalidad y se efectúa únicamente por conveniencia del cálculo numérico (para evitar la manipulación de grandes potencias de 10 y minimizar el efecto de los errores de redondeo).

- La **normalización en frecuencia** consiste simplemente en un cambio en la escala de la frecuencia mediante la división de la variable frecuencia por una frecuencia de normalización Ω_0 escogida adecuadamente. Por tanto, la frecuencia normalizada es $s_n = s/\Omega_0$.

- La **normalización del nivel de impedancias** se efectúa dividiendo todas las impedancias del circuito por una resistencia de normalización R_0. Los valores de resistencias, inductores y condensadores se normalizan como sigue:

$$R_n = \frac{R}{R_0} \quad ; \quad Z_{Ln} = \frac{Z_L}{R_0} = \frac{sL}{R_o} = \frac{\frac{s}{\Omega_0}\Omega_0 L}{R_0} = \frac{s_n \Omega_0 L}{R_0} = s_n L_n \;\Rightarrow\; L_n = L\frac{\Omega_0}{R_0}$$

$$Z_{Cn} = \frac{Z_C}{R_0} = \frac{1}{sCR_0} = \frac{1}{\frac{s}{\Omega_0}\Omega_0 CR_o} = \frac{1}{s_n \Omega_0 CR_o} = \frac{1}{s_n C_n} \;\Rightarrow\; C_n = C\Omega_0 R_o$$

- **Desnormalización del circuito:** se dividen los valores normalizados de L y C, $\overline{L}$ y $\overline{C}$, por la frecuencia de normalización Ω_0, y se multiplican los valores normalizados de R y L, $\overline{R}$ y $\overline{L}$, por la resistencia de normalización R_0, dividiéndose por ésta el valor normalizado de C, $\overline{C}$:

$$R_n \to R = R_0\overline{R} \quad ; \quad L_n \to L = \frac{R_0}{\Omega_o}\overline{L} \quad ; \quad C_n \to C = \frac{1}{\Omega_o R_0}\overline{C}$$

REALIZACIÓN DE FILTROS PASIVOS LP (I)

Aplicación a: Redes (filtros) Terminados (impedancia de la fuente Rs = impedancia de carga Rc)

Redes (filtros) No Terminados (impedancia de carga infinita – termina en abierto)

METODOLOGÍA:

1.- Se calcula el orden del filtro.

2.- Se construye un filtro LP normalizado: según la figura y valores de la tabla, se toma como diseño de partida el circuito correspondiente al orden calculado. Estos diseños son filtros de Butterworth LP normalizados con valores de resistencia de fuente de 1Ω y frecuencias de corte (-3dB) de 1 rad/seg.

3.- Se desnormaliza para una frecuencia de normalización $\Omega_0 = \omega_c$ (frecuencia de corte del filtro que se pretende diseñar) y para una resistencia de normalización $R_o = R_s$ (resistencia de la fuente real)

$$\overline{R} \rightarrow R = R_s \overline{R}$$

$$\overline{L} \rightarrow L = \frac{R_s}{\omega_c}\overline{L} \quad ; \quad \overline{C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega_c R_s}\overline{C}$$

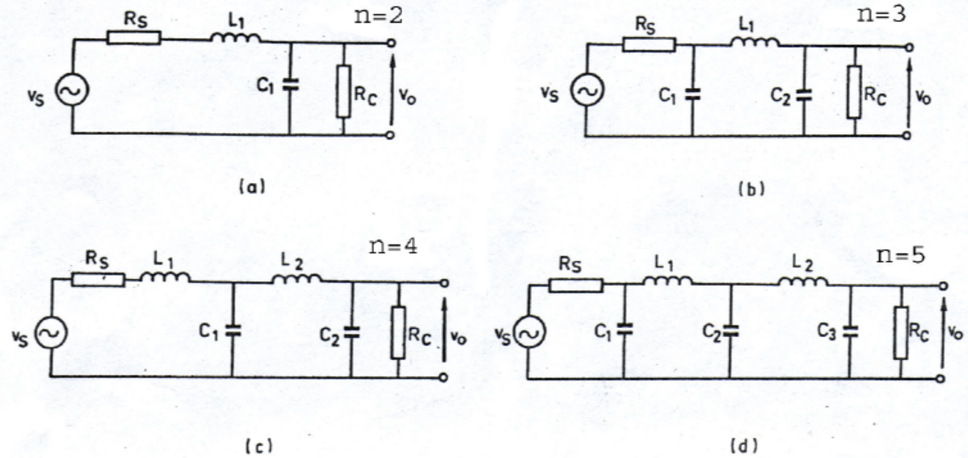


Figura 8 Filtros de Butterworth pasivos de paso bajo, orden 2 a 5; observar que el orden coincide con el número de elementos independientes que almacenan energía. Los valores normalizados de los componentes están en la tabla 3.6.

Tabla 8 Valores normalizados para los componentes de los filtros de Butterworth de la figura 8, para el caso en que están terminados ($R_S = 1\ \Omega$, $R_C = 1\ \Omega$) y para el caso en que no lo están ($R_S = 1\ \Omega$, $R_C = \infty$).

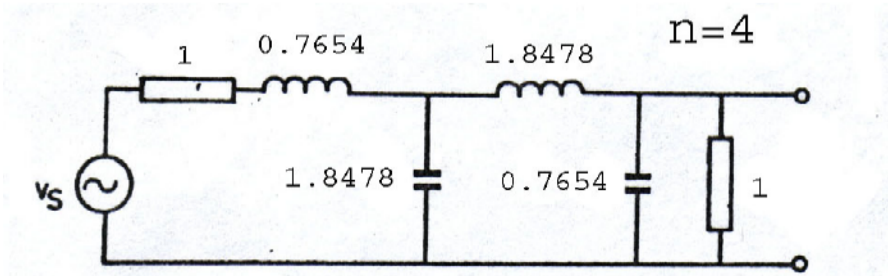
Orden	$R_C(\Omega)$	$L_1(H)$	$C_1(F)$	$L_2(H)$	$C_2(F)$	$C_3(F)$
2	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	–	–	–
	∞	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}$	–	–	–
3	1	2	1	–	1	–
	∞	4/3	1/2	–	3/2	–
4	1	0,7654	1,8478	1,8478	0,7654	–
	∞	0,3827	1,0824	1,5772	1,5307	–
5	1	1,6180	0,6180	1,6180	2	0,6180
	∞	0,8944	0,3090	1,6944	1,3820	1,5451

REALIZACIÓN DE FILTROS PASIVOS LP (II)

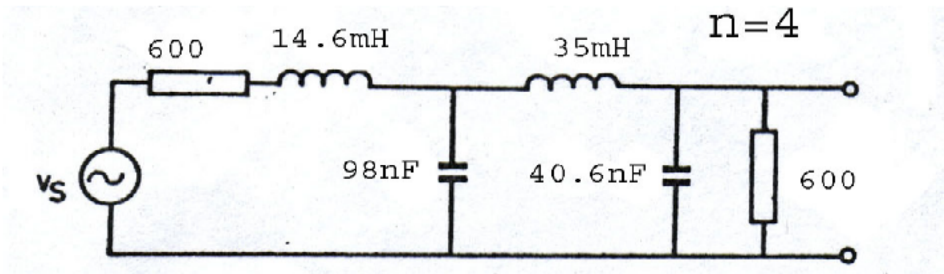
Ejemplo 3.-: Realizar un filtro LP Butterworth a disponer entre una fuente de 600Ω (R_S) y una carga de 600Ω, cuya frecuencia de corte sea de 5KHz y que atenúe los 20 KHz al menos 40 dB por debajo del nivel de continua.

Primero calculamos el orden del filtro: $$n = \frac{\mathrm{Log}\left[10^{\frac{A_{dB}}{10}} - 1\right]}{2 \cdot \mathrm{Log}\left(\frac{f}{f_c}\right)} = \frac{\mathrm{Log}\left[10^{4} - 1\right]}{2 \cdot \mathrm{Log}\left(\frac{20K}{5K}\right)} = 3.3 \Rightarrow n = 4$$

Construimos el filtro normalizado ($\overline{\omega_c} = 1 rad/s$ y $\overline{R_s} = 1\Omega$)



Ahora desnormalizamos el circuito:



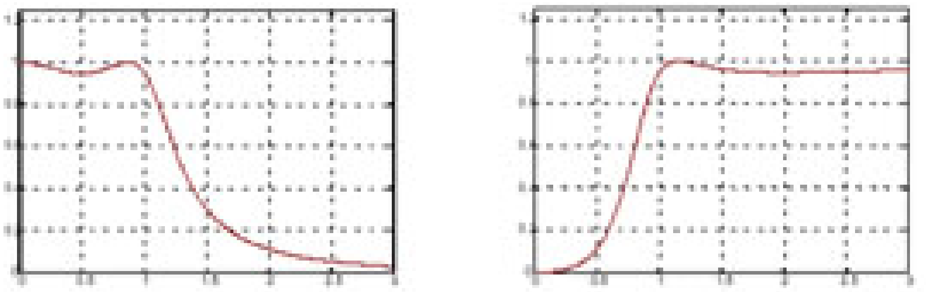
Ejemplo con Primera Autoinducción:

$$\overline{L} = 0.7654H$$

$$L = \frac{R_s}{\omega_c}\overline{L} = \frac{600}{2\pi 5000} 0.7654 = 0.0146H = 14.6mH$$

REALIZACIÓN DE FILTROS PASIVOS HP (I)

A partir del diseño de un filtro paso-bajo, pueden obtenerse filtros paso-alto, paso-banda y rechazo-banda que cumpla similares especificaciones, mediante el uso de transformaciones.



Transformación de filtro paso-bajo del ejemplo en filtro paso-alto.

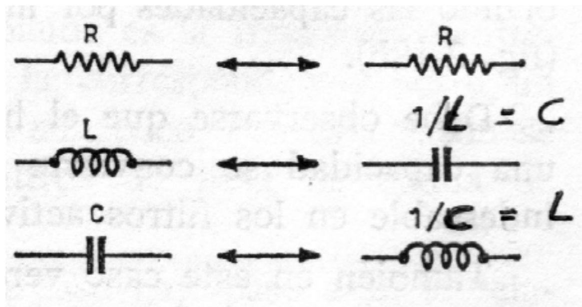
METODOLOGÍA:

1.- Construimos un filtro LP normalizado.

$$\overline{\omega_c} = 1\,\mathrm{rad/s} \quad \text{y} \quad \overline{R_s} = 1\Omega$$

2.- Transformamos L y C siguiendo la siguiente regla de transformación:

Transformación pasobajas a pasoaltas: $\bar{s} \rightarrow \frac{1}{s}$, donde se ha denotado $\bar{s}$ como la variable del filtro LP normalizado en $\overline{\omega_c} = 1\,\mathrm{rad/s}$ y $\overline{R_s} = 1\Omega$.



$$\left(\text{Ejemplo} \Rightarrow \ Z_L = L\bar{s} \rightarrow L\frac{1}{s} = \frac{1}{\frac{1}{L}s} = Z_{C=1/L}\right)$$

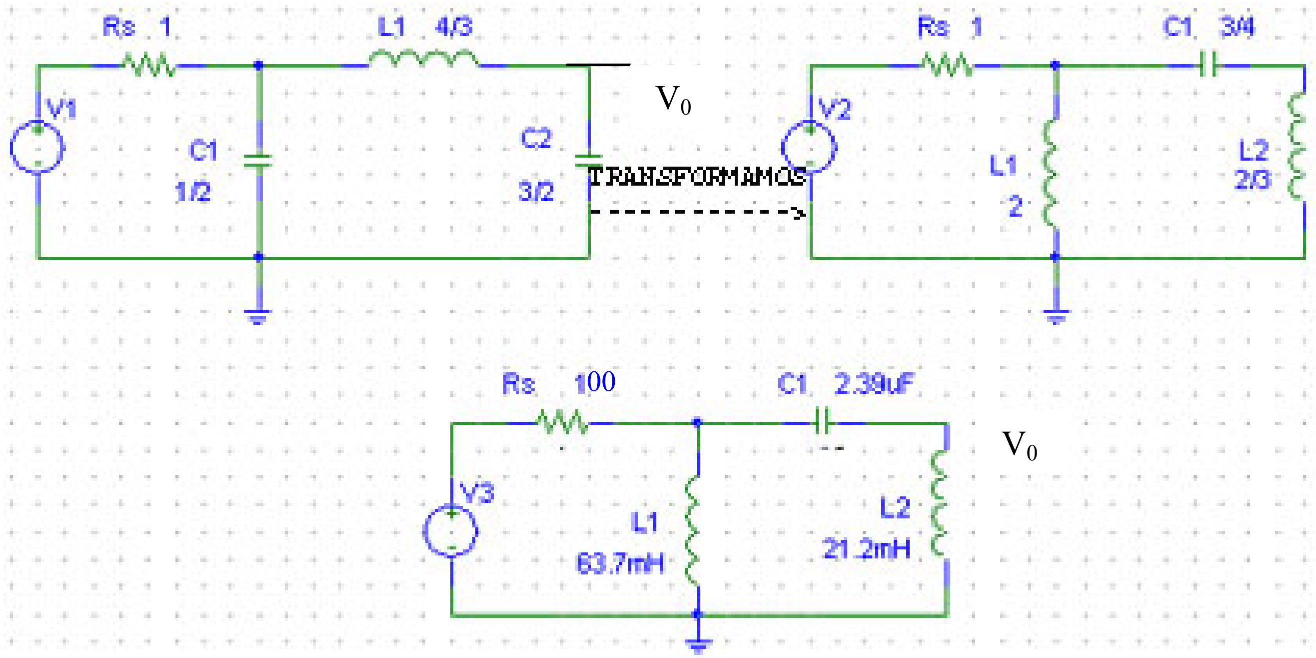
3.- Se desnormaliza: $\bar{R} \rightarrow R = R_s\bar{R}$; $\bar{L} \rightarrow L = \frac{R_s}{\omega_c}\bar{L}$; $\bar{C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega_c R_s}\bar{C}$

REALIZACIÓN DE FILTROS PASIVOS HP (II)

Ejemplo 4.-: Diseñar un filtro Butterworth paso alto de tercer orden con una fc de 500Hz y que trabaje con R_s=100Ω y R_c=10 MΩ.

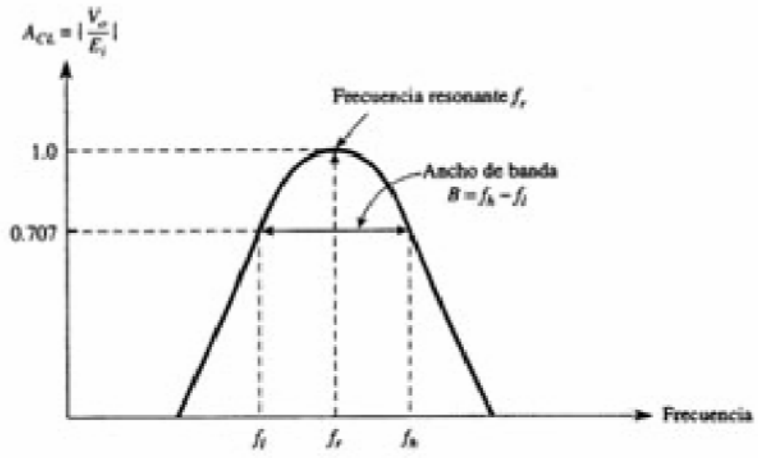
Para el diseño del filtro LP normalizado, es posible considerar que se trata de una red no terminada al ser R_c muy alta (el diseño será entonces una aproximación – si queremos ser exactos debemos hacerlo utilizando adaptación de impedancias).

$$\omega_c = 2\pi * 500 = 1000\pi \text{ rad/s} \quad ; \quad R_s = 100\Omega \quad ; \quad R_c = 10M\Omega \ (\to \infty)$$



REALIZACIÓN DE FILTROS PASIVOS BP (I)

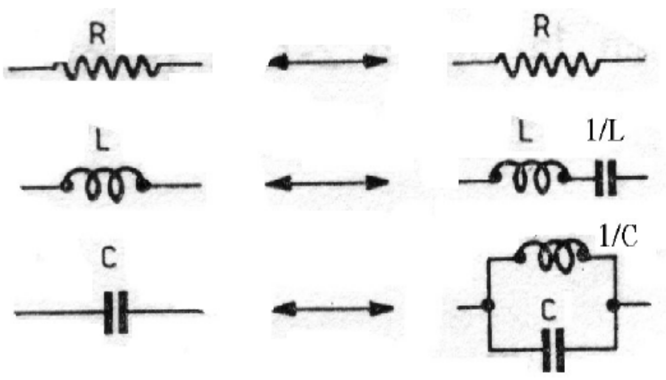
METODOLOGÍA:



1.- Construimos un filtro LP normalizado a $\underline{\overline{\omega_c} = 1/Q \text{ rad/s}}$ y $\overline{R_s} = 1\Omega$, siendo $Q = \dfrac{\omega_0}{BW(\text{rad/s})} = \dfrac{f_0}{BW(\text{hz})}$, el factor de calidad del filtro BP.

2.- Transformamos L y C siguiendo la siguiente regla de transformación:

Transformación pasobajas a pasobanda: $\bar{s} \rightarrow s + \dfrac{1}{s}$



(Ejemplo $\Rightarrow$ $Z_L = L\bar{s} \rightarrow L\left(s + \dfrac{1}{s}\right) = Ls + \dfrac{1}{\dfrac{1}{L}s} = Z_L + Z_{C=1/L}$)

3.- Se desnormaliza para una frecuencia de normalización $\Omega_0 = \omega_0$ (frecuencia central del filtro BP que se pretende diseñar) y para una resistencia de normalización $R_o = R_s$.

$$\overline{R} \rightarrow R = R_s\overline{R} \quad ; \quad \overline{L} \rightarrow L = \frac{R_s}{\omega_0}\overline{L} \quad ; \quad \overline{C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega_0 R_s}\overline{C}$$

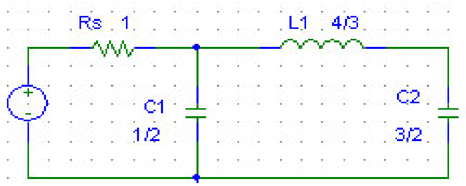
REALIZACIÓN DE FILTROS PASIVOS BP (II)

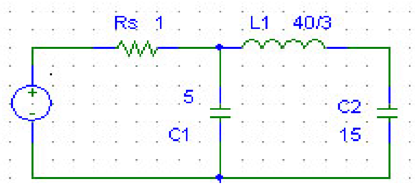
Ejemplo 5.-: Diseñar un filtro paso-banda pasivo de tercer orden con frecuencia central 1Khz y ancho de banda 100hz para disponer entre una fuente de señal de 100Ω de resistencia de salida y un amplificador de resistencia de entrada muy alto.

f_0=1 Khz ; BW= 100 hz ; R_s=100Ω ; R_c=∞ → Filtro no terminado ; $Q = \dfrac{1K}{100} = 10$

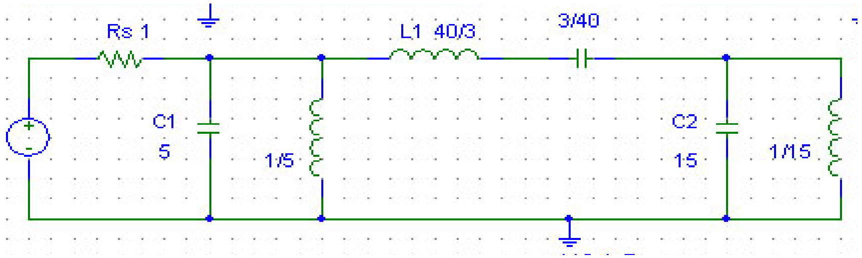
1.- Se ha de diseñar un filtro LP normalizado a $\omega_c = \dfrac{1}{Q} = 0.1 \mathrm{rad/seg}$ y $R_s = 1\Omega$: para ello, se parte del filtro LP normalizado a $\overline{\omega_c} = 1 \mathrm{rad/seg}$ y $\overline{R_s} = 1\Omega$ y se desnormaliza este filtro a una frecuencia $\omega_c = 0.1 \mathrm{rad/seg}$ de según:

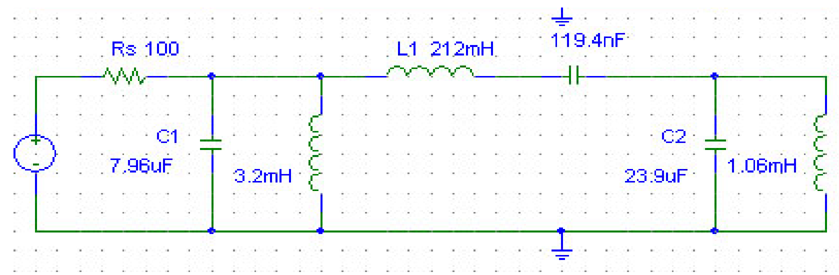
$$\overline{R} \to R = R_s \overline{R} = \overline{R} \; ; \; \overline{L} \to L = \frac{R_s}{\omega_c}\overline{L} = \frac{1}{\omega_c}\overline{L} \; ; \; \overline{C} \to C = \frac{1}{\omega_c R_s}\overline{C} = \frac{1}{\omega_c}\overline{C}$$





2.- Se transforman L y C, y se desnormaliza a $R_s = 100\Omega$ y $\omega_0 = 2\pi.1000 = 2000\pi \ \mathrm{rad/s}$





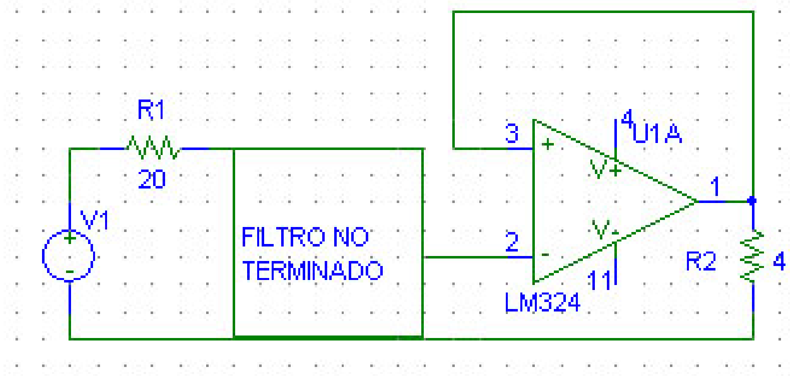
ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS (I)

¿Qué ocurre si nos piden el diseño de un filtro que no es ni *terminado* (resistencia de la fuente ≠ resistencia de carga) ni *no terminado* (resistencia de carga ≠∞)?.

Por ejemplo: Diseñar un filtro Butterworth a disponer entre una fuente de 20Ω (R_S) y una carga de 4Ω.

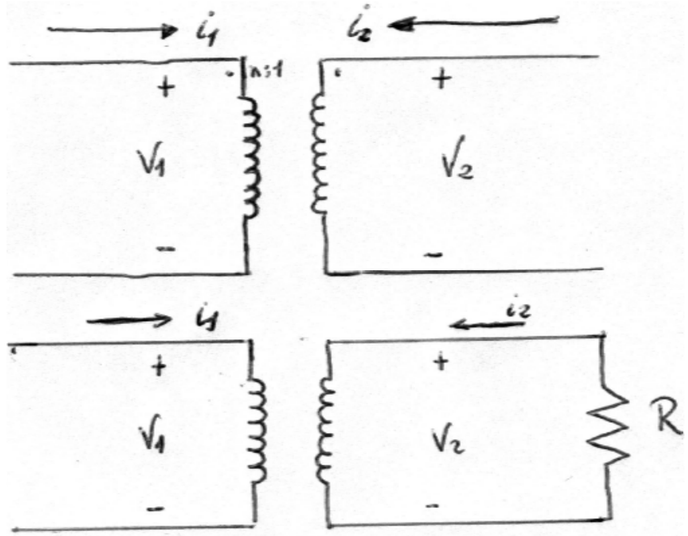
2 Soluciones basadas en la inserción de un dispositivo entre el filtro y la carga que modifique la resistencia vista por el filtro a su salida para convertirlo en un filtro *terminado* o no *terminado*:

1ª Solución: insertar un seguidor de tensión.



ADAPTACIÓN DE IMPEDANCIAS (II)

2ª Solución: insertar un transformador tal que la resistencia vista desde su entrada sea la misma que la resistencia de la fuente.



Transformador: es una bipuerta definida por $V_1 = n \cdot V_2$ y $i_2 = -n \cdot i_1$ donde n es el llamado *TURNS RATIO*.

Una propiedad importante de un transformador es que podemos ajustar la resistencia vista desde su entrada a través del Turns Ratio.

Por ejemplo, si conectamos una resistencia R a su puerta 2:

$$V_1 = n \cdot V_2 = n(-i_2) \cdot R = n \cdot n \cdot i_1 \cdot R = n^2 \cdot R \cdot i_1 = R_{eq} i_1$$

De esta forma, si en el ejercicio anterior insertamos un transformador de turns ratio 2.2, tendríamos un filtro terminado:

$$R_{eq} = n^2 R_0 = 4n^2 == R_s = 20 \Rightarrow n^2 = 5 \Rightarrow n = 2.2$$